www.beeon.org

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

தேசிய வெளிக்கள நிலையம் தொண்டைமானாறு
முதலாம் தவணைப் பரீட்சை - 2024
National Field Work Centre, Thondaimanaru.
1st Term Examination - 2024

FWC

இணைந்த கணிதம் - (B)
Combined mathematics - (B)

Gr -12 (2025) | 10 | T | B

பகுதி - B

11) (a) $b \in \mathbb{R}$ எனவும் $f(x) = x^2 - bx + 1$ எனவும் கொள்வோம்.

(i) $f(x) = 0$ இன் பிரித்துக்காட்டியை b சார்பில் எழுதி, இதிலிருந்து சமன்பாடு $f(x) = 0$ இற்கு மெய்மூலங்கள் இருப்பதற்கான b இன் பெறுமானங்களின் வீச்சைக் காண்க.

(ii) சமன்பாடு $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் α, β எனக் கொள்வோம். $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ ஆகியவற்றை b சார்பில் எழுதுக.

$\alpha(\alpha+1) + \beta(\beta+1) = b^2 + b - 2$ எனக் காட்டுக.

$\alpha(\alpha+1) + \beta(\beta+1)$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு $x^2 - (b^2 + b - 2)\,x + (b+2) = 0$ எனக் காட்டுக.

மேலும் பொருத்தமான உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி $\alpha(\alpha+\beta+1)$, $\beta(\alpha+\beta+1)$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு $x^2 - b(b+1)x + (b+1)^2 = 0$ என்பதை உய்த்தறிக.

(b) $a \neq b$ இற்கு $x^2 + ax + b = 0$, $x^2 + bx + a = 0$ ஆகிய சமன்பாடுகளுக்கு ஒரு பொதுமூலம் இருப்பின் $1 + a + b = 0$ எனக் காட்டுக.

மற்றைய மூலங்கள் $x^2 + x + ab = 0$ எனும் சமன்பாட்டை திருப்தி செய்யும் எனவும் காட்டுக.

12) (a) $a, b \in \mathbb{R}$ இற்கு $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 6$ எனக் கொள்வோம். $(x-1), (x-2)$ என்பன $f(x)$ இன் காரணிகள் எனத் தரப்படின் $a = -9$, $b = 13$ எனக் காட்டுக.

a, b இன் இப்பெறுமானங்களுக்கு $f(x)$ ஐ ஏகபரிமாணக் காரணிகளின் பெருக்கமாகத் தருக. இதிலிருந்து $f(x)$ ஐ $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2$ இனால் வகுக்க வரும் ஈவையும் மீதியையும் காண்க.

(b) $y = \frac{x^2+5}{x-2}$ எனத் தரப்படின் x இன் மெய்ப்பெறுமானங்களுக்கு y ஆனது -2 இற்கும் 10 இற்கும் இடையிலுள்ள எந்தவொரு பெறுமானத்தையும் எடுக்காது எனக்காட்டுக.

www.beeon.org

www.beeon.org
(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

(c) $a > 0$ ஆகவும் $b^2 - 4ac < 0$ ஆகவும் இருப்பின் x இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானங்களுக்கும் $ax^2 + bx + x > 0$ ஆகும் எனக் காட்டுக.
மேலேயுள்ள முடிவைப் பயன்படுத்தி $2x^2 + 4x - 22 + m(x+5) > 0$ எனத் தரப்படின் $8 < m < 24$ என்பதை நிறுவுக.

13) (a) பின்வரும் சர்வசமன்பாடுகளை நிறுவுக.

(i) $\frac{1}{1-\cos\theta} + \frac{1}{1+\cos\theta} = 2\,\mathrm{cosec}^2\theta$

(ii) $\tan\theta + \cot\theta = \sec\theta\ \mathrm{cosec}\,\theta$

(b) $\cos\theta + \sin\theta = a\,, \cos 2\theta + \sin 2\theta = b$ எனத் தரப்படின் $\cos 2\theta = b + 1 - a^2$ எனக்காட்டி $a^2(2 - a^2) = (b + 1 - a^2)^2$ என்பதை நிறுவுக.

(c) $\sin(A - B)$ இன் விரிவை $\sin A\,, \cos A\,, \sin B\,, \cos B$ சார்பில் எழுதுக. இதிலிருந்து $\frac{\sin 5\theta}{\sin\theta} - \frac{\cos 5\theta}{\cos\theta} = \frac{\sin 4\theta}{\sin\theta\cos\theta} = 4\cos 2\theta$ என நிறுவுக. $\theta = 18°$ என இடுவதன் மூலம் $4\sin 18°\cos 36° = 1$ எனக் காட்டுக. $\sin 18°$ ஆனது $8x^3 - 4x + 1 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலமென நிறுவுக. மேலும் $8x^3 - 4x + 1 = (2x-1)\,(4x^2 + 2x - 1)$ எனத் தரப்படும் போது $\sin 18° = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$ என்பதை உய்த்தறிக.

