Vetores - 2

Conjunto de Vetores

Uma coleção de vetores é chamado de conjunto e é representado por letras maiusculas em italico. Exemplo:

$$V = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$$

Um conjunto de vetores pode conter uma quantidade infinita de vetores. Um conjunto com uma quantidade infinita de vetores são subespaços vetoriais e tem implicações importantes para o ajuste de modelos estatísticos aos dados.

Um conjunto de vetores também pode ser vazio e é indicado por $V = \{\}$.

Combinação linear ponderada

Uma combinação linear ponderada é uma forma de mesclar informações de multiplas variaves, com algumas variaveis contribuindo mais que as outras. Algumas vezes o termo "coeficiente" pode ser usado ao inves de "peso".

A combinação linear ponderada é uma multiplicação vetor-escalar seguido por uma soma

$$w = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n$$

Presumimos que todos os vetores v_i tem a mesma dimensionalidade e λs podem ser qualquer número real, incluindo zero.

A combinação linear ponderada tem muitas aplicações como:

- A predicão de dados de um modelo estatistico são criados pela combinação linear ponderada de regressores (variaveis preditoras) e coeficientes (escalares) que são calculados pelo algoritmo dos minimos quadrados.
- Em procedimentos de redução dimensional como a analise de componentes principais (PCA), cada componente é derivado de uma combinação linear ponderada dos canais de dados, com os pesos (os coeficientes) escolhidos para maximizar a variância dos componentes.
- Redes artificiais neurais envolve duas operações: a combinação linear ponderada dos dados de entrada, seguido por uma transformação não-linear. Os pesos são ensinados a minimizar a função de custo

Vetores - 2

que tipicamente é a diferença entre a predição do modelo e a variavel alvo real

Independencia Linear

Um conjunto de vetores é linearmente dependente se pelo menos um vetor no conjunto possa ser expressado por uma combinação linear ponderada de outro vetor desse conjunto.

Portanto um conjunto de vetores e linearmente independente se nenhum vetor possa ser expressado por uma combinação linear ponderada de outros vetores do conjunto.

$$V = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix} \right\} \qquad S = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} \right\}$$

$\downarrow$ linearmente independente

$\downarrow$ linearmente dependente

A forma de determinar a independência linear é criar uma matriz do conjunto de vetor, calcular o rank da matriz e comparar o rank ao menor numero entre linhas e colunas.

A matematica da independecia linear

$$0 = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n \qquad \lambda \in \mathbb{R}$$

Essa equação diz que a dependencia linear pode ser definida por uma combinação ponderada linear dos vetores no conjunto que resulta em um vetor de zeros.

Logo:

$$\lambda_1 v_1 = \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n \qquad \lambda \in \mathbb{R}$$

*Todo o conjunto de vetores é dependente ou independente, não um vetor individual.

*Pelo menos um $\lambda \neq 0$

Subespaço e conjunto gerador

O subespaço é formado por todas as combinações lineares possíveis dos vetores de um conjunto, ou seja, infinitas maneiras de combiná-los linearmente.

O mecanismo de formar todas as possiveis combinações lineares ponderadas de um conjunto de vetores é chamado de espaço gerado ou envoltoria linear. Já o conjunto original de vetores é chamado de conjunto gerador.

A dimensionalidade de um subespaço espandido por um conjunto de vetores

Vetores - 2

é o menor numero de vetores que forma um conjunto linearmente independente. Se um conjunto de vetores é linearmente independente, então a dimensionalidade do subespaço extendido pelos vetores do conjunto iguala o numero de vetores daquele conjunto. Se o conjunto é dependente, então a dimensionalidade do subespaço extendido por aqueles vetores é necessariamente menor que o numero de vetores do conjunto.

A definição formal de um subespaço vetorial é um subconjunto que é fechado sob adição e multiplicação escalar, e inclui a origem do espaço

Base

"Uma base é como uma régua para medir um espaço"

Uma base é um conjunto de réguas que você usa para descrever as informações na matriz

O conjunto de base mais comum são os eixos Cartesianos: o plano XY.

Nenhum conjunto de base é intrissicamente melhor ou pior; bases diferentes podem ser mais ou menos úteis para problemas especificos baseados nos objetivos da análise, as variaveis dos dados, limites impostos pela analise e por ai vai

Definição de base

Base é simplesmente a combinação do conjunto gerador e independencia: um conjunto de vetores pode ser a base para algum subespaço se ele (1) extender esse subespaço e (2) for um conjunto de vetores independentes.

A base precisa abranger um subespaço para que posso ser usada como base para esse subespaço, porque você não consegue descrever algo que não consegue medir.

Resumo

- Um conjunto de vetores é uma coleção de vetores. Ele pode ter uma quantidade finita ou infinita de vetores no conjunto
- Uma combinação linear ponderada significa multiplicar por escalar e adicionar vetores em um conjunto. É um dos conceitos mais importantes da

algebra linear.

- Um conjunto de vetores é linearmen-dependente se um vetor do conjunto possa ser expressado por uma combinação linear ponderada de outros vetores do conjunto.
- Um subespaço é o conjunto infini-to de todas as possíveis combinações lineares ponderadas de um conjunto de vetores.
- Uma base é uma régua para me-dir o espaço. Um conjunto vetorial pode ser uma base para um subespa-ço se ele (1) abranger esse subespaço e (2) for linearmente independente. Um dos maiores objetivos da ciência de dados é descobrir o melhor conjun-to de bases para descrever datasets ou resolver problemas.

Vetores - 2

Vetores - 2