



தேசிய வெளிக்கள நிலையம் தொண்டைமானாறு
இரண்டாம் தவணைப் பரீட்சை - 2024
National Field Work Centre, Thondaimanaru.
2nd Term Examination - 2024

இணைந்த கணிதம் - (B)
Combined mathematics - (B)

Gr -12 (2025)

10

T

B

பகுதி - B

- 11) (a) $f(x) = x^2 - (3K + 1)x + (K + 1)(K - 2)$ எனக் கொள்வோம். இங்கு $K \in \mathbb{R}$ ஆகும். $f(x) = 0$ இன் பிரித்துக் காட்டியை K சார்பில் எழுதுக. இதிலிருந்து $f(x) = 0$ இற்கு இரு வேறுவேறான மெய்மூலங்கள் இருக்கின்றதெனக் காட்டுக.
- $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் α, β எனக் கொள்வோம். $\alpha + \beta, \alpha\beta$ ஆகியவற்றை K சார்பில் எழுதுக. α, β ஆகிய இரண்டும் மறையாக இருக்குமாறு K இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.
- பொருத்தமான பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி $\alpha + 1, \beta + 1$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு $x^2 - 3(K + 1)x + K(K + 2) = 0$ என்பதை உய்த்தறி்க.
- (b) $f(x)$ என்பது படி இரண்டிலும் கூடிய பல்லுறுப்பி சார்பு, $a, b \in \mathbb{R}, a \neq b$ ஆகும். மீதித் தேற்றத்தை மீண்டும் மீண்டும் பயன்படுத்துவதன் மூலம் $f(x)$ ஆனது $(x - a)(x - b)$ ஆல் வகுக்கப்படும் போது மீதி $\left\{ \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \right\} (x - a) + f(a)$ எனக் காட்டுக.
- $f(x) = x^3 + Px^2 + qx + 1$ எனக் கொள்வோம்.
- இங்கு $p, q \in \mathbb{R}$ ஆகும். $f(x)$ ஆனது $(x - 1)(x - 2)$ இனால் வகுக்கப்படும் போது பெறப்படும் மீதி $-10x + 5$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. மேலேயுள்ள முடிவை மாத்திரம் பயன்படுத்தி $P = -5$ எனக் காட்டி. q இன் பெறுமானத்தையும் காண்க.
- 12) (a) முதற் கோட்பாடுகளிலிருந்து $\sqrt{\sin x}$ இன் 1ம் வகையீட்டுப் பெறுமதியைக் காண்க.
- (b) பின்வரும் சார்புகளை x குறித்து வகையிடுக.
- $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$
 - $\frac{1 + e^x}{1 - e^x}$
 - $x^{x^2 + 1}$
- (c) $y = e^x \cos e^x$ எனின்
- $\frac{d^2y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + (e^{2x} + 2)y = 0$ எனக் காட்டுக.

(d) $x = \sin n\theta$, $y = \cos m\theta$ எனின்

$$n^2(1-x^2) \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = m^2(1-y^2) \text{ எனக் காட்டி } n^2(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - n^2x \frac{dy}{dx} + m^2y = 0$$

எனக் காட்டுக.. இங்கு n, m என்பன மெய்மாறிலிகள்.

13) (a) வழமையான குறியீடுகளுடன் யாதாயினும் ஒரு முக்கோணி ABC இற்கு சைன் நெறியை கூறி நிறுவுக.

வழமையான குறியீடுகளுடன் முக்கோணி ABC இல் $\frac{a+b-c}{a+b+c} = \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2}$ எனக் காட்டுக.

(b) $x > 0$ இற்கு $\tan^{-1} \left(\frac{x}{2}\right) + \tan^{-1} \left(\frac{x}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க இதிலிருந்து $\sin \left\{ \frac{\pi}{4} - \tan^{-1} \left(\frac{1}{3}\right) \right\} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ எனக் காட்டுக.

