



## தொண்டமானாறு வெளிக்கள் நிலையம் நடாத்தும்

முதலாம் தவணைப் பரிசை - 2021

**Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.**

**1<sup>st</sup> Term Examination - 2021**

**இணைந்த கணிதம் - A**

**Combined mathematics - A**

**Three Hours**

**10**

**T**

**A**

**Gr -12 (2022)**

**கூட்டுறவு**

--	--	--	--	--

**அறிவுறுத்தல்கள்:**

- பகுதி A இன் எல்லாவினாக்களுக்கும் விடையுமிகு கூட்டுறவு விளைவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரிசை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரிசை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

<b>இணைந்த கணிதம் I</b>		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

**இணைந்த கணிதம் I**

**இணைந்த கணிதம் II**

**இறுதிப் புள்ளிகள்**

I)  $f(x) = kx^2 - 2k^2x + k$  எனக்கொள்வோம்; இங்கு  $k \neq 0$ ,  $x$  இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களுக்கும்  $f(x) > 0$  ஆகுமாறு  $k$  இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

2) சமனிலி  $\frac{1-2x}{3x+1} < 1$  ஈத் தீர்க்க.

$$3) \quad a = b + c \text{ எனின் } a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \text{ எனக் காட்டுக.$$

இதிலிருந்து,  $8(x - 2)^3 - (x - 1)^3 - (x - 3)^3$  கை காரணிப்படுத்துக.

4)  $\frac{2x^2}{(x+1)(3x-1)}$  ஐப் பகுதிப்பின்னங்களாக்குக.

5)  $\log_2 x + \log_x 2 = \frac{10}{3}$  ஆக தீர்க்க.

6)  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  இற்கு  $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$  எனவும்  $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$  இற்கு  $\cos \beta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$  எனவும் கொள்வோம்.  
 $\sin(\alpha + \beta)$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

7) i)  $\underline{a} = 4\underline{i} + \mu\underline{j}$  ஆகவும்  $|\underline{a}| = 5$  ஆகவும் இருப்பின்  $\mu$  இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

8) உற்பத்தி 0 குறித்து  $A, B$  இன் தானக்காலிகள் முறையே  $4i$ ,  $2i + 2\sqrt{3}j$  ஆகும்.

$B\hat{O}A$  இன் பருமனைக் கண்டு முக்கோணி  $OAB$  எவ்வகையான முக்கோணி என உய்த்தறிக.

- 9)  $P, 70\text{ N}$  விசைகள் ஒரு புள்ளியில்  $120^\circ$  கோணத்தில் தாக்குகின்றன. அவற்றின் விளையுள்  $R$  ஆனது  $P$  க்கு செங்குத்து எனில் விசை  $P, R$  இன் பருமன்களைக் காண்க.

- 10) விசை  $F$  இனது ஒரு குறித்த திசை வழியே ஆன பிரித்த கூறு  $P$  ஆகும்.  $P$  இற்கு செங்குத்தான்  $F$  இன் மற்றய பிரித்த கூறு  $Q$  ஆகவும்  $P:Q = 1:\sqrt{3}$  ஆகவும் இருப்பின்  $P, Q$  கீழ்  $F$  சார்பில் கண்டு  $F, P$  க்கு இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.



**தொண்டமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்**  
**முதலாம் தவணைப் பரிசீலனை - 2021**  
**Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.**  
**1<sup>st</sup> Term Examination - 2021**

இணைந்த கணிதம் – B  
 Combined mathematics – B

Gr -12 (2022)

10

T

B

11) a) பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

- (i)  $2^{2x+2} - 65 \cdot 2^{x-2} + 1 = 0$
- (ii)  $\sqrt{x-2} + \sqrt{3+x} = 5$
- (iii)  $6x^4 - 25x^3 + 12x^2 + 25x + 6 = 0$

b)  $a, b \in \mathbb{R}^+$  எனவும்  $a, b \neq 1$  எனவும் கொள்வோம்.

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

$$\frac{1}{\log_{xy} xyz} + \frac{1}{\log_{yz} xyz} + \frac{1}{\log_{zx} xyz} \text{ என்பதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.}$$

12) a)  $p, q \in \mathbb{R}$  எனவும்  $f(x) = x^2 + px - (p - q)(2p - q)$  எனவும் கொள்வோம்.

- (i)  $f(x) = 0$  இன் பிரித்துக்காட்டியை  $p, q$  என்பவற்றில் எழுதி, இதிலிருந்து,  $f(x) = 0$  இன் மூலங்கள் மெய்யானவை எனக் காட்டுக.
- (ii)  $f(x) = 0$  இன் மூலங்கள்  $\alpha, \beta$  எனின்  $\alpha + P, \beta + P$  என்பவற்றை மூலங்களாகக் கெண்ட சமன்பாட்டை  $p, q$  இன் சார்பில் காண்க.
- (iii)  $p < q < 2p$  எனின்  $f(x) = 0$  இன் மூலங்கள் ஒரே குறியைக் கொண்டிருக்கும் எனக் காட்டுக.

b)  $\frac{x}{x^2+1}$  என்ற கோவையானது  $-\frac{1}{2}$  இலும் குறைவாகவோ அல்லது  $\frac{1}{2}$  இலும் கூடவாகவோ இருக்க முடியாது எனக் காட்டுக.

c)  $a, b, c \in \mathbb{R}$  இற்கு  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$  எனக் கொள்வோம்.  $x - 1, x + 1$  என்பன  $f(x)$  இன் காரணிகள் எனவும்  $f(x)$  ஜ  $x - 2$  இனால் வகுக்க வரும் மதி 12 எனவும் தரப்பட்டுள்ளன.  $a, b, c$  இன் பெறுமானங்களைக் காண்க. மேலும்  $f(x)$  ஜ ஏகபரிமானக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுக.

13) a) பின்வரும் சர்வசமன்பாடுகளை நிறுவுக.

$$(i) (\sin A + \cos A)(\tan A + \cot A) = \sec A + \cosec A$$

$$(ii) \sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} = \sec A + \tan A; \text{ இங்கு } 0 < A < \frac{\pi}{2}$$

$$(iii) \frac{\cos A}{1-\tan A} + \frac{\sin A}{1-\cot A} = \sin A + \cos A$$

$$(iv) \frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1} = \sec A + \tan A$$

b)  $\cos \theta + \sin \theta = a, \cos 2\theta = b$  எனத்தறப்படின்  $\cos \theta - \sin \theta = \frac{b}{a}$  எனக்காட்டி  $a^2(2 - a^2) = b^2$  என்பதை நிறுவுக.

$$c) \cos(A - B) = 3 \cos(A + B) \text{ எனின் } \tan A \tan B = \frac{1}{2} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

14) a) பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

$$(i) 2 \cos^2 x = 3(1 - \sin x)$$

$$(ii) \sin 7x + \sin x = \sin 4x$$

$$(iii) \tan^2 x - (1 + \sqrt{3}) \tan x + \sqrt{3} = 0$$

$$(iv) \cos x + \sin x = \cos \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{5\pi}{12}$$

b)  $\tan(A + B)$  இன் விரிவை எழுதுக. இதிலிருந்து  $\tan 2A$  மற்றும்  $\tan A$  சார்பில் எழுதுக.

$$B + 2A = \frac{\pi}{4} \quad \text{எனில்} \quad \tan B = \frac{1 - 2 \tan A - \tan^2 A}{1 + 2 \tan A - \tan^2 A} \quad \text{எனக்காட்டுக.} \quad B \quad \text{இற்கு} \quad \text{பொருத்தமான}$$

$$\text{பெறுமானத்தை இடுவதன் மூலம் } \tan^2 \frac{\pi}{8} + 2 \tan \frac{\pi}{8} - 1 = 0 \quad \text{எனக்காட்டுக.}$$

$$\text{மேலும் } \tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1 \quad \text{என்பதை உய்த்தறிக.}$$

15) a) முக்கோணி ABC இன் பக்கங்கள் BC, CA, AB என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே D, E, F ஆகும்.

$$(i) \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \underline{0} \text{ எனவும்}$$

$$(ii) \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{FE} \text{ எனவும் காட்டுக.}$$

b)  $OACB$  ஆனது  $OA \parallel BC, OA = 2BC$  ஆகவும் உள்ள ஒரு சரிவும் ஆகும். O குறித்து A, B என்பவற்றின் தானக் காலிகள் முறையே  $\underline{a}, \underline{b}$  ஆகும். D ஆனது AC இன் மீது  $AD:DC = 2:1$  ஆகுமாறு உள்ள புள்ளி ஆகும். நீட்டப்பட்ட BC ஆனது நீட்டப்பட்ட OD ஜ E இல் சந்திக்கின்றது.

(i)  $\overrightarrow{BC}$  ஜ  $\underline{a}, \underline{b}$  சார்பில் காண்க.

(ii)  $\overrightarrow{AC}$  ஜ  $\underline{a}, \underline{b}$  சார்பில் காண்க.

(iii)  $\overrightarrow{OD}$  ஜ  $\underline{a}, \underline{b}$  சார்பில் காண்க.

$$OE = \lambda OD, BE = \mu BC \text{ எனக் கொண்டு}$$

(iv)  $\overrightarrow{OE}$  ஜ  $\overrightarrow{OD}$  சார்பாக எழுதுக.

(v)  $\overrightarrow{OE}$  ஜ  $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{BC}$  சார்பாக எழுதுக.

(vi) (iv), (v) இல் இருந்து  $\lambda, \mu$  ஜக்கன்டு  $\overrightarrow{OE}$  ஜ  $\underline{a}, \underline{b}$  சார்பில் காண்க.

(vii)  $OAEB$  பற்றி யாது கூறுவீர்.

(viii)  $OD:DE, BC:CE$  ஆகிய விகிதங்களைக் காண்க.

16) a)  $P, \sqrt{2}PN$  விசைகள்  $\theta + \alpha$  கோணத்தில் தாக்குகின்றன. விளையுள்  $2P$  ஆனது P உடன்  $\theta$  கோணத்தை ஆக்குகின்றது.

(i)  $\sin \theta = \sqrt{2} \sin \alpha$  எனவும்.

(ii)  $\cos \theta + \sqrt{2} \cos \alpha = 2$  எனவும் காட்டுக.

b) P, Q, R ஆகிய மூன்று ஒரு தளவிசைகள் துணிக்கை O இல் தாக்கி சமநிலையில் உள்ளது. P, Q இற்கு இடைப்பட்ட கோணம் P, R இற்கு இடைப்பட்ட கோணத்தின் இரு மடங்கு எனில்  $Q - R = \frac{PQ}{Q+R}$  எனக் காட்டுக.

17) a) O, A, B, C, D, E என்பன O A B C D E ஆனது ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணி அக அமையுமாறு தளம் ஒன்றில் உள்ள புள்ளிகள் ஆகும். புள்ளி O இல்  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OE}$  வழியே முறையே  $P, 2\sqrt{3}P, 4P, \sqrt{3}P, 2P N$  ஆகிய விசைகள் தாக்குகின்றன. விளையுளின் பருமனையும் விளையுள் OB உடன் ஆக்கும் கோணத்தையும் காண்க.

b) W நிறையடைய துணிக்கை ஒன்று 5a நீளமுள்ள இலோசான நீளா இழையின் ஒரு நுனிக்கு கட்டப்பட்டு இழையின் மறு நுனி உயரமான புள்ளி O இற்கு கட்டப்பட்டு தொங்க விடப்பட்டு துணிக்கைக்கு கொடுக்கப்படும் கிடைவிசை P இனால் துணிக்கை O இற்கு கீழே 4a ஆழத்தில் இழை இறுக்கமாகவும் சாய்வாகவும் உள்ளவாறு நாப்பத்தில் பேணப்படுகின்றது. துணிக்கையின் சமநிலைக்கு விசை முக்கோணியை வரைந்து அதில் இருந்து விசை P இன் பருமனையும் இழையில் உள்ள இழுவையையும் காண்க.



தொன்றமானாறு வெளிக்கள் நிலையம் நடாத்தும்

1ம் தவணைப் பரிசீலனை - 2021

Field Work Centre, Thondaimanaru

1st Term Examination - 2021

Grade - 12 (2022)

Combined Maths

Marking Scheme

1.  $f(x) = kx^2 - 2k^2x + k$   
 $k > 0 \text{ and } \Delta = 4k^4 - 4k^2 < 0$  (5)  
 $k > 0 \text{ and } 4k^2(k^2 - 1) < 0$  (5)  
 $k > 0 \text{ and } 4k^2(k-1)(k+1) < 0$   
 $k > 0 \text{ and } -1 < k < 1$  (5)  
 $0 < k < 1$  (5) 25

2.  $\frac{1-2x}{3x+1} < 1$   
 $\frac{1-2x}{3x+1} - 1 < 0$   
 $\frac{x}{3x+1} > 0$  (5)  

x	$x < -\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3} < x < 0$	$x > 0$
x	+	-	+
$3x+1$			

  
 $x < -\frac{1}{3} \text{ or } x > 0$  (5) 25

3.  $a = b + c$  (5)  
 $a^3 = (b+c)^3$  (5)  
 $a^3 = b^3 + c^3 + 3bc(b+c)$  (5)  
 $a^3 = b^3 + c^3 + 3abc$  (5)  
 $a^3 - b^3 - c^3 = 3abc$   
 $8(x-2)^3 - (x-1)^3 - (x-3)^3$   
 $= (2(x-2))^3 - (x-1)^3 - (x-3)^3$   
 $= 3 \times 2(x-2)(x-1)(x-3)$  (5) 25

4.  $\frac{2x^2}{(x+1)(3x-1)} = A + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{3x-1}$  (5)  
 $2x^2 = A(x+1)(3x-1) + B(3x-1) + C(x+1)$   
Equating the coefficient both side we get  
 $x^2; \quad 3A = 2 \text{ and } x; \quad 2A + 3B + C = 0$   
 $x^0; \quad -A - B + C = 0$   
 $A = \frac{2}{3}, \quad B = -\frac{1}{2}, \quad C = \frac{1}{6}$  (5)  
 $\frac{2x^2}{(x+1)(3x-1)} = \frac{2}{3} + \frac{-1}{2(x+1)} + \frac{\frac{1}{6}}{3x-1}$  (5) 25

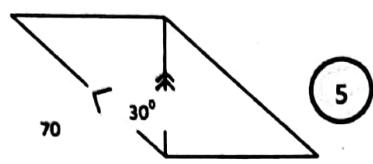
5.  $\log_2 x + \log_x 2 = \frac{10}{3}$   
 $\log_2 x + \frac{1}{\log_2 x} = \frac{10}{3} \text{ and let } \log_2 x = t$   
 $t + \frac{1}{t} = \frac{10}{3}$  (5)  
 $3t^2 - 10t + 3 = 0$  (5)  
 $(3t-1)(t-3) = 0$   
 $t = \frac{1}{3} \text{ or } t = 3$  (5)  
 $\log_2 x = \frac{1}{3} \text{ or } \log_2 x = 3$  (5)  
 $x = 2^{\frac{1}{3}}, \quad x = 2^3$  (5) 25

6.  $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$  (5)  
 $= 1 - \frac{1}{10}$  (5)  
 $= \frac{9}{10}$  (5)  
 $\cos \alpha = \frac{-3}{\sqrt{10}}$   $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  (5)  
 $\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$  (5)  
 $\sin \beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$   $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$  (5)  
 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$  (5)  
 $= \frac{1}{\sqrt{10}} \times \left(\frac{-1}{\sqrt{5}}\right) + \frac{-3}{\sqrt{10}} \times \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$  (5)  
 $= \frac{-7}{5\sqrt{2}}$  (5) 25

7.  $\underline{a} = 4\hat{i} + \lambda\hat{j}$  and  $|\underline{a}| = 5$  (5)  
 $4^2 + \lambda^2 = 25$  (5)  
 $\lambda^2 = 9$  (5)  
 $\lambda = \pm 3$  (5) 25

8.  $[\overrightarrow{OA}] = 4, [\overrightarrow{OB}] = 4$  (5)  
 $[\overrightarrow{AB}] = 4$  (5)  
So  $B\hat{O}A = \frac{\pi}{3}$  and (5)  
OAB is equilateral (5) 25

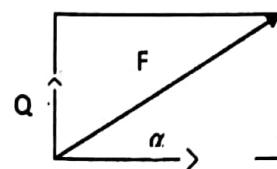
9.



$$\begin{aligned} R &= 70 \cos \frac{\pi}{6} \\ &= 35\sqrt{3}N \\ P &= 70 \sin \frac{\pi}{6} \\ &= 35N \end{aligned}$$

25

10.



$$\begin{aligned} F^2 &= P^2 + Q^2 \rightarrow 1 \\ Q^2 &= 3P^2 \rightarrow 2 \\ P &= \frac{F}{2} \text{ and } Q = \frac{\sqrt{3}F}{2} \text{ and } \tan \alpha = \sqrt{3} \\ \alpha &= \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$

25

## Part B

11. (a) (i)

$$2^{2x+2} - 65 \times 2^{x-2} + 1 = 0$$

$$4(2^x)^2 - \frac{65}{4} \times 2^x + 1 = 0 \quad 5$$

Let  $2^x = t$  we have

$$4t^2 - \frac{65}{4}t + 1 = 0 \quad 5$$

$$16t^2 - 65t + 4 = 0 \quad 5$$

$$(16t-1)(t-4) = 0 \quad 5$$

$$t = \frac{1}{16} \text{ or } t = 4 \quad 5$$

$$2^x = \frac{1}{16} \text{ or } 2^x = 4 \quad 5$$

$$x = -4 \text{ or } x = 2 \quad 5$$

30

(ii)

$$\sqrt{x-2} + \sqrt{3+x} = 5$$

$$\sqrt{x-2} = 5 - \sqrt{3+x}$$

$$\sqrt{x-2}^2 = (5 - \sqrt{3+x})^2 \quad 10$$

$$x-2 = 25 - 10\sqrt{3+x} + 3+x$$

$$10\sqrt{3+x} = 30 \quad 10$$

$$3+x = 9$$

$$x = 6 \quad 5$$

$$x = 6, L.H.S = \sqrt{4} + \sqrt{9} = 5 = R.H.S$$

30

iii)  $6x^4 - 25x^3 + 12x^2 + 25x + 6 = 0$ 

$$6x^2 - 25x + 12 + 25 \frac{1}{x} + \frac{6}{x^2} = 0 \quad 5$$

$$6(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 25(x - \frac{1}{x}) + 12 = 0 \quad 5$$

$$\text{let } x - \frac{1}{x} = t \quad 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 + 2 \quad 5$$

$$6(t^2 + 2) - 25t + 12 = 0$$

$$6t^2 - 25t + 24 = 0 \quad 5$$

$$(2t-3)(3t-8) = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{2} \text{ or } t = \frac{8}{3} \quad 5$$

$$t = \frac{3}{2}; \quad x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0 \quad 5$$

$$(2x+1)(x+2) = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2} \text{ or } x = -2 \quad 5$$

$$t = \frac{8}{3}; \quad x - \frac{1}{x} = \frac{8}{3}$$

$$3x^2 - 8x - 3 = 0 \quad 5$$

$$(3x+1)(x-3) = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{3} \text{ or } x = 3 \quad 5$$

50

(b) let  $\log_a b = x$  and  $\log_b a = y$   
 Then  $a^x = b$  and  $b^y = a$   
 $(a^x)^y = b^y = a$  (5)  
 $a^{xy} = a$  (5)  
 $xy = 1$  (5)  
 $x = \frac{1}{y}$  (5)  
 $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

20

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\log_{xyz} xyz} + \frac{1}{\log_{yz} xyz} + \frac{1}{\log_{xz} xyz} \\ &= \log_{xyz} xy + \log_{xyz} yz + \log_{xyz} zx \\ &= \log_{xyz} (xyz)^2 (5) \\ &= 2 \log_{xyz} xyz (5) \\ &= 2 (5) \end{aligned}$$

20

Q12. (a)

$$\begin{aligned} (i) \Delta &= p^2 + 4(1)(p-q)(2p-q) (10) \\ &= p^2 + 4(2p^2 - 3pq + q^2) (5) \\ &= 9p^2 - 12pq + 4q^2 (5) \\ &= (3p-2q)^2 (5) \\ &\geq 0 (5) \end{aligned}$$

So the roots of  $f(x) = 0$  are real (5)

35

b)

$$\begin{aligned} & \text{let } y = \frac{x}{x^2+1} \\ & yx^2 - x + y = 0 \\ & \text{if } x = 0 \text{ then } y = 0 \longrightarrow (1) \\ & \text{if } y \neq 0 \\ & yx^2 - x + y = 0 \text{ is a quadratic equation in } x (5) \\ & \Delta = (-1)^2 - 4y^2 \geq 0 (5) (5) \\ & 4y^2 - 1 \leq 0 (5) \\ & (2y-1)(2y+1) \leq 0 \text{ and } y \neq 0 (5) \\ & \Rightarrow -\frac{1}{2} < y < \frac{1}{2} \text{ and } y \neq 0 \longrightarrow (2) \\ & (1) \& (2) : -\frac{1}{2} < y < \frac{1}{2} (5) \end{aligned}$$

30

Q12.

$$\begin{aligned} (ii) \alpha + \beta &= -p (5) \\ \alpha\beta &= -(p-q)(2p-q) (5) \\ (\alpha+p)(\beta+p) &= \\ &= \alpha\beta + p(\alpha + \beta) + p^2 (5) \\ &= -(p-q)(2p-q) - p^2 + p^2 \\ &= -(p-q)(2p-q) (5) \\ (\alpha+p) + (\beta+p) &= \alpha + \beta + 2p = p (5) (5) \\ \text{The equation whose roots are } (\alpha+p), (\beta+p) &= \\ x^2 - (\alpha+p+\beta+p)x + (\alpha+p)(\beta+p) &= 0 \\ x^2 - px - (p-q)(2p-q) &= 0 (5) \end{aligned}$$

35

(iii)  $p < q < 2p$

$$\begin{aligned} (q-p)(2p-q) &> 0 (5) \\ -(p-q)(2p-q) &> 0 (5) \\ \alpha\beta &> 0 (5) \\ \alpha, \beta \text{ are same sign} & \end{aligned}$$

10

c)

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^3 + bx^2 + cx - 2 \\ f(1) = 0, f(-1) = 0, f(2) &= 12 \\ a + b + c - 2 &= 0 (5) \\ -a + b - c - 2 &= 0 \text{ and } (5) \\ 5 & 8a = 4b + 2c - 2 = 12 \\ a = 1, b = 2, c = -1 & (5) (5) (5) \\ f(x) &= x^3 + 2x^2 - x - 2 (5) \\ &= (x-1)(x+1)(x+2) (5) \end{aligned}$$

Equating the coefficient  $x^0$ ;  $-2 = -k$ 

K = 2

$$f(x) = (x-1)(x+1)(x+2) (5)$$

40

Q13.(a)

$$\begin{aligned}
 \text{ii)} \quad & (\sin A + \cos A)(\tan A + \cot A) \\
 & = (\sin A + \cos A) \left( \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\sin A} \right) \\
 & = (\sin A + \cos A) \left( \frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\sin A \cos A} \right) \\
 & = \frac{(\sin A + \cos A)}{\sin A \cos A} \\
 & = \frac{\sin A \cos A}{\sin A \cos A} + \frac{\cos A}{\sin A \cos A} \\
 & = \sec A + \operatorname{cosec} A
 \end{aligned}$$

25

.(a)

$$\begin{aligned}
 \text{i)} \quad & \sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} \\
 & = \sqrt{\frac{(1+\sin A)(1+\sin A)}{(1-\sin A)(1+\sin A)}} \\
 & = \sqrt{\frac{(1+\sin A)^2}{\cos^2 A}} \\
 & = \frac{1+\sin A}{\cos A} \\
 & = \sec A + \tan A
 \end{aligned}$$

25

.(a)

$$\begin{aligned}
 \text{iii)} \quad & \frac{\cos A}{1-\tan A} + \frac{\sin A}{1-\cot A} \\
 & = \frac{\cos A}{1-\tan A} - \frac{\sin A}{\cot A-1} \\
 & = \frac{\cos A}{1-\sin A} - \frac{\sin A}{\cos A-1} \\
 & = \frac{\cos^2 A}{\cos A-\sin A} - \frac{\sin^2 A}{\cos A-\sin A} \\
 & = \frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{\cos A-\sin A} \\
 & = \frac{(\cos A+\sin A)(\cos A-\sin A)}{\cos A-\sin A} \\
 & = \cos A + \sin A
 \end{aligned}$$

5

30

.(a)

$$\begin{aligned}
 \text{iv)} \quad & \frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1} \\
 & = \frac{\tan A + \sec A - (\sec^2 A - \tan^2 A)}{\tan A - \sec A + 1} \\
 & = \frac{\tan A + \sec A - ((\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A))}{\tan A - \sec A + 1} \\
 & = \frac{(\tan A + \sec A)(1 - (\sec A - \tan A))}{\tan A - \sec A + 1} \\
 & = \frac{(\tan A + \sec A)(\tan A - \sec A + 1)}{\tan A - \sec A + 1} \\
 & = \tan A + \sec A
 \end{aligned}$$

20

.(b)

$$\begin{aligned}
 \cos 2\theta &= b, \cos \theta + \sin \theta = a \\
 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta &= b, \cos \theta + \sin \theta = a \\
 \cos \theta - \sin \theta &= \frac{b}{a}, \quad \cos \theta + \sin \theta = a \\
 (\cos \theta - \sin \theta)^2 + (\cos \theta + \sin \theta)^2 &= \left(\frac{b}{a}\right)^2 + a^2 \\
 2 &= \left(\frac{b}{a}\right)^2 + a^2 \\
 a^2(2 - a^2) &= b^2
 \end{aligned}$$

25

.(c)

$$\begin{aligned}
 \cos(A-B) &= 3 \cos(A+B) \\
 \cos A \cos B + \sin A \sin B &= 3(\cos A \cos B - \sin A \sin B) \\
 4 \sin A \sin B &= 2 \cos A \cos B \\
 \frac{\sin A \sin B}{\cos A \cos B} &= \frac{2}{4} \\
 \tan A \tan B &= \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

20

25

.Q14) (a)

i)  $2 \cos^2 x = 3(1 - \sin x)$

5  $2(1 - \sin^2 x) = 3(1 - \sin x)$

$(1 - \sin x)(2 \sin x - 1) = 0$

$\sin x = 1 \text{ or } \sin x = \frac{1}{2}$  5

$\sin x = \sin \frac{\pi}{2} \text{ or } \sin x = \sin \frac{\pi}{6}$

$x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \text{ or}$  5

$x = n\pi + (-1)^m \frac{\pi}{6}, m \in \mathbb{Z}$  5

20

.Q14) (a)

iii)  $\tan^2 x - (1 + \sqrt{3}) \tan x + \sqrt{3} = 0$

$\tan^2 x - \tan x - \sqrt{3} \tan x + \sqrt{3} = 0$

$\tan x (\tan x - 1) - \sqrt{3} (\tan x - 1) = 0$  5

$(\tan x - 1)(\tan x - \sqrt{3}) = 0$

$\tan x - 1 = 0 \text{ or } \tan x - \sqrt{3} = 0$  5

$\tan x = 1 \text{ or } \tan x = \sqrt{3}$

$\tan x = \tan \frac{\pi}{4} \text{ or } \tan x = \tan \frac{\pi}{3}$

$x = n\pi + \frac{\pi}{4} \text{ or } x = m\pi + \frac{\pi}{3}, n, m \in \mathbb{Z}$

5

5

20

.ii)  $\sin 7x + \sin x = \sin 4x$

$2 \sin 4x \cos 3x = \sin 4x$  5

$\sin 4x (2 \cos 3x - 1) = 0$

$\sin 4x = 0 \text{ or } \cos 3x = \frac{1}{2}$  5

$\sin 4x = \sin 0 \text{ or } \cos 3x = \cos \frac{\pi}{3}$

$4x = n\pi + (-1)^n 0, n \in \mathbb{Z} \text{ or}$

$3x = 2m\pi \pm \frac{\pi}{3}, m \in \mathbb{Z}$  5 5

$x = \frac{n\pi}{4} \text{ or } x = \frac{2m\pi}{3} \pm \frac{\pi}{9}, n, m \in \mathbb{Z}$

20

.iv)  $\cos x + \sin x = \cos \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{5\pi}{12}$  5

5  $\frac{1}{\sqrt{2}} \cos x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \frac{5\pi}{12} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \frac{5\pi}{12}$

$\cos \frac{\pi}{4} \cos x + \sin \frac{\pi}{4} \sin x = \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{5\pi}{12}$

$\cos \left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos \left(\frac{5\pi}{12} - \frac{\pi}{4}\right)$  5

$\cos \left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{6}$  5

$x - \frac{\pi}{4} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$ ,

$x = 2n\pi + \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$ , 5

30

.Q14) (b)

$\tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$  5

$B = A$  implice

$\tan 2A = \frac{\tan A + \tan A}{1 - \tan A \tan A}$

$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$  5

$B = \frac{\pi}{4} - 2A \text{ than } \tan B = \tan \left(\frac{\pi}{4} - 2A\right)$  5

$\tan B = \frac{1 - \tan 2A}{1 + \tan 2A}$  5

$\tan B = \frac{1 - \tan A}{1 + \tan^2 A}$  5

$\tan B = \frac{1 - 2 \tan A - \tan^2 A}{1 + 2 \tan A - \tan^2 A}$  5

$B = 0 \text{ that implice } A = \frac{\pi}{8}$  5

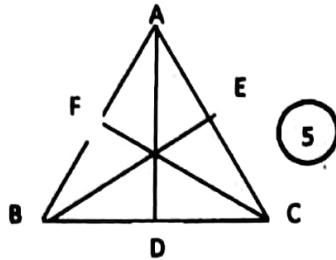
$\tan 0 = \frac{1 - 2 \tan \frac{\pi}{8} - \tan^2 \frac{\pi}{8}}{1 + 2 \tan \frac{\pi}{8} - \tan^2 \frac{\pi}{8}}$  5

$\tan^2 \frac{\pi}{8} + 2 \tan \frac{\pi}{8} - 1 = 0$  5

$\tan \frac{\pi}{8} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{2}}{1}$  5 5

$\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1 \quad (\tan \frac{\pi}{8} > 0)$  5

.Q15)



$$\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BD} \quad (5)$$

$$\overline{AD} = \overline{AB} + \frac{1}{2} \overline{BC} \quad (5)$$

Similarly

$$\overline{BE} = \overline{BC} + \frac{1}{2} \overline{CA} \quad (5)$$

$$\overline{CF} = \overline{CA} + \frac{1}{2} \overline{AB} \quad (5)$$

$$\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF}$$

$$= \overline{AB} + \frac{1}{2} \overline{BC} + \overline{BC} + \frac{1}{2} \overline{CA} + \overline{CA} + \frac{1}{2} \overline{AB} \quad (5)$$

$$= \frac{3}{2} (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \quad (5)$$

$$= \frac{3}{2} \overline{AA} \quad (5)$$

$$= \underline{0} \quad (5)$$

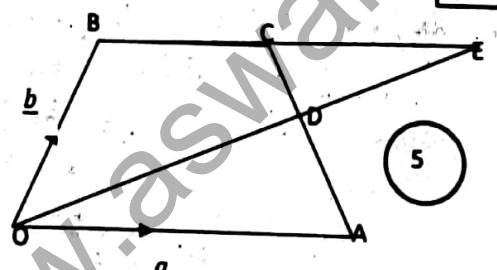
$$\overline{BC} = \overline{BA} + \overline{AC} \quad (5)$$

$$= 2 \overline{FA} + 2 \overline{AE} \quad (5)$$

$$= 2 (\overline{FA} + \overline{AE}) \quad (5)$$

$$= 2 \overline{AE} \quad (5)$$

b)



$$OA \parallel BC, OA = 2 BC$$

$$\overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{OA} = \frac{1}{2} \underline{a} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \overline{AC} &= \overline{AO} + \overline{OB} + \overline{BC} \\ &= -\underline{a} + \underline{b} + \frac{1}{2} \underline{a} \\ &= \underline{b} - \frac{1}{2} \underline{a} \end{aligned} \quad (5)$$

20

$$\begin{aligned} \overline{OD} &= \overline{OA} + \overline{AD} \\ &= \overline{OA} + \frac{2}{3} \overline{AC} \\ &= \underline{a} + \frac{2}{3} (\underline{b} - \frac{1}{2} \underline{a}) \\ &= \frac{2}{3} \underline{a} + \frac{2}{3} \underline{b} \end{aligned} \quad (5)$$

10

$$\begin{aligned} \overline{OE} &= \lambda \overline{OD} \\ &= \frac{2}{3} \lambda (\underline{a} + \underline{b}) \end{aligned} \quad (5)$$

10

$$\begin{aligned} \overline{OE} &= \overline{OB} + \overline{BE} \\ &= \overline{OB} + \mu \overline{BC} \\ &= \underline{b} + \frac{\mu}{2} \underline{a} \end{aligned} \quad (5)$$

10

$$\lambda \overline{OD} = \overline{OB} + \overline{BE}$$

$$\frac{2}{3} \lambda (\underline{a} + \underline{b}) = \underline{b} + \frac{\mu}{2} \underline{a}$$

$$(\frac{2}{3} \lambda - \frac{\mu}{2}) \underline{a} + (\frac{2}{3} \lambda - 1) \underline{b} = \underline{0}, \quad (5)$$

a not parallel to b

$$\frac{2}{3} \lambda - \frac{\mu}{2} = 0 \text{ and } \frac{2}{3} \lambda - 1 = 0 \quad (5)$$

$$\lambda = \frac{3}{2}, \quad \mu = 2 \quad (5)$$

15

$$\overline{OE} = \frac{2}{3} \lambda (\underline{a} + \underline{b}) = \underline{a} + \underline{b} \quad (5)$$

05

so  $OAEB$  is a parallelogram

$$\lambda \overline{OD} = \overline{OE} \quad 2 \overline{BC} = \overline{BE}$$

$$\frac{3}{2} [\overline{OD}] = [\overline{OE}] \quad 2 [\overline{BC}] = [\overline{BE}]$$

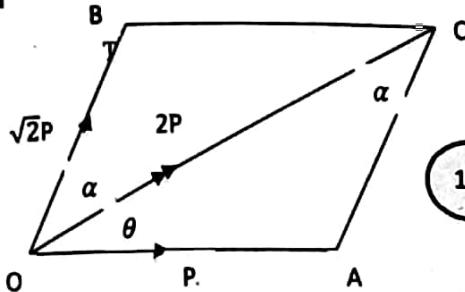
$$OD : OE = 2 : 3 \quad BC : BE = 1 : 2$$

$$OD : DE = 2 : 1 \quad BC : CE = 1 : 1$$

5

10

Q16) a



triangle OAC use sin rule we have

$$\frac{OA}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \theta} = \frac{OC}{\sin(\theta + \alpha)}$$

$$\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{2}P}{\sin \theta} = \frac{2P}{\sin(\theta + \alpha)}$$

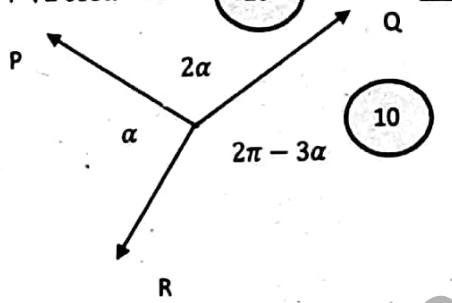
$$\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{2}P}{\sin \theta}$$

$$\sin \theta = \sqrt{2} \sin \alpha$$

$$OC = OA \cos \theta + AC \cos \alpha$$

$$2P = P \cos \theta + \sqrt{2}P \cos \alpha$$

$$\cos \theta + \sqrt{2} \cos \alpha = 2$$



By the lamis theorem...

$$\frac{P}{\sin(2\pi - 3\alpha)} = \frac{Q}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{-\sin 3\alpha}{PQ} = \frac{Q}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{-\sin 3\alpha \sin \alpha}{PQ} = \frac{Q^2}{\sin^2 \alpha} = \frac{R^2}{\sin^2 2\alpha}$$

$$\frac{Q^2 - R^2}{\sin^2 \alpha - \sin^2 2\alpha} = \frac{PQ}{-\sin 3\alpha \sin \alpha}$$

$$\frac{Q^2 - R^2}{\sin^2 \alpha (1 - 4 \cos^2 \alpha)} = \frac{PQ}{(4 \sin^3 \alpha - 3 \sin \alpha) \sin \alpha}$$

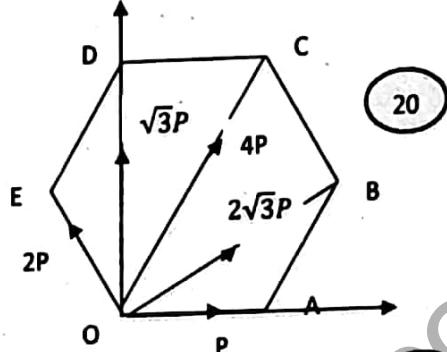
$$\frac{Q^2 - R^2}{\sin^2 \alpha (1 - 4 \cos^2 \alpha)} = \frac{PQ}{(4 \sin^2 \alpha - 3) \sin^2 \alpha}$$

$$\frac{Q^2 - R^2}{\sin^2 \alpha (1 - 4 \cos^2 \alpha)} = \frac{PQ}{(1 - 4 \cos^2 \alpha) \sin^2 \alpha}$$

$$Q^2 - R^2 = PQ \text{ so } Q - R = \frac{PQ}{Q+R}$$

80

Q17. (a)



$$X = P + 2\sqrt{3}P \cos 30 + 4P \cos 60 - 2P \cos 60$$

$$X = 5P$$

$$Y = \sqrt{3}P + 2P \cos 30 + 4P \cos 30 + 2\sqrt{3}P \cos 60$$

$$Y = 5\sqrt{3}P$$

$$R = \sqrt{25P^2 + 75P^2}$$

$$R = 10P N$$

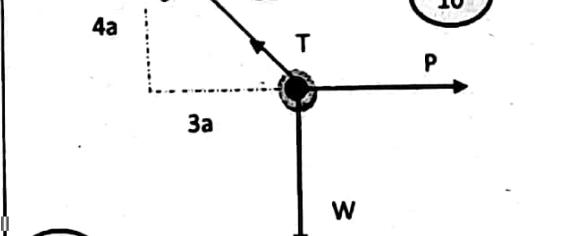
$$\tan \theta = \frac{5\sqrt{3}P}{5P} = \sqrt{3}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{Resultant make angle with } OB = \frac{\pi}{6}$$

80

b)



$$\sin \theta = \frac{3}{5}, \cos \theta = \frac{4}{5}$$

$$P = W \tan \theta = \frac{3W}{4}$$

$$T = W \sec \theta = \frac{5W}{4}$$

$$20$$

70