

# Proposition de projet - Admission ENS Rennes

## Mesures de contraintes par photoélasticimétrie

Mathis Demouchy

### Introduction :

Dans le cadre de ma candidature à l'ENS Rennes je propose de développer un projet portant sur des mesures de contraintes de divers matériaux transparents par photoélasticimétrie.

Lors de mon TPE en classe de première en 2018 au lycée Hélène Boucher à Paris 20<sup>e</sup>, je me suis penché sur l'aspect des fils de soie d'araignée où j'ai appris à travers ce travail et celui de la thèse de Paul Grandgeorge que les fils de soie d'araignée avaient une résistance hors pair et des propriétés d'élasticité tout à fait originales ne vérifiant pas la loi de Hooke classique (référence 1). Dans le prolongement de ces études j'aimerais me pencher sur diverses méthodes permettant de mesurer les contraintes et l'élasticité de matériaux transparents.

La photoélasticimétrie est une méthode expérimentale basée sur la biréfringence des matériaux sous l'effet de contraintes mécaniques ou thermiques. Elle peut être utilisée quand les méthodes numériques deviennent trop lourdes à mettre en œuvre.

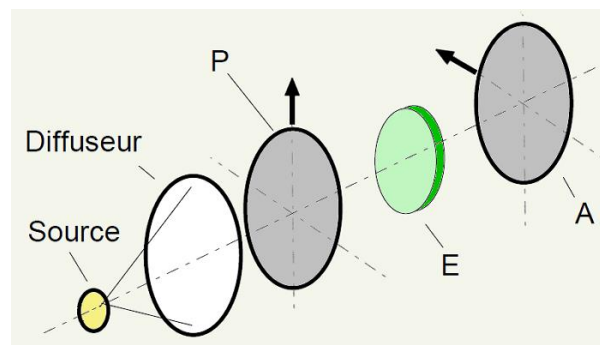
La photomécanique, offrant des possibilités de mesures non-destructives, non-invasives et sans contact, est d'autant plus utile dans ce domaine pour l'étude de matériaux biologiques. Elle permet de renseigner du comportement mécanique des différents constituants afin d'apporter aux médecins une information sur la résistance mécanique pour mieux traiter les problèmes rencontrés.

Elle s'avère particulièrement utile dans les milieux transparents tels que les verres et composants optiques.

### Principe :

Le principe est schématisé sur la figure 1.

Figure 1



Une onde lumineuse polarisée rectilignement par un polariseur (P) est envoyée sur le matériau à étudier (E).

L'indice de réfraction du matériau dépend des contraintes qu'il subit. Le matériau devient alors biréfringent : son indice de réfraction n'est plus le même pour toutes les directions de polarisation.

Les différentes composantes de polarisation de l'onde lumineuse ne se propagent donc pas à la même vitesse et l'état de polarisation de la lumière en ressort modifiée. La nature des contraintes et son tenseur peut ainsi être déduite en analysant l'état de polarisation de l'onde à la sortie grâce à l'analyseur (A).

Indépendamment l'un de l'autre, Neumann et Maxwell ont déterminé les lois reliant les indices optiques respectivement aux déformations et aux contraintes des matériaux.

Ainsi les différences des indices principaux ( $n_1$  et  $n_2$ ) du milieu contraint sont proportionnelles aux différences des contraintes principales ( $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ ).

$$n_1 - n_2 = C (\sigma_1 - \sigma_2)$$

Le coefficient de proportionnalité  $C$  est dit constante photoélastique du matériau pour la longueur d'onde  $\lambda$ . Elle s'exprime en Brewster ( $1 \text{ Bw} = 10^{-12} \text{ m}^2 / \text{N}$ ) en hommage au savant qui a été le premier à mettre en évidence la biréfringence accidentelle.

Dans une approche 2D le paramètre isochrome ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) s'exprime comme suit en fonction des composantes du tenseur des contraintes  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  et  $\sigma_{xy}$  :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4(\sigma_{xy})^2}$$

Ainsi le retard de phase est donné par :

$$\varphi = \frac{2\pi C (\sigma_1 - \sigma_2)}{\lambda} e = \frac{2\pi C \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4(\sigma_{xy})^2}}{\lambda} e$$

où  $e$  est l'épaisseur du milieu traversée par l'onde lumineuse.

