



**தேசிய வெளிக்கள நிலையம் தொண்டைமானாறு**  
**முன்றாம் தவணைப் பரீட்சை - 2023**  
**National Field Work Centre, Thondaimanaru.**  
**3<sup>rd</sup> Term Examination - 2023**

**இணைந்த கணிதம் - B**  
**Combined mathematics - B**

**Gr -12 (2023)**

**10**

**T**

**B**

11. (a)  $f(x) = x^2 + (2k + 1)x + 2k - 5$  எனக் கொள்வோம்; இங்கு  $k \in \mathbb{R}$ .

$f(x) = 0$  இன் பிரித்துக்காட்டியை  $k$  சார்பில் எழுதுக. **இதிலிருந்து**, சமன்பாடு  $f(x) = 0$  இற்கு வேறுவேறான மெய்ம் மூலங்கள் இருக்கின்றதெனக் காட்டுக.

$f(x) = 0$  இன் மூலங்கள்  $\alpha, \beta$  எனவும் கொள்வோம்.  $\alpha + \beta, \alpha\beta$  ஆகியவற்றை  $k$  சார்பில் எழுதுக.  $\alpha, \beta$  ஆகிய இரண்டும் மறையாக இருக்குமாறு  $k$  இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இப்போது  $k > 3$  எனக் கொள்வோம்.  $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}, \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}$  ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டை  $k$  சார்பில் காண்க.

**இதிலிருந்து**,  $f\left(-\frac{2}{x}\right) = 0$  இன் மூலங்கள்  $\gamma, \delta$  எனின்,  $\sqrt{\frac{2\gamma}{\delta}}, \sqrt{\frac{2\delta}{\gamma}}$  ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டை  $k$  சார்பில் காண்க.

(b)  $f(x) = 3x^3 + ax^2 + x + b$  எனவும்  $g(x) = x^3 + cx^2 + ax + 1$  எனவும் கொள்வோம்; இங்கு  $a, b, c \in \mathbb{R}$  ஆகும்.  $f(x)$  ஆனது  $x + 1$  இனால் வகுக்கப்படும்போது மீதி 1 எனவும்  $g(x)$  ஆனது  $x^2 + x - 2$  இனால் வகுக்கப்படும்போது மீதி  $2x + 5$  எனவும் தரப்பட்டுள்ளன.  $a, b, c$  ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

மேலும்  $a, b, c$  ஆகியவற்றுக்கான இப்பெறுமானங்களுடன் எல்லா  $x \in \mathbb{R}$  இற்கும்  $3g(x) - f(x) \geq -\frac{25}{28}$  எனக் காட்டுக.

12. (a)  $x \neq 0$  இற்கு  $f(x) = \frac{(x+2)(x-1)}{x^2}$  எனக் கொள்வோம்.

$x \neq 0$  இற்கு  $f(x)$  இன் பெறுதி  $f'(x)$  ஆனது  $f'(x) = \frac{4-x}{x^3}$  இனால் தரப்படுகின்றது எனக் காட்டுக.

**இதிலிருந்து**,  $f(x)$  அதிகரிக்கும் ஆயிதையையும் குறைகின்ற ஆயிதையையும் காண்க. மேலும்  $f(x)$  இன் திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க.

$x \neq 0$  இற்கு  $f(x)$  இன் இரண்டாம் பெறுதி  $f''(x)$  ஆனது  $f''(x) = \frac{2(x-6)}{x^4}$  எனத் தரப்பட்டுள்ளது.  $y = f(x)$  இன் வரைபின் விபத்திப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

$y = f(x)$  இன் வரைபை அச்சை வெட்டும் புள்ளிகள், அணுகுகோடுகள், திரும்பப் புள்ளி, விபத்திப் புள்ளி ஆகியவற்றைக் காட்டிப் படம்படியாக வரைக.

(b)  $ABCD$  என்பது ஒரு செவ்வகமாகும். மீற்றரில் அளக்கப்படும் அதன் பக்கங்களின் நீளங்கள்  $AB = a$ ,  $BC = b$  இனால் தரப்பட்டுள்ளன. பக்கம்  $CD$  மீது  $P$  என்னும் புள்ளி உள்ளது.  $PA^2 + PB^2$  ஆனது குறைந்தபட்சமாக இருப்பதற்கு  $P$  ஆனது  $CD$  யின் நடுப்புள்ளியாக இருக்க வேண்டும் எனக் காட்டுக.

