Titre : LP33 : collisions et lois de conservation en mécanique classique et relativiste

Présentée par : Charlie Kersuzan **Rapport écrit par** : Martin Caelen

Correcteur : Yehudi Simon **Date** : 31/03/2021

Bibliographie		
Titre	**Auteurs**	**Éditeur**
Mécanique : fondements et applications	Pérez	
Relativité : fondements et applications	Pérez	

Plan détaillé

(indiquer parties, sous-parties, 1 ou 2 phrases d'explications par sous-partie, et références)

__Niveau choisi pour la leçon__ : Licence

__Pré-requis__ :
- mécanique du point
- changements de référentiels
- énergétique du point matériel
- relativité : quadri-vecteurs et lois de la dynamique

Introduction (5'40'')

I – Collisions en mécanique classique
A – Modélisation et propriétés générales (11'00'')
B – Collision élastique directe (15'40'')
C – Cas général de la diffusion par une cible immobile (4'40'')
II – Collisions en mécanique relativiste (2'30'')

Conclusion (1'00'')

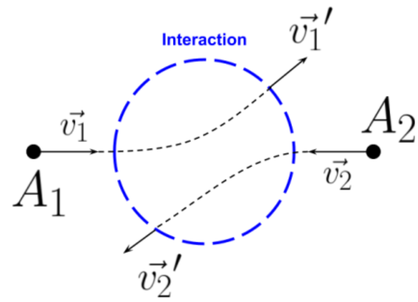
Introduction :
Définition collision : 2 systèmes entrent en contact lorsque les surfaces les délimitant se touchent à un instant t et ne se touchent pas aux instants précédent et suivant.

Propriétés d'une collision :
- localisé dans le temps et l'espace (à un instant et à un lieu précis)
- changement brusque des vecteurs vitesse des 2 systèmes

C'est difficile à modéliser ce qu'il se passe pendant l'interaction.
On va donc juste faire des bilans de quantité de mouvement et d'énergie.

On se limitera à la collision entre deux points matériels

I – A - Modélisation et propriétés générales (11'00'')



* 2 particules A1 (masse m1) et A2 (m²)
* interaction courte portée Ep(r) (r distance entre A1 et A2)
* t initial : Ep = 0 (r suffisamment grand)
* système isolé
* dans le référentiel du laboratoire, on a le schéma ci-contre :

en bleu : là où ça interagit, on ne sait pas bien ce qui s'y passe.
On note avec des prime les grandeurs en sortie.

*** Conservation de la quantité de mouvement**

$\vec{p}_{tot,i} = \vec{p}_{tot,f}$ (les P et v sont des vecteurs, ne pas l'oublier)

$$\sum_i \vec{p_i} = \sum_i \vec{p_f}$$

*** Conservation de l'énergie**

$$\mathcal{E}_{m,tot} = cst$$

$$\sum_i \mathcal{E}_{c,i} + \mathcal{E}_{p,i} = \sum_i \mathcal{E}_{c,f} + \mathcal{E}_{p,f} \Rightarrow$$

Collision élastique : c'est l'énergie cinétique qui est conservée : $\sum_i \mathcal{E}_{c,i} = \sum_i \mathcal{E}_{c,f}$

(on va faire que des collisions élastiques)

On a donc :

$$\vec{p_1} + \vec{p_2} = \vec{p_1}' + \vec{p_2}'$$

Et :

$$\frac{{p_1}^2}{2m_1} + \frac{{p_2}^2}{2m_2} = \frac{{p_1}'^2}{2m_1} + \frac{{p_2}'^2}{2m_2}$$

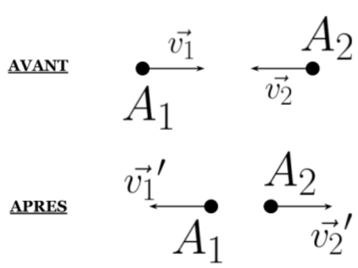
Dans le référentiel du centre de masse : (on rajoute une petite étoile pr dire que c'est dans le référentiel du centre de masse) :

$$\vec{p_1}^* + \vec{p_2}^* = \vec{p_1}'^* + \vec{p_2}'^* = 0$$ (car dans réf du centre de masse)

$$\frac{{p_1}^{*2}}{2m_1} + \frac{{p_2}^{*2}}{2m_2} = \frac{{p_1}'^{*2}}{2m_1} + \frac{{p_2}'^{*2}}{2m_2}$$

On a alors que les normes de toutes les impulsions sont égales : $|p_1^*| = |p_2^*| = |p_1'^*| = |p_2'^*|$

I – B – Collision élastique directe (15'40'')



Collision directe : tout est colinéaire :

Application des lois de conservation :
$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$
$1/2\ m_1 v_1^2 + 1/2\ m_2 v_2^2 = 1/2\ m_1 v_1'^2 + 1/2\ m_2 v_2'^2$
Soit : $m_1(v_1'-v_1) = m_2(v_2-v_2')$ et $1/2\ m_1 (v_1'^2-v_1^2) = 1/2\ m^2 (v_2^2-v_2'^2)$
En divisant ces deux équations : $(v_1'^2-v_1^2)/(v_1'-v_1) = (v_2'^2-v_2^2)/(v_2'-v_2)$ soit :
$v_1'+v_1 = v_2'+v_2$

On regarde le cas où A2 est une cible et où A1 est un projectile : $v_2 = 0$

$v_1' = (m_1-m_2)/(m_1+m_2)\ v_1$
$v_2' = 2m_1/(m_1+m_2)\ v_2$

Si $m_1 < m_2 \longrightarrow v_1' < 0$: la particule A1 rebondit et change de sens.
Si $m_1 = m_2 \longrightarrow v_1' > 0$: la particule A1 s'arrête.
Si $m_1 > m_2 \longrightarrow v_1' > 0$: les deux particules partent dans le même sens.

Animation pour illustrer ça : https://youtu.be/4v2RHtBTbj8

Sur l'animation on introduit le cas plus général où on peut partir dans d'autres directions

Mais d'abord étude énergétique

Q : perte d'énergie cinétique par A1

$Q = -\Delta Ec_1 = \Delta Ec_2 = 1/2\ m_2 v_2'^2 - 1/2 m_2 v_2^2 = 1/2\ m_2 v_2'^2 = 2\ m_1^2 m_2/(m_1+m_2)^2\ v_1^2$

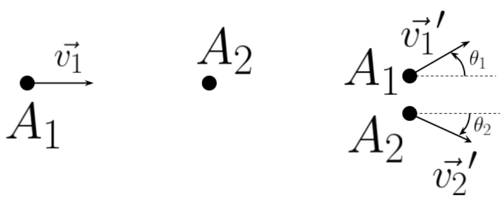
Si $m_1 = m_2$: $Q = 1/2\ m_1 v_1^2$

Si $m_1 \ll m_2$: $Q = 2 (m_1/m_2)^2 v_1^2$ très peu d'énergie perdue

Si $m_1 \gg m_2$: $Q = 2 m_2 v_1^2 = 4 m_2/m_1 Ec_1 \ll Ec_1$

Dans tous les cas, très peu d'énergie transférée si les masses sont différentes.

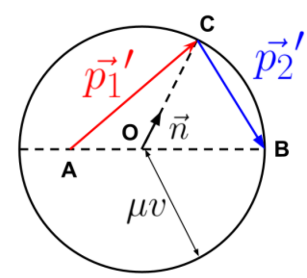
I - C – Cas général de la diffusion par une cible immobile (4'40'')



AVANT **APRES**

Cette fois ci on n'est pas colinéaire en sortie. On reste dans le cas d'une cible et d'un projectile.
On a 4 inconnues : v12', v1y', v2'x, v2'y
Mais on n'a que 3 équations (énergie, impulsion selon x et y) : donc tout n'est pas soluble.
Ce qui nous intéresse ce sont les angles de diffusion theta1 et theta2
On se met dans le référentiel du centre de masse : toutes les normes sont égales à $p^* = \mu v$ où $\mu = m_1 m_2/(m_1+m_2)$

Ensuite un calcul géométrique compliqué est lancé, à base d'une construction géométrique, pour calculer les angles de diffusion, mais n'est pas entièrement aboutie :



II – Collisions en mécanique relativiste (2'30'')

En relativité, c'est la même chose, à part que l'impulsion est multipliée par gamma où :
gamma = 1/sqrt(1-(v/c)²) où v est la vitesse de la particule.
Et l'énergie cinétique est égale à (gamma-1)mc².

Conclusion (1'00'')

Les collisions non élastiques seront étudiées en TD, on verra alors qu'elles sont associées à une perte d'énergie lors des collisions.

Questions posées par l'enseignant (avec réponses)

(l'étudiant liste les questions posées, ainsi que les réponses données par l'enseignant. Si certaines réponses manquent, l'enseignant pourra compléter le document)

- Qu'est-ce qu'on entend par niveau licence ? Quelle année ? *3e année de licence*
- Expliciter changement de référentiel dans le prérequis : *pour se placer dans le référentiel du centre de masse.*
- lois de la dynamique en relativité ? *Lois de la conservation de l'énergie en relativité, vecteur 4-impulsion et le PFD en relativité. J'aurais voulu utiliser des 4-vecteurs dans son calcul mais je n'ai pas eu le temps*
- pourquoi avoir fait distinction dans ce cas entre conservation de l'impulsion et de l'énergie en relativité ? *On aurait pu juste conserver la 4-impulsion*
- retour sur la définition de la collision : est-elle vraiment générale ? *Non, on a pas de surface avec deux points. Pour des systèmes ponctuels, la collision n'a pas vraiment sens, on aurait du parler d'interactions*
- est-ce qu'une collision est localisée dans le temps et l'espace ? *En relativité ça va dépendre du référentiel dans lequel on se passe. Mais ce sera UN événement*
- changement brusque des vecteurs vitesse :"brusque "? *Accélération infinie*
- l'énergie potentielle est-elle toujours nécessaire ? *Oui, mais elle peut avoir différentes formes*
- refaire le 1er schéma. Quelles sont les hypothèses qui manquent pour pouvoir le dessiner ? *Ici on a une collision élastique, et aussi on n'a pas création de nouvelles particules.*
- définition de collision élastique est pas bonne ? *Bonne réponse en commentaire*
- "Collision élastique" implique-t-elle que l'énergie cinétique totale se conserve ? *Oui, car l'énergie potentielle ne change pas juste à la sortie de la collision, et l'énergie mécanique se conserve*
- collision élastique directe, est-ce que votre schéma était le plus général ? *Oui*
- choix pédagogique de l'expression de l'énergie cinétique, pourquoi en changer au cours de la leçon ? *Je considérais qu'on est en L3, donc on peut jongler entre les deux, selon laquelle est la plus utile sur le moment*
- Q dans le cas $m1 \ll m2$: $Q = 2\, m1^2/m2^2\, v1^2$: porblème d'homogénéité : correction :
$Q = 2\, m1^2/m2\, v1^2 = 4\, m1/m2\, Ec1$
- que se passe t il si on rajoute une 3e direction ? *Ça rajoute encore un degré de liberté, donc c'est encore plus général*
- ça vient d'où la masse réduite ? *Ne sait pas*
- pourquoi avoir un pendule de Newton sur la paillasse ? *Prévu de l'utiliser mais oublier*
- refaire l'explication avec le cercle.
- Connaissez-vous l'effet Compton ? *Non*
- Y a-t-il d'autres lois de conservation ? *Conservation du moment cinétique, conservation de la charge, conservation du rotationnel (th. De Kelvin)*
- Lien culturel avec la notion de symétrie : *chaque symétrie (continue) est liée à la conservation d'une quantité (Th. de Noether).*
- Conservation de l'impulsion à quelles conditions ? *Système isolé, ou si le temps d'interaction est suffisamment faible pour négliger l'effet des forces*
- explication du pendule de Newton : *sert à l'illustration des collisions élastiques*

Commentaires lors de la correction de la leçon

(l'étudiant note les commentaires relatifs au contenu de la leçon : niveau, sujets abordés, enchaînement, réponses aux questions, etc. L'enseignant relit, et rectifie si besoin)

- La leçon était rop ambitieux, certaines choses ne valaient pas le coup d'être mises (trop de calculs dans la première partie, pas obliger de le faire à chaque fois)
- la première partie n'est pas niveau L3, c'était pas assez "fancy"
- il y a un problème avec les vecteurs, ne pas oublier les flèches
- en fait, en collision direct, l'axe des vitesses en sortie n'est pas forcément celui des vitesses en entrée.
- collision élastique : dépend du cadre relativiste ou classique.
En classique : pas de transfert d'énergie sous d'autre forme.
En relativiste : le nombre et la nature de particules ne change pas.
- l'animation c'était bien. Le pendule de Newton ça aurait été bien en intro
- force non-conservative : on pourrait ne pas avoir d'énergie potentielle.
- pas isolé : p n'est pas conservé.
- il aurait fallu parler un peu plus de référentiel galiléen
- Il fallait préciser que l'énergie potentielle finale est nulle pour écrire que les énergies cinétiques sont égales
- effet Compton indispensable

Éléments de plan proposés : utiliser les lois de conservation pour interpréter les expériences
Se demander à quoi ça sert les collisions
Première partie : Expérience de Rutherford (particules alpha sur atomes d'or) vue comme des collisions élastiques classiques, avec un modèle de sphères dures, pour trouver le rayon de Bohr, en connaissant l'interaction.
Deuxième partie : Expérience de Compton (similaire avec celle de Rutherford) : photon sur un électron comme cible.
Si on a le temps : collision inélastique en relativité, sur la découverte du boson de Higgs.

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.) :

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates :

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur) :

Bibliographie conseillée :