L'un des objectifs des montages photo élastiques est de visualiser des iso valeurs de  $\varphi$  donc les lignes ( $\sigma_1 - \sigma_2$ )

Par exemple une onde monochromatique polarisée verticalement par un polariseur peut, du fait de la biréfringence induite par les contraintes que subit le matériau, ressortir avec une polarisation elliptique mise en évidence à travers l'analyseur. Selon les contraintes exercées sur le matériau des zones claires ou sombres apparaissent comme le montre la figure 3 (photoélasticité sur une poutre en flexion).

Figure 3



On peut ainsi observer la structure des ‘courbes de niveaux’ formées par des lignes d’égale tension et comprendre les phénomènes de fracture, de concentration des contraintes, notamment près des zones faibles ou évidées.

Montage en lumière blanche :

Les variations d’indice induites par les contraintes dépendent aussi de la longueur d’onde. Ainsi en envoyant une lumière blanche chaque longueur d’onde subit un retard différent comme l’illustre la figure 4.

Figure 4



L’ajout de lame quart d’onde entre l’échantillon et les polariseur et analyseur peut augmenter la résolution de façon notable.

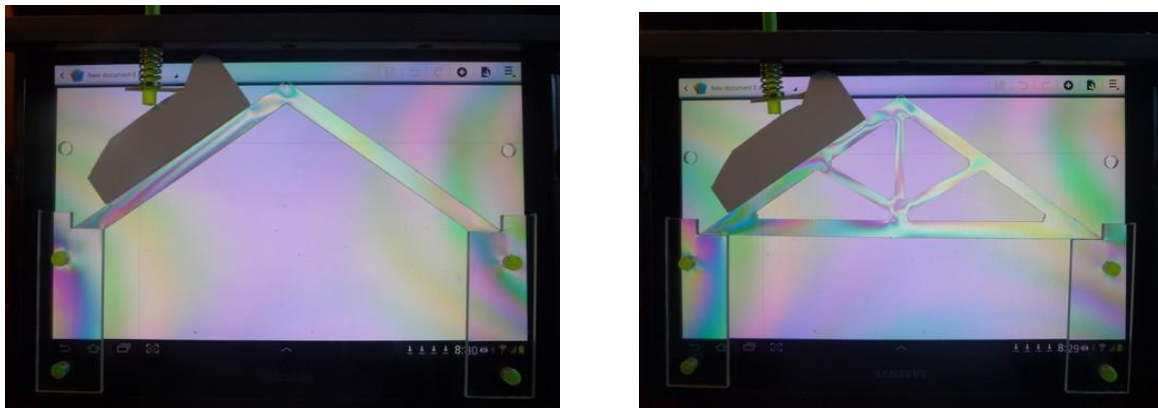
La photoélasticimétrie fournit donc une image complète du champ de contraintes, offrant ainsi une bonne vue d’ensemble des zones ayant une concentration élevée de contraintes, et de celles où les contraintes sont faibles

### Exemples :

*Applications aux travaux publics à la biomécanique:*

Ci-dessous l’exemple de mesure de photoélasticimétrie sur une charpente.

Figure 5

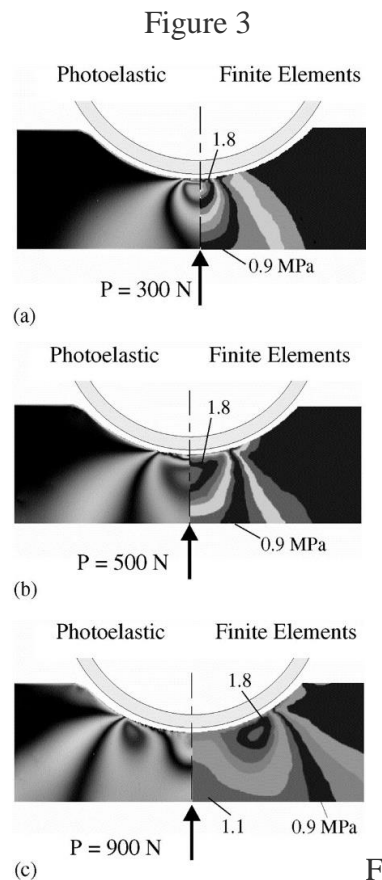


Sur la figure 2a la photoélasticimétrie montre que toutes les contraintes sont supportées par un seul élément de charpente. Sur la figure 2b, les contraintes se répartissent sur plusieurs éléments de charpente. L’ensemble est beaucoup plus rigide et les éléments peuvent être allégés pour supporter la même charge.