14) (a) $\sin(A + B)$ இன் விரிவை $\sin A\,, \cos A\,, \sin B\,, \cos B$ சார்பில் எழுதுக. இதிலிருந்து $\cos(A + B)$ இற்கான விரிவை உய்த்தறிக. A, B இற்குப் பொருத்தமான பெறுமானங்களை இடுவதன் மூலம் $\sin 2\theta\,, \cos 2\theta$ என்பவற்றை θ சார்பில் கண்டு $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$ எனக் காட்டுக. மேலேயுள்ள முடிவுகளைப் பயன்படுத்தி $\cos 3\theta - 4\cos 2\theta + 2\cos\theta - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(b) $2\sqrt{2}\cos\theta\ (\cos\theta + \sin\theta) = \sqrt{2} + 1$ எனத் தரப்படின் $\cos 2\theta + \sin 2\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ எனக் காட்டுக.
$\cos\left(2\theta - \frac{\pi}{4}\right) = K$ ஆகுமாறு மாறிலி K ஐக் கண்டு சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(c) $\frac{1-\cos 2A+\cos 2B-\cos(2A+2B)}{1+\cos 2A-\cos 2B-\cos(2A+2B)} = \cot B\tan A$ என நிறுவுக.

www.beeon.org

www.beeon.org
(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

15) (a) O என்ற உற்பத்தி குறித்து ஒரே நேர்கோட்டில் இல்லாத புள்ளிகள் A, B, C இன் தானக்காவிகள் முறையே $\underline{a}, \underline{b}, |b|\underline{a} + |a|\underline{b}$ ஆகும். AB மீது D என்பது $|\underline{a}| : |\underline{b}|$ ஆகுமாறுள்ள புள்ளிகளாகும். O, D, C என்பன ஒரே நேர்கோட்டுப்புள்ளிகளாகும் எனக் காட்டுக.

(b) $ABCDEF$ ஒழுங்கான அறுகோணி.

$\overrightarrow{AB} = \underline{a}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{b}$ எனக் காண்க.

பின்வருவனவற்றை $\underline{a}, \underline{b}$ சார்பாகக் காண்க.

(i) $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC}$

(ii) $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{BE}$

(iii) AD, BE என்பன O வில் வெட்டினால் எண்ணிப் பெருக்கத்தைப் பயன்படுத்தி $AO = OB$ எனக் காட்டுக.

16) (a) O என்ற உற்பத்தி குறித்து A, B, C என்ற புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே $\underline{a}, \underline{b}, \underline{a} + \underline{b}$ ஆகும்.

(i) $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AB}$ என்பவற்றை $\underline{a}, \underline{b}$ சார்பாகக் காண்க.

(ii) $AB = OC$ எனின் $|\underline{a} - \underline{b}|$, $|\underline{a} + \underline{b}|$ என்பவற்றை கருதுவதன் மூலம் $OA \perp AC$ எனக் காட்டுக.

(b) $\underline{a}, \underline{b}$ என்பவற்றுக்கிடையான கோணம் $120°$ ஆகவும் $|\underline{a} + \underline{b}| = |\underline{a}|$ ஆகவும் இருப்பின் எண்ணிப்பெருக்கத்தின் மூலம் $|\underline{a}| = |\underline{b}|$ எனக் காட்டுக.

17) (a) $8\,cm$, $15\,cm$ நீளமான இலேசான நீளா இழைகளால் $17\,kg$ திணிவுள்ள துணிக்கை கட்டப்பட்டு மறு நுனிகள் ஒரே மட்டத்தில் 17cm இடைத்தூரத்தில் கட்டப்பட்டுள்ளன. சமனிலையில் உள்ளன ஒரு விசை முக்கோணி வரைந்து இழைகளில் இழுவைகளைக் காண்க.

(b) 2, $2\sqrt{3}$, 2, $4\sqrt{3}$ பருமனுள்ள விசைகள் முறையே AB, AC, AD, AE வழியே ஒரே தளத்தில் தாக்குகின்றன. இங்கு $B\hat{A}C = 30°$, $C\hat{A}D = 30°$, $D\hat{A}E = 30°$. இவ்விசைத் தொகுதியின் விளையுளின் பருமனையும் விளையுள் AB யுடன் அமைக்கும் கோணத்தையும் காண்க.

www.beeon.org