



**தேசிய வெளிக்கள நிலையம் தொண்டைமானாறு**  
**மூன்றாம் தவணைப் பரீட்சை - 2025**  
**National Field Work Centre, Thondaimanaru.**  
**3<sup>rd</sup> Term Examination - 2025**

**இணைந்த கணிதம் - (B)**  
**Combined mathematics - (B)**

**Gr -12 (2025)**

**10**

**T**

**B**

**பகுதி - B**

- 11) (a)  $x^2 + x - 1 = 0$  என்ற இருபடிச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள்  $\alpha, \beta$  எனின்  $\alpha^2 = \beta + 2, \beta^2 = \alpha + 2$  என நிறுவுக.  $\left(\frac{\alpha+1}{\beta+1}\right), \left(\frac{\beta+1}{\alpha+1}\right)$  என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச்சமன்பாடு  $x^2 + 3x + 1 = 0$  எனக்காட்டுக. மேலும்  $\frac{\alpha+\beta+2}{\beta+1}, \frac{\alpha+\beta+2}{\alpha+1}$  என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டை உய்த்தறிக.
- (b)  $x^2 + ax + b = 0, x^2 + bx + a = 0 (a \neq b)$  ஆகிய சமன்பாடுகளுக்கு ஒரு பொது மூலம் இருப்பின்  $a + b + 1 = 0$  எனக்காட்டுக.  
 சமன்பாடு  $2x^3 - (a + b)x^2 + (a + b - 1)x = (a + b)^2$  இன் மூலகங்களைக் காண்க.
- (c)  $k \in \mathbb{R}$  எனவும்  $(x - k)^2$  ஆனது  $P(x)$  இன் காரணி எனவும் தரப்படின்  $(x - k)$  ஆனது  $P'(x)$  இன் காரணி எனக்காட்டுக.  
 $f(x) = x^4 - 2x^3 + 5x^2 + ax + b$  என்க.  $(x - 1)^2$  ஆனது  $f(x)$  இன் காரணி எனத்தரப்படின்  $b = 4, a = -8$  எனக்காட்டுக.  
 $f(x) = (x - 1)^2(x^2 + px + q)$  ஆகுமாறு மாறிலிகள்  $p, q$  இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.  
 இதிலிருந்து  $f(x)$ ஐ  $(x - 1)^3$  ஆல் வகுக்கவரும் மீதியைக் காண்க.
- 12) (a)  $x \neq 1$  இற்கு  $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{(x - 1)^2}$  எனக்கொள்வோம்.  
 $x \neq 1$  இற்கு  $f'(x)$  ஆனது  $f'(x) = \frac{5 - x}{(x - 1)^3}$  இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.  
 இதிலிருந்து  $f(x)$  ஆதிதிகரிக்கின்ற ஆயிடைகளையும்  $f(x)$  குறைகின்ற ஆயிடைகளையும் காண்க.  
 அத்துடன்  $f(x)$  இன் திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க.  
 $x \neq 1$  இற்கு  $f''(x) = \frac{2(x - 7)}{(x - 1)^4}$  எனத்தரப்பட்டுள்ளது  $y = f(x)$  இன் வரைபின் விபத்திப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

அணுகுகோடுகள், திரும்பப் புள்ளி, விபத்திப்புள்ளி அச்சை வெட்டும் புள்ளிகள் ஆகியவற்றைக் காட்டி  $y = f(x)$  இன் வரைபை பரும்படியாக வரைக.