13. புள்ளி  $P \equiv (x_1, y_1)$  இலிருந்து, நேர்கோடு  $l \equiv ax + by + c = 0$  இற்குள்ள செங்குத்துத் தூரம்  $\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  என்பதை நிறுவுக.

முக்கோணி  $ABC$  இன் இரு உச்சிகள்  $A \equiv (1, 5)$ ,  $C \equiv (3, 4)$  ஆகும். பக்கம்  $AB$  ஆனது  $2x - 5y + 23 = 0$  என்னும் கோட்டின் மீது கிடக்கின்றது.

பக்கம்  $AC$  யின் நீளத்தையும்  $A, C$  இனாடு செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டையும் காண்க.

$A, B$  இனாடாகச் செல்லும் கோட்டின் மீதுள்ள புள்ளி எதனதும் ஆள்கூறுகள்  $(5t + 1, 2t + 5)$  இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

முக்கோணி  $ABC$  யின் பரப்பளவு  $4\frac{1}{2}$  சதுர அலகுகள் எனவும் முக்கோணி முழுவதும் முதலாம் கால்வட்டத்தில் கிடக்கின்றது எனவும் மேலும் தரப்பட்டுள்ளன. உச்சி  $B$  இலிருந்து  $AC$  இற்கான செங்குத்துத் தூரத்தைக் கருதுவதன் மூலம் உச்சி  $B$  யின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

$B, C$  இனாடு செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டையும் காண்க.

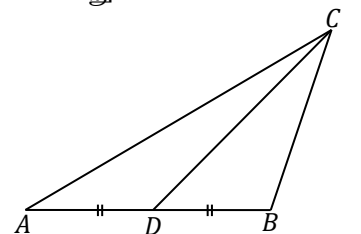
14. (a)  $\sin(A + B)$  இன் விரிவை எழுதுக. இதிலிருந்து,  $\cos(A + B)$  இன் விரிவை பெறுக.

$A, B$  இற்குப் பொருத்தமான பெறுமானங்களை இடுவதன் மூலம்  $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$  எனவும்  $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$  எனவும் காட்டுக.  $\cos 3\theta = \cos(2\theta + \theta)$  என எழுதுவதன் மூலம்  $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$  எனக் காட்டுக. இறுதியாகப் பெற்ற முடிவில்  $\theta$  இற்குப் பொருத்தமான பெறுமானத்தை இடுவதன் மூலம்  $\cos \frac{\pi}{12}$  என்பது சமன்பாடு  $4\sqrt{2}x^3 - 3\sqrt{2}x - 1 = 0$  இன் ஒரு மூலம் எனக் காட்டுக.

$4\sqrt{2}x^3 - 3\sqrt{2}x - 1 = (\sqrt{2}x + 1)(4x^2 - 2\sqrt{2}x - 1)$  என்பதை வாய்ப்புப் பார்க்க.  $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$  என்பதை உய்த்தறி.

(b) வழக்கமான குறிப்பீட்டில் ஒரு முக்கோணி  $ABC$  இற்கு சைன் நெறியைக் கூறுக.

உருவில் காட்டப்பட்ட முக்கோணி  $ABC$  இல்  $AB$  யின் நடுப்புள்ளி  $D$  ஆகும்.  $\hat{BAC} = \hat{BCD} = \beta$  உம்  $\hat{BDC} = \alpha$  உம் ஆகும். முக்கோணிகள்  $ACD, BCD$  ஆகியவற்றிற்கு சைன்



நெறியைப் பிரயோகிப்பதன் மூலம்  $\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha-\beta)}$  எனக்

காட்டுக. மேலும்  $\tan^2 \beta = \frac{\sin^2 \alpha}{1+\cos^2 \alpha}$  எனவும் காட்டுக.

(c) சமன்பாடு  $\sin^{-1}\left(\frac{e^x}{5e^x-6}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{e^x}\right) = \frac{\pi}{2}$  ஐத் தீர்க்க.