(c) $x = \tan \alpha$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$) எனும் பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி $\sin^{-1} \left\{ \frac{2x}{1+x^2} \right\} + \cos^{-1} \left\{ \frac{1-x^2}{1+x^2} \right\} + \tan^{-1} \left\{ \frac{2x}{1-x^2} \right\} = \pi$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

14) (a) $\sin(A+B)$, $\sin(A-B)$ ஆகியவற்றை $\sin A$, $\sin B$, $\cos A$, $\cos B$ ஆகியவற்றின் சார்பில் எழுதுக. இதிலிருந்து $\sin C + \sin D = 2 \sin \left(\frac{C+D}{2}\right) \cos \left(\frac{C-D}{2}\right)$ எனக் காட்டுக

$$\sin C - \sin D = 2 \cos \left(\frac{C+D}{2}\right) \sin \left(\frac{C-D}{2}\right) \text{ என்பதை உய்த்தறிக்க}$$

சமன்பாடு $\sin 7x + \sin 5x - \cot x (\sin 7x - \sin 5x) = 0$ ஐ தீர்க்க.

(b) $\sin 7\theta + \sin \theta$ ஐ கருதுவதன் மூலம் $\sin 7\theta = \sin \theta \{8 \cos \theta \cos 2\theta \cos 3\theta - 1\}$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து

$4 \cos \theta \cos 2\theta \cos 3\theta - 1$ இன் தீர்வுகளை 0 இற்கும் $\frac{\pi}{4}$ இற்கும் இடையில் காண்க.

(c) $\frac{\tan 5\theta + \tan 3\theta}{\tan 5\theta - \tan 3\theta} = 4 \cos 2\theta \cos 4\theta$ எனக் காட்டுக.

15) (a) A, B ஆகிய புகையிரத நிலயங்களுக்கு இடையில் உள்ள புகையிரதப்பாதை ஆனது நேர்கோட்டின் வழியே அமைந்துள்ளதுடன் புகையிரதப் பாதையின் நீளம் $7d$ ஆகும். A இல் ஓய்வில் இருந்து புறப்படும் புகையிரதம் P ஆனது சீரான ஆர்முடுகல் f உடன் d தூரத்திற்கு இயங்கி பின் தனது ஆர்முடுகலை $2f$ என்னும் சீரான ஆர்முடுகலாக அதிகரித்து ஆர்முடுகல் f உடன் இயங்கிய நேரத்திற்கு இயங்கி உடனடியாக சீராக அமர்முடுகி சென்று நிலையம் B இல் ஓய்விற்கு வருகின்றது.

i) A இல் இருந்து B ற்கு புகையிரதத்தின் இயக்கத்திற்கான வேக நேர வரைபை வரைந்து அதிலிருந்து

ii) ஆர்முடுகல் f உடன் இயங்கிய நேரம் $T = \sqrt{\frac{2d}{f}}$ எனக் காட்டி ஆர்முடுகல் $2f$ உடன் இயங்கிய தூரத்தையும் காண்க.

iii) புகையிரம் இயங்கிய மொத்த நேரம் $\frac{8T}{3}$ எனக் காட்டி , அமர்முடுகலின் பருமனையும் காண்க.

(b) கிடைத்தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளி O இல் இருந்து கிடையுடன் θ கோணத்தில் V கதியில் நிலைக்குத்துத் தளத்தில் ஒரு துணிக்கை P எறியப்படுகிறது. துணிக்கை ஆனது கிடைத்தரையில் துணிக்கை இயங்கும் தளத்தில் உள்ள புள்ளி A இற்கு நேர் மேலே $3a$ உயரத்தில் உள்ள புள்ளி B இல் உள்ள போது துணிக்கையின் கிடை, மேல்நோக்கிய நிலைக்குத்து கதிகள் முறையே $\sqrt{3ag}, \sqrt{3ag}$ ஆகும்.

(அ) (i) V, θ ஐக் காண்க.

(ii) துணிக்கையின் எறியற் புள்ளி ஊடான கிடை வீச்சை காண்க.

(ஆ) துணிக்கை P ஆனது B இல் உள்ள போது துணிக்கை Q ஆனது புள்ளி O இல் இருந்து துணிக்கை P இயங்கிய தளத்தில் கிடையுடன் α கோணத்தில் கதி u உடன் எறியப்படுகின்றது. இரு துணிக்கைகளும் O இன் ஊடான கிடைத்தரையை ஒரே புள்ளி C இல் ஒரே நேரத்தில் அடிக்கின்றன.

(i) u, α ஐக் காண்க.

(ii) கிடைத் தரையில் இருந்து துணிக்கைகள் P, Q அடைந்த அதிஉயர் உயரங்களைக் காண்க.

16) (a) முக்கோணி OAB இல் AB இன் நடுப்புள்ளி C ஆகும். D ஆனது OA இன் மீது $OD : DA = 1 : 2$ ஆகுமாறு ஒரு புள்ளி ஆகும். OC உம் BD உம் E இல் சந்திக்கின்றன. $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$, $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ ஆகும்.

(அ) (i) $\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}$ என்பவற்றை $\underline{a}, \underline{b}$ சார்பில் காண்க.

(ii) $BE : ED = \lambda : 1 - \lambda$ எனில்

\overrightarrow{OE} ஐ $\underline{a}, \underline{b}, \lambda$ சார்பில் காண்க.

(iii) $\overrightarrow{OE} = \mu \overrightarrow{OC}$ எனில் λ, μ ஐக் காண்க.

(ஆ) பகுதி அ இல் $\underline{a} = 12\underline{i}$, $\underline{b} = 2\underline{i} + 8\underline{j}$ எனத் தரப்பட்டின்

(i) $\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{DB}$ ஆகியவற்றை $\underline{i}, \underline{j}$ சார்பில் காண்க.

(ii) $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{DB}$ ஐக் கண்டு $\angle BEC$ ஐக் காண்க.

(iii) P ஆனது OB இன் மீது A, E, P ஒரே நேர்கோட்டில் அமையுமாறான புள்ளி எனில் \overrightarrow{OP} ஐக் காண்க.

(b) ΔABC இல் A, B இல் இருந்து முறையே BC, CA இற்கு வரையும் செங்குத்துக்கள் சந்திக்கும் புள்ளி H ஆகும்.

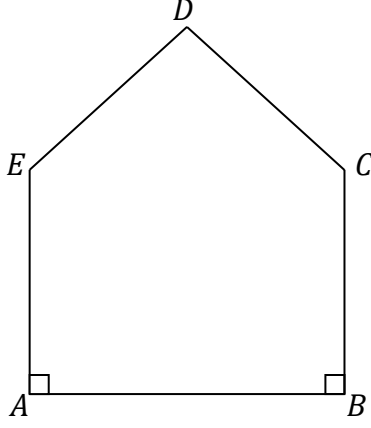
H குறித்து A, B, C ஆகிய புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ ஆகும்.

(i) $\underline{a} \cdot (\underline{b} - \underline{c}) = 0$ எனக் காட்டுக.

(ii) $\underline{b} \cdot (\underline{c} - \underline{a}) = 0$ எனக் காட்டுக.

(iii) இவற்றில் இருந்து $AB \perp CH$ எனக் காட்டுக.

17) (a)



படத்தில் காட்டியவாறு $ABCDE$ ஓர் ஐங்கோணி. $\angle EAB = \angle ABC = \frac{\pi}{2}$, $AE = ED =$

$DC = CB$, $AD = BD = \sqrt{3} AE$ ஆகும்.

(i) $\angle EAD = 30^\circ$ எனக் காட்டுக.

(ii) \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{EA} வழியே முறையே $2\sqrt{3}N$, $5N$, $3\sqrt{3}N$, $1N$ விசைகள் தாக்குகின்றன. விளையுளின் பருமன், திசையைக் காண்க.

(iii) முறையே \overrightarrow{AE} , \overrightarrow{DA} வழியே தாக்கும் P , Q மேலதிக விசைகளினால் விசைகள் யாவும் சமனிலையில் இருப்பின் P , Q ஐக் காண்க.

(b) விறைப்பான உடல் ஒன்றில் A , B ஆகிய புள்ளிகளில் முறையே PN , QN ஒத்த சமாந்தர விசைகள் தாக்குகின்றன. அவற்றின் விளையுள் AB இன் மீது உள்ள புள்ளி O இன் ஊடு செல்கிறது.

P , Q என்பன முறையே RN , SN ஆல் அதிகரிக்கும் போதும் விளையுள் O இன் ஊடு செல்கிறது.

P , Q இற்கு பதில் முறையே Q , R ஒத்த சமாந்தர விசைகள் அதே புள்ளிகளில் தாக்கும் போதும் விளையுள் O இன் ஊடு செல்கிறது.

(i) $Q^2 = RP$

(ii) $\frac{P}{Q} = \frac{Q}{R} = \frac{R}{S}$

(iii) $Q^3 = SP^2$

(iv) $R - S = \frac{(Q-R)^2}{P-Q}$ எனக் காட்டுக.