- (b)  $a$  நீளமுள்ள கம்பித்துண்டொன்று இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு ஒன்று சதுரமாகவும் மற்றையது செவ்வகமாகவும் வளைக்கப்படுகின்றது. சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளம்  $x$  எனவும் செவ்வகத்தின் ஒரு பக்க நீளம்  $2x$ , மற்றைய பக்கம்  $y$  எனவும் கொண்டு  $0 < x < \frac{a}{8}$  இற்கு  $y = \frac{a-8x}{2}$  எனக்காட்டுக. சதுரத்தினதும் செவ்வகத்தினதும் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகை  $A$  எனின்  $0 < x < \frac{a}{8}$  இற்கு  $A = ax - 7x^2$  எனக்காட்டுக.  $A$  உயர்வாக இருக்கம்  $x$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

- 13) (a)  $\sin(A + B)$  இன் விரிவை  $\sin A, \sin B, \cos A, \cos B$  சார்பில் எழுதுக. இதிலிருந்து  $\cos(A - B)$  இன் விரிவை உய்தறிக.

$$(\sin x + \cos x)(\sin 2x, \cos 2x) = \sin 3x + \cos x \text{ எனக்காட்டி}$$

$$(\sin x + \cos x)(\sin 2x + \cos 2x) - \cos 5x = 0 \text{ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.}$$

- (b) வழமையான குறியீடுகளுடன் யாதாயினும் ஒரு முக்கோணி  $ABC$  இற்கு சைன் நெறியை கூறுக.

முக்கோணி  $ABC$  இல் பக்கம்  $BC$  இன் நடுப்புள்ளி  $D$  ஆகும்.  $AD$  ஆனது  $AB, AC$  என்பவற்றுடன் முறையே  $\alpha, \beta$

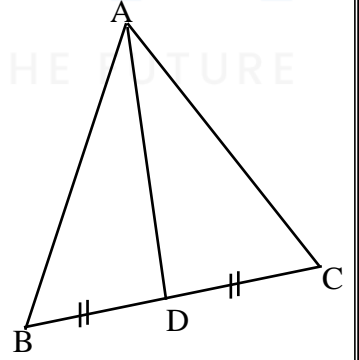
கோணங்களை அமைக்கின்றது. மேலும்  $\widehat{ADC} = \theta$  எனின்

$$\Delta ABD \text{ இல் } \sin \text{ விதியை பிரயோகித்து } AD = \frac{a \sin(\theta - \alpha)}{2 \sin \alpha}$$

எனக்காட்டுக.  $\Delta ADC$  இல்  $AD$  இற்கு இன்னோர்

$$\text{தொடர்பை பெற்று } \frac{\sin(\theta - \alpha)}{\sin \alpha} = \frac{\sin(\theta + \beta)}{\sin \beta} \text{ எனக்காட்டுக.}$$

$$\text{மேலும் } 2 \cot \theta = \cot \alpha - \cot \beta \text{ எனவும் காட்டுக.}$$



- (c)  $\tan^{-1} \left\{ \frac{1}{1+x} \right\} + \tan^{-1} \left\{ \frac{1}{1+2x} \right\} = \tan^{-1} \left\{ \frac{8}{x^2} \right\}$  எனின்  $x(x - 6)(3x + 4) = 0$  எனக்காட்டுக.

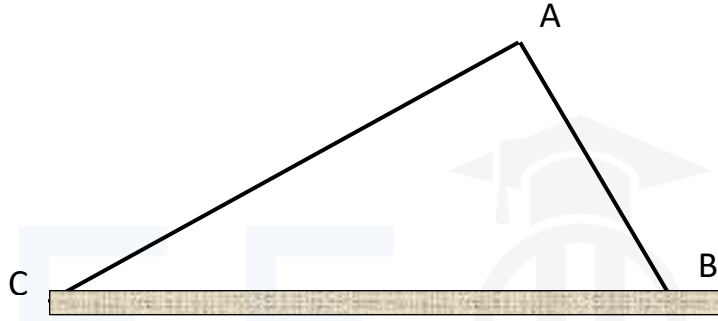
$$\text{இம் முடிவைப் பயன்படுத்தி } \tan^{-1} \left\{ \frac{1}{1+e^x} \right\} + \tan^{-1} \left\{ \frac{1}{1+2e^x} \right\} = \tan^{-1} \left\{ \frac{8}{e^{2x}} \right\} \text{ எனின்}$$

$$x = \ln 6 \text{ எனக்காட்டுக.}$$

- 14) (a)  $a, x + b_1y + c_1 = 0, a_2x + b_2y + c_2 = 0$  ஆகிய இடைவெட்டும் நேர்கோடுகளுக்கு இடையிலான கோணங்களின் இருகூறாக்களின் சமன்பாடுகள்  $\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} = \pm \frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$  எனக்காட்டுக.
- (b)  $l \equiv ax + by + c = 0$  என்பது ஒரு நேர்கோடு எனவும்  $P_1 \equiv (x_1, y_1), P_2 \equiv (x_2, y_2)$  என்பன இரு புள்ளிகள் எனவும் கொள்க.  
 $(ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) \geq 0$  என்பதற்கேற்ப புள்ளிகள்  $P, Q$  என்பன நேர்கோடு  $ax + by + c = 0$  இற்கு ஒரே பக்கத்தில் அல்லது எதிர்ப்பக்கங்களில் இருக்கும் எனக்காட்டுக.
- (c)  $\triangle ABC$  இன் பக்கங்கள்  $AB, BC, CA$  என்பவற்றின் சமன்பாடுகள் முறையே  $x - y = 0, 2x + y + 4 = 0, 11x - 2y - 8 = 0$  ஆகும். புள்ளி  $A \equiv \left(\frac{8}{9}, \frac{8}{9}\right)$  எனக்காட்டி புள்ளிகள்  $B, C$  இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.  
 $\angle C$  இன் உள்ளிருகூறாக்கி  $7x + y + 4 = 0$  எனக்காட்டுக. இவ்விருகூறாக்கி  $AB$  ஐ  $D$  இல் சந்திக்கின்றது.  $\angle D$  இன் உள்ளிருகூறாக்கி  $3x - y + 1 = 0$  எனக்காட்டுக. இவ்விருகூறாக்கி  $BC$  ஐ  $E$  இல் சந்திப்பின்  $E$  இன் ஆள்கூறையைக் காண்க.
- 15) (a) ஒரு நேரான வீதியில் ஒரு பேருந்து தரிப்பிடத்தில் மனிதன் ஒருவன் நிற்கின்றான் அவனுக்கு பின்னால்  $d$  தூரத்தில் பேருந்து ஒன்று வேகம்  $u$  உடனும் சீரான ஆர்முடுகல்  $f$  உடனும் பேருந்து தரிப்பிடத்தை நோக்கிய திசையில் வருவதை காண்கிறான். உடன் அவன் ஓய்வில் இருந்து புறப்பட்டு சீரான ஆர்முடுகல்  $2f$  உடன் பேருந்து இயங்கும் திசையில் ஓடுகின்றான்.  $T$  நேரத்தில் பேருந்து அவனை மட்டுமட்டாக சந்தித்து தொடர்ந்து இயங்குகின்றன.  
 (i) பேருந்தினதும், மனிதனதும் வேக நேர வரைபுகளை ஒரே வரிப்பத்தில் வரைக.  
 (ii)  $d$  ஐ  $u, T$  சார்பில் காண்க.  
 (iii) பேருந்து, மனிதன் என்பவற்றின் ஆர்முடுகல்களை காண்க.  
 (iv) இரண்டும் இயங்க தொடங்கி  $2T$  நேரத்தில் பேருந்துக்கும் மனிதனுக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் யாது?
- (b) சமாந்தரமான நேர் கரைகளையும் அகலம்  $a$  ஐயும் உடைய ஓர் ஆறு சீரான கதி  $u$  உடன் பாய்கின்றது.  $A, B$  என்னும் ஆற்றின் இரு கரைகளிலும் உள்ள புள்ளிகள்  $\overline{AB}$  ஆனது ஆறு பாயும் திசையுடன்  $120^\circ$  உள்ளவாறு உள்ளன. ஆறு சார்பாக  $\sqrt{3}u$  கதியுடன் நீந்தக்க மனிதன்  $A$  இல் இருந்து நீந்தி  $B$  ஐ அடைகின்றான்.

- (i) சார்புவேக கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி வேகமுக்கோணி வரைவதன் மூலம் மனிதன் நீந்திய கதிரையையும், ஆறு சார்பாக மனிதன் நீந்திய திசையையும் காண்க.
- (ii) மனிதன் A இல் இருந்து Bஐ அடைய எடுத்த நேரம் யாது?
- (iii) ஆறு சார்பாக மனிதன்  $\sqrt{3}u$  கதியுடன் ஆற்றோட்டத்திற்கு செங்குத்தாக A இல் இருந்து நீந்த தொடங்குவான் எனில் சார்பு வேக கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி மனிதன் B இல் இருந்து  $\frac{2a}{\sqrt{3}}$  தூரத்தில் கரையை அடைவான் எனக் காட்டுக.

16)



முக்கோணி  $ABC$  ஆனது  $M$  திணிவுள்ள ஓர் ஒப்பமான சீரான ஆப்பின் திணிவு மையத்தின் ஊடான குறுக்கு வெட்டாகும்.  $\hat{C}AB = \frac{\pi}{2}$   $\hat{A}BC = \alpha$  ( $\alpha > \frac{\pi}{4}$ ) முகம்  $BC$  ஆனது ஒப்பமான கிடைநிலத்தில் தங்க ஆப்பானது வைக்கப்பட்டு உச்சி  $A$  இற்கு அருகில் சமதிணிவு  $m$  உடைய  $P, Q$  ஆகிய துணிக்கைகள் முறையே  $AC, AB$  இன் அதி உயர் சரிவுக்கோடுகள் வழியே இயங்குமாறு வைக்கப்பட்டு விடப்படுகின்றன. இங்கு  $BC = a$  ஆகும்

- (i) ஆப்பு, துணிக்கைகள் மீது தாக்கும் விசைகள், ஆர்முடுகல்களை குறிக்க.
- (ii) பொருத்தமான சமன்பாடுகளை பெற்று ஆப்பு  $\sqrt{\frac{2a}{g \tan \alpha}}$  என்ற நேரத்துக்கு ஓய்வில் இருந்து பின்  $\frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \cos^2 \alpha}$  என்ற ஆர்முடுகலுடன் இயங்கும் எனக்காட்டுக.

- 17) (a) I.  $a, b, c$  காவிகளாக  $a.(b + c) = \underline{a.b} + \underline{a.c}$  எனக்காட்டுக.
- II.  $O$  என்ற உற்பத்தி குறித்து  $A, B$  என்ற புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே  $\underline{a}, \underline{b}$  ஆகும். புள்ளி  $c$  இன் தானக்காவி  $\underline{a} + \underline{b}$  ஆகும்.  $\frac{BM}{MC} = \frac{1}{3}, \frac{AN}{NC} = 4$  ஆகுமாறு  $M, N$  ஆகிய புள்ளிகள் முறையே  $BC, AC$  என்பவற்றிலுள்ளன.  $AM, ON$  என்பன  $L$  இல் வெட்டுகின்றன.  $\frac{ML}{LA} = \mu, \frac{OL}{LN} = \lambda$  ஆகும்.
- (i)  $M, N$  என்பவற்றின் தானக்காவிகளைக் காண்க.
- (ii)  $\overrightarrow{AL}, \overrightarrow{OL}$  என்பவற்றை  $\lambda, \mu, \underline{a}, \underline{b}$  சார்பாக காண்க.
- (iii) காவிக்கூட்டல் மூலம்  $\lambda, \mu$  ஐக் காண்க.
- (b)  $ABCDEF$ ,  $4\text{ cm}$  பக்கமுள்ள ஒழுங்கான அறுகோணி  $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{EF}$  வழியே முறையே  $4\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 12, 4, 2, 2$  என்ற விசைகள் தாக்குகின்றன.
- (i) விளையுளின் பருமனைக் காண்க.
- (ii) விளையுள்  $BC$  உடன் அமைக்கும் கோணத்தை காண்க.
- (iii) விளையுள்  $BC$  ஐ வெட்டும் புள்ளியைக் காண்க.
- (iv) இவ் விளையுள்  $C$  ஊடாக தாக்குமாறு செய்வதற்கு சேர்க்கப்படவேண்டிய இணையை காண்க.