On peut ainsi créer des modèles analogues pour des structures qui soutiennent des efforts mécaniques importants comme les os, les dents ou les plaques tectoniques.

*Mais aussi des applications à la physique numérique :*

Cette technique, fournissant un moyen de visualiser l'état des contraintes mécaniques et des déformations très légères dans les matériaux transparents, est donc un excellent outil de calibration pour des codes de calculs mécaniques en éléments finis, et permet de vérifier les prédictions des équations de la mécanique des milieux continus comme le montre la figure 3 issue de la référence 4.



Photoelastic (left) and finite element (right) maximum shear stress trajectories developed in a photoelastic die: (a)  $P=300 \text{ N}$ , (b)  $P=500 \text{ N}$ , and (c)  $P=900 \text{ N}$  (from ref 4)

### **Conclusion, insertion de ce projet en mécatronique et à l'ENS Rennes :**

Un tel projet s'inscrirait à mon avis parfaitement dans une étude mécatronique. Il combinerait en effet plusieurs domaines transversaux de la physique allant dans un premier temps de l'optique à la mécanique et la physique du solide mais aussi pourrait assurément faire appel à de la modélisation informatique.

Ce projet pourrait s'inscrire dans des travaux menés au laboratoire GEM dans l'équipe E3M dont l'objectif est de proposer des outils de modélisation et de caractérisation permettant de tenir compte, dans une démarche globale de conception et dimensionnement des structures composites, des déformations et des contraintes internes, à l'échelle des plis mais aussi à celle des constituants (renforts et résine).

Par des réalisations de maquette de ces matériaux composites, une modélisation et une cartographie de contraintes pourrait être déduite. Dans son mémoire de fin d'étude (référence 3) Ourida Bourkache mentionne qu'on utilise généralement des modèles transparents en époxy pour simuler les vraies contraintes dans les pièces réelles mais qu'on peut cependant aussi analyser les contraintes dans les pièces réelles en utilisant la technique de recouvrement photoélastique (photo stress). La pièce à analyser est enduite d'une couche photoélastique qui permettra de mesurer les contraintes directement sur la pièce analysée.

De façon un peu plus ambitieuse il pourrait peut-être avoir également des applications en bio-mécaniques et pourquoi pas comme l'aborde Arnaud Germaneau dans sa thèse (ref 2) par des mesures analogues de photoélasticimétries 3D par découpage optique évaluant des contraintes osseuses s'insérer dans des projets sur l'humain avec l'équipe MimeTIC du professeur Frank Multon ou M2S du professeur Benoit Bideau.

#### **Sources documentaires :**

- 1) Thèse de Paul Grandgeorges « Le flambage élasto-capillaire de fibres et de membranes fibreuses fines pour la conception de matériaux étirables » soutenue le 09/02/2018 à l'institut Jean Le Rond d'Alembert (Sorbonne Université), <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02078788/document>
- 2) Thèse d'Arnaud Germaneau : « Développement de techniques de mesure dans le volume : photoélasticimétrie 3D par découpage optique et corrélation volumique par tomographie optique et rayons X. Application à l'étude des effets mécaniques 3D dans les structures et les biomatériaux » Université de Poitiers, Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées, soutenue le 7/11/2007 ; <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01273756/document>
- 3) Mémoire de fin d'étude d'Ourida Bourkache, master académique, option : construction mécanique ; Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou, faculté du génie de la construction, département de génie mécanique ; <https://dl.ummo.dz/bitstream/handle/ummo/10860/Bourkache%2C%20Ourida.pdf?sequence=1>
- 4) "Modeling frictional contact in shell structures using variational inequalities", N. El-Abbasi, S.A. Meguid, Finite Elements in Analysis and Design Volume 33, Issue 415 November 1999  
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168874X99000517>
- 5) « Photoélasticimétrie holographique: séparation des contraintes dans des matériaux photo élastiques; possibilités d'application aux modèles à déformations 'figées' » J. Monneret et M. Spajer ; Optica, Acta:International Journal of Optics Volume 24,1977-Issue 8 ;  
<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/713819638>

