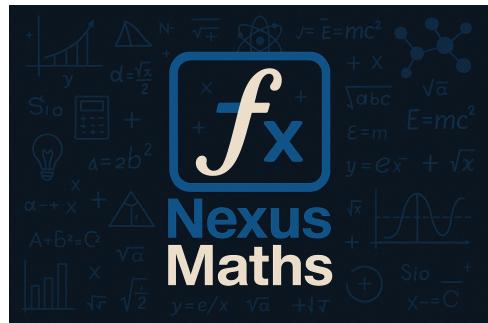


Nexus Maths - Article #1

Septembre 2025



Suites récurrentes : de Fibonacci à la compression audio

Introduction : Quand les suites font tourner le monde

Les maths ne sont pas seulement abstraites ! Certaines idées simples, comme les **suites récurrentes**, traversent les siècles et sont à la base d'algorithmes modernes en informatique et en physique. La célèbre **suite de Fibonacci** n'est pas qu'une jolie spirale dans un tournesol : elle se cache dans des algorithmes d'encodage audio, de compression de données et même dans certaines structures de données.

Qu'est-ce qu'une suite récurrente ?

Une suite récurrente est une suite où chaque terme dépend des précédents. Exemple classique : la suite de Fibonacci :

$$F_0 = 0, \quad F_1 = 1, \quad F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \quad n \geq 2$$

Il existe plein d'autres types de suites :

- Suites linéaires de premier ordre : $a_n = r \cdot a_{n-1}$
- Suites d'ordre 2, 3, ... avec coefficients variables
- Suites non linéaires : $a_n = a_{n-1}^2 - a_{n-2}$

La suite de Fibonacci

Chaque terme est la somme des deux précédents. Cette suite commence par 0 et 1 :

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, \dots$$

Le problème des lapins de Fibonacci Leonardo Fibonacci, dans *Liber Abaci* (1202), modélise la croissance d'une population de lapins :

Un couple de lapins est placé dans un enclos. Chaque couple adulte produit un nouveau couple chaque mois, et les lapins atteignent l'âge adulte après deux mois. Combien de couples y aura-t-il après n mois ?

On retrouve exactement la suite récurrente précédente.

Terme général : formule de Binet

On peut calculer un terme directement sans connaître tous les précédents grâce à la *formule de Binet* :

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} (\varphi^n - \varphi'^n)$$

avec $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,618$ et $\varphi' = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \approx -0,618$.

Démonstration rapide via polynôme caractéristique

Pour $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$, le polynôme caractéristique est :

$$x^2 - x - 1$$

Ses racines sont φ et φ' , et avec les conditions initiales $F_0 = 0, F_1 = 1$:

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} (\varphi^n - \varphi'^n)$$

Petit programme Python pour générer la suite

```
a = 0
b = 1
print(a)
print(b)
for j in range(1, 9):
    c = a + b
    print(c)
    a = b
    b = c
```

Exercice

Génère les 15 premiers termes de la suite de Fibonacci avec Python et trace un graphe de leur croissance.

Applications de la suite de Fibonacci

Dans la nature Phyllotaxie, spirales de tournesol, disposition des feuilles... le nombre d'or φ maximise la lumière et l'eau reçues par la plante.

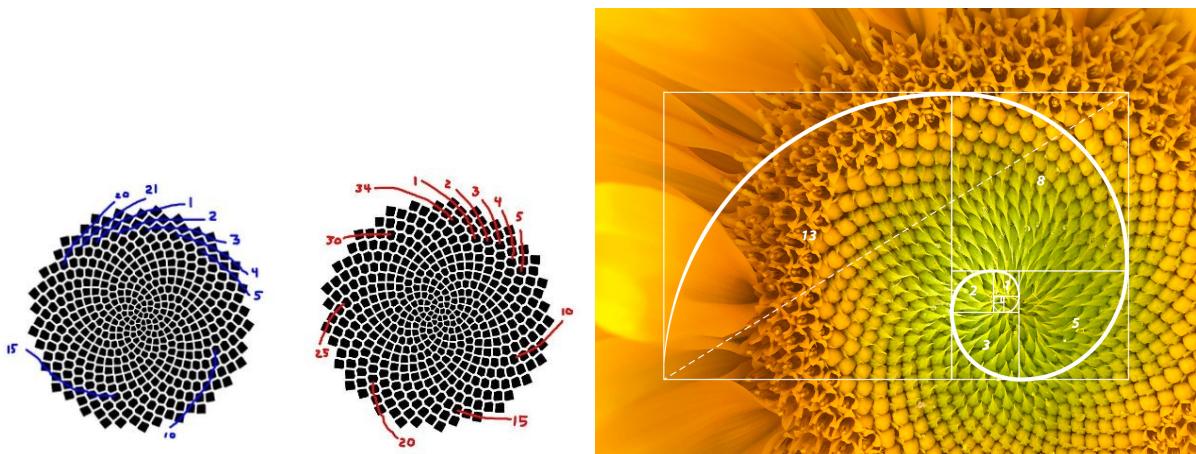


FIGURE 1 – Spirales de Fibonacci dans un tournesol

Compression audio et codage Fibonacci Chaque entier peut être exprimé comme une somme de nombres de Fibonacci non consécutifs (codage de Fibonacci). Utile pour la compression audio et l'encodage sans perte.

Exemple : $10 = 8 + 2 = F_6 + F_3$ **codage binaire :** 10010.

Pour aller plus loin : Audio Watermarking Based on Fibonacci Numbers — Fallahpour Megías

Merci de votre lecture !

Merci d'avoir lu cet article de **Nexus Maths**. Envoyez-nous vos retours, idées ou suggestions !

— L'équipe Nexus Maths

Sources et ressources

- Wikipedia, *Fibonacci number*, https://fr.wikipedia.org/wiki/Suite_de_Fibonacci
- Fallahpour, M. Megías, D. (2011), *Audio Watermarking Based on Fibonacci Numbers*, Research-Gate.