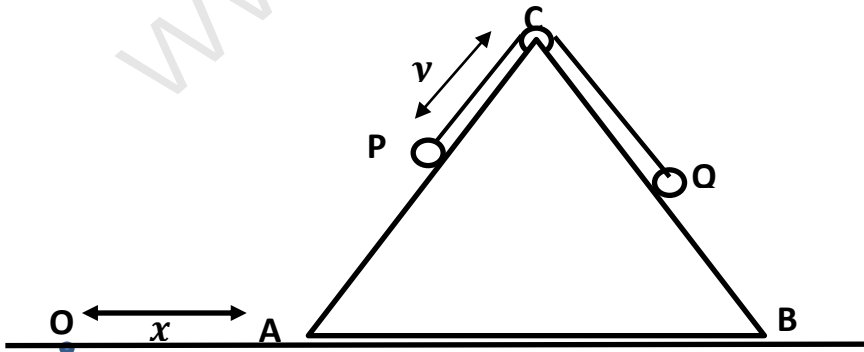
15.a) தரைக்கு மேலே உயரம்  $2a$  இல் உள்ள புள்ளி ஒன்றில் இருந்து கதி  $2gT$  உடன் கிடையாக எறியப்படும் துணிக்கை புவியீர்ப்பின் கீழ் சுயாதீனமாக இயங்குகின்றது. இங்கு  $T$  மாறிலி ஆகும். துணிக்கை தரையை அடிக்கும் வரைக்குமான துணிக்கையின் கிடை, நிலைக்குத்து இயக்கங்களுக்கான வேகநேர வரைபுகளை தனித்தனியாக வரைக. துணிக்கை தரையை அடிக்கும் போது எறியற் புள்ளியில் இருந்தான கிடைத்தூரம்  $4gT^2$  எனில் வேக நேர வரைபுகளைப் பயன்படுத்தி

- துணிக்கை தரையை அடிக்க எடுக்கும் நேரத்தை  $T$  சார்பில் காண்க
- துணிக்கை தரையை அடிக்கும் வேகத்தைக் காண்க.
- $a$  ஐ  $g, T$  சார்பில் காண்க.

b) ஒருகுறித்த கணத்தில்  $A, B$  என்னும் கப்பல்கள் துறைமுகம்  $H$  இல் இருந்து முறையே  $12 \text{ km}$  மேற்கிலும்  $4\sqrt{3} \text{ km}$  வடக்கிலும் உள்ளன. கப்பல்  $A$  ஆனது  $12 \text{ km/h}$  சீரான கதியுடன் கிழக்கு நோக்கியும் கப்பல்  $B$  ஆனது  $12\sqrt{3} \text{ km/h}$  சீரான கதியுடன் தெற்கு நோக்கியும் ஒரே நேரத்தில் பயணிக்கின்றன.

- சார்பு வேகக் கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி வேக முக்கோணி வரைவதன் மூலம்  $B$  சார்பாக  $A$  இன் வேகத்தைக் காண்க.
- $B$  சார்பாக  $A$  இன் பாதையை வரைக
- $A, B$  க்கு இடையிலான மிகக் கிட்டிய தூரத்தைக் காண்க.
- மிகக் கிட்டிய தூரத்தை அடைய எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

16)



உருவில்  $ABC$  ஆனது  $AC = BC$  ஆகுமாறும்  $\angle C = 60^\circ$  ஆகுமாறும் உள்ள  $5 \text{ m}$  திணிவுள்ள ஓர் ஒப்பமான சீரான ஆப்பின் திணிவுமையத்தின் ஊடான நிலைக்குத்து குறுக்கு வெட்டாகும்.  $CA, CB$  என்பன அவற்றைக் கொண்டுள்ள முகங்களின் அதிஉயர் சரிவுக் கோடுகளாகும். முகம்  $AB$  ஆனது ஒரு ஒப்பமான கிடை நிலத்தை தொட்டுக்கொண்டிருக்க முறையே  $3 \text{ m}, m$  திணிவுள்ள  $P, Q$  ஆகிய துணிக்கைகள் படத்தில் காட்டியவாறு ஒரு இலேசான நீளா இழையின் நுனிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு இழையானது

