

**Titre :** Notion de viscosité dans les fluides

**Présentée par :** R. Aeschlimann

**Rapport écrit par :** T. Le Bret

**Correcteur :** M. Rabaud

**Date :** 25/01/2021

Bibliographie		
Titre	Auteurs	Éditeur
Poly Marc Rabaud		
Tec et Doc PC		
Dunod PC		

## Plan détaillé

*(indiquer parties, sous-parties, 1 ou 2 phrases d'explications par sous-partie, et références)*

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Pré-requis : Équation de diffusion ; hydrostatique ; point de vue eulérien ; écoulement parfait

Intro.

Vidéo : Écoulement de Couette, 2 plaques parallèles en mouvement opposé.

Pas explicable par un écoulement parfait, besoin de la

Viscosité + conditions aux limites.

Notion intuitive : miel plus visqueux que l'eau. (t = 2min)

### I. Notion de viscosité

#### 1) Contraintes tangentielles

Système de 3 particules de fluide.  $V = v(y,t).e_x$  écoulement parallèle selon  $e_x$

Interaction entre les couches de fluide, pour un fluide Newtonien incompressible :

$$dF_{1 \rightarrow 2} = -\eta \frac{dv(x, y)}{dy} dS.e_x$$

$$dF_{3 \rightarrow 2} = \eta \frac{dv(x, y+dy)}{dy} dS.e_x$$

$$dF_{tot} = \eta \frac{d^2v}{dy^2} d\tau.e_x$$

Force volumique :  $f_{vol} = dF_{tot}/d\tau = \eta \cdot \text{Laplacien}(v) \rightarrow$  forces visqueuses volumiques pour un fluide newtonien incompressible.

$\eta$  est la "viscosité dynamique" du fluide en Pa.s

10-6 OdG pour gaz, 10-3 pour H<sub>2</sub>O, 1 pour glycérine, miel ~10

Transition : comprendre la viscosité en termes de transport de quantité de mouvement

t = 10 min

## 2) Diffusion de quantité de mouvement

On néglige les autres forces volumiques, milieu homogène, on applique le PFD :

$\mu \frac{dp}{dt} = (\eta / \mu) \cdot \text{Laplacien}(p)$ , p qté de mvt,  $\mu$  masse volumique

$\nu = \eta / \mu$ , viscosité cinématique

Équation de diffusion avec un temps et une distance caractéristiques.

$l = \sqrt{\nu \cdot T} = \sqrt{\nu \cdot L / U}$ ,

L, U taille et vitesse caractéristiques de l'écoulement, l « longueur de diffusion »

Nombre sans dimension :  $Re = UL / \nu$ , « nombre de Reynolds »  $\Rightarrow l = L / \sqrt{Re}$

Re permet de caractériser les régimes d'écoulement.

Diapo : schéma écoulements laminaires  $\rightarrow$  turbulents

## II Dynamique des écoulements visqueux

### 1) équation de Navier-Stokes

$\frac{Dv}{Dt} = \frac{dv}{dt} + (v \cdot \text{grad})v = f_{\text{vol}} = -\text{grad}(P) / \mu + \nu \text{Laplacien}(v)$

Ré-introduit le nombre de Reynolds  $Re = (v \cdot \text{grad})v / \nu \cdot \text{Laplacien}(v) = UL / \nu$  (t = 15 min)

$Re > 1 \Rightarrow$  advection domine

$Re \gg 1 \Rightarrow$  écoulement turbulent, advection domine

$Re \ll 1 \Rightarrow$  écoulement visqueux, laminaire

### 2) Conditions aux limites

Surface rigide  $\Rightarrow v_{\text{normale}} = 0$  (pas de flux de matière à travers la paroi)

$v_{\text{tangentielle}} = 0$ , condition de non-glissement (particules "arrêtées au contact de la surface")

Pour une paroi mobile, idem mais dans le référentiel propre de la paroi

Interface entre deux fluides non miscibles  $p_1 = p_2$ ,  $\eta_1 \cdot \frac{dv_1}{dy} = \eta_2 \cdot \frac{dv_2}{dy}$