உச்சி  $C$  இல் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான இலேசான கப்பியின் மேலாகச் சென்று இழை இறுக்கமாகவும் இழையின் பகுதிகள் அதி உயர் சரிவுக் கோடுகள் வழியே இருக்குமாறும் பிடிக்கப்பட்டு தொகுதி மெதுவாக விடுவிக்கப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் ஒரு குறித்த கணத்தில் ஆப்பானது புள்ளி  $O$  இல் இருந்து  $x$  தூரத்திலும் துணிக்கை  $P$  ஆனது  $C$  இல் இருந்து அதிஉயர் சரிவுக்கோட்டின் வழியே  $y$  தூரத்திலும் காணப்பட்டன.

i) ஆப்பு , துணிக்கைகளில் தாக்கும் விசைகளைக் குறிக்க.

ii) ஆப்பு , துணிக்கைகளின் ஆர்முடுகல்களை  $\ddot{x}, \ddot{y}$  சார்பில் எழுதுக.

iii) ஆப்பின் ஆர்முடுகலின் பருமன்  $\frac{\sqrt{3}}{16} g$  எனவும் துணிக்கை  $P$  இன் ஆர்முடுகலின் பருமன்  $\frac{\sqrt{201}}{32} g$  எனவும் காட்டுக.

iv) தரையினால் ஆப்பின் மீது தாக்கும் மறுதாக்கத்தின் பருமனைக் காண்க.

v) துணிக்கை  $P, Q$  இன் மீது ஆப்பினால் கொடுக்கப்படும் மறுதாக்கங்களைக் காண்பதற்கான சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

17.

a) i)  $\underline{a}, \underline{b}$  என்பன பூச்சியமற்ற சமாந்தரமற்ற காவிகளாகவும்  $\alpha \underline{a} + \beta \underline{b} = \underline{0}$  ஆகவும் இருப்பின்  $\alpha = 0, \beta = 0$  எனக் காட்டுக

ii) புள்ளி  $O$  குறித்து  $A, B$  என்ற புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே  $2\underline{a}, \underline{b} - \underline{a}$  ஆகும்.  $BM:MA = 1:2$  ஆகுமாறு  $AB$  இல் உள்ள புள்ளி  $M$  ஆகும்.  $OA$  இற்கு சமாந்தரமாக  $B$  ஊடாக வரையும் நேர்கோடு நீட்டிய  $OM$  ஐ  $C$  இல் சந்திக்கிறது. இங்கு  $OM = \lambda OC$  ஆகும்

I.  $\overline{AB}$  ஐ  $\underline{a}, \underline{b}$  சார்பாக காண்க

II.  $\overline{MB}$  ஐ  $\underline{a}, \underline{b}$  சார்பாக காண்க

III. முக்கோண காவிக் கூட்டல் விதியை பயன்படுத்தி  $\overline{OM}$  ஐ  $\underline{a}, \underline{b}$  சார்பாக காண்க.

IV.  $\overline{BC}$  ஐ யாதாயினும் பரமானம்  $\mu, \underline{a}, \underline{b}$  எழுதுக.

V.  $OM = \lambda OC$  ஐ பயன்படுத்தி  $\overline{OM}$  ஐ  $\lambda, \mu, \underline{a}, \underline{b}$  சார்பாக காண்க

VI. III, V ஆகியவற்றை பயன்படுத்தி  $\lambda, \mu$  என்பவற்றைக் காண்க

VII.  $C$  இன் தானக்காவி மற்றும்  $\overline{BC}$  ஐ எழுதுக.

VIII.  $OM:MC$  ஐ உய்த்தறிக.

b)  $ABCDEF$  ஆனது பக்க நீளம்  $2a$  ஆகவுள்ள ஒழுங்கான அறுகோணி.  $\overline{BC}, \overline{CD}, \overline{ED}, \overline{DB}, \overline{BE}$  என்பவற்றின் வழியே முறையே  $4, 8, 2, \lambda\sqrt{3}, 6 N$  விசைகள் தாக்குகின்றன. விளையுள்ளனது  $AD$  க்கு செங்குத்து எனில்

i.  $\lambda$  ஐக் காண்க.

ii. விளையுளைக் காண்க.

iii. விளையுள்  $E$  இனுடாக செல்லும் எனக் காட்டுக

iv. விளையுள்  $D$  ஊடாக செல்வதற்கு சேர்க்கப்படவேண்டிய இணையைக் காண்க