Transition : eq NS + conditions aux limites permet de caractériser des écoulements visqueux.  
(t = 20 min)

## III. Applications

### 1) Écoulement de Couette

Stationnaire, incompressible, newtonien,  $v = v(y,t).ex$

Pas de forces volumiques autres que la pression

Écoulement parallèle  $\Rightarrow (v.\text{grad})v = 0$ , même si  $Re > 0$

$$1/\mu \, dp/dx = \nu \cdot d^2v_x/dy^2 = \text{cte}$$

+ conditions aux limites, en  $y = 0$  (paroi immobile)  $v_x = 0 \Rightarrow v(x) = (U/h)y.ex$

Ce type d'écoulement sert pour la mesure de la viscosité

(t = 25 min)

### 2) Viscosimètre de Couette

Même problème mais a symétrie cylindrique :

$$v_\theta = Ar + B/r$$

On cherche le moment ou le couple visqueux est suffisant pour mettre en mouvement le cylindre

### 3) Écoulement de Stokes

Ici on est en régime laminaire car  $Re \ll 1$  :

$$NS \Rightarrow dv/dt = -(1/\mu)\text{Grad}(p) + \nu \cdot \text{Laplacien}(v) + g$$

On se place en régime stationnaire (vitesse limite atteinte rapidement),  $dv/dt = 0$  (t = 30 min)

On a la force de traînée  $F_{\text{stokes}} = (1/2) \cdot C_x(Re) \cdot \mu \cdot \pi \cdot D^2 \cdot U^2 / 4$  ,  $C_x$  coefficient de traînée

$$F_{\text{stokes}} = -6\pi \cdot \eta \cdot Rv$$

En régime stationnaire, cette force est égale à la poussée d'Archimède  $F = \Delta \mu \cdot (4/3) \cdot \pi \cdot R^3 \cdot g$

$$\Rightarrow v_{\text{lim}} = 2R^2 g \cdot \Delta \mu / (9 \cdot \eta)$$

(t = 35 min)

Manip : mesure de la vitesse limite pour différentes tailles de bille en acier

(t = 40 min)

Pas très concluant : besoin d'un facteur de correction pour les plus grosses billes car les parois ne sont pas « infiniment loin »

Aussi un problème avec ???

Conclusion : On a vu que la viscosité explique les différents régimes d'écoulement. Mais, tous les fluides ne sont pas Newtonien  $\rightarrow$  ex. maïzena : on peut plonger la main dedans, mais si on frappe avec un marteau, le marteau rebondit.

## Questions posées par l'enseignant (avec réponses)

Q. A quel type de fluide non-newtonien a-t-on affaire ?

« fluide rhéo-épaississant », viscosité augmente quand les contraintes augmentent

Comment vérifier si la taille de la bille est le problème ?

Terme correctif en  $0.21 \cdot (R_{\text{bille}}/R_{\text{cylindre}})$

Donc si les parois sont assez loin, on a toujours Stokes ?

Non, si  $Re$  pas petit, Stokes ne marche pas non plus !

Dans votre expérience, quel est le Reynolds pour la plus grosse bille ?

$U = 0,5 \text{ m.s}^{-1}$  ;  $R = 5 \text{ mm}$  ;  $\nu \sim 1/1,2$ , donc  $Re \sim 1$

Problème éventuel avec la glycérine qui absorbe l'humidité de l'atmosphère ?

Écoulement de Stokes, qu'est-ce qu'on fait du terme en  $dv/dt$  ?

Vitesse limite atteinte  $\Rightarrow$  écoulement stationnaire

Mesure expérimentale au viscosimètre de Couette, mesure toujours la viscosité ? Quels problèmes pratique ? Remarque : on fait les mesures en régime permanent

Peu fiable pour les faibles viscosités, l'écoulement n'est plus laminaire, instabilités ; effets de bords (cylindres pas de hauteur infinie)

Pour Couette plan, refaire le raisonnement ?  $dp/dx = \text{laplacien}(v) = 0 \Rightarrow dp/dx = A$  et de plus on fait l'hypothèse de l'absence de gradient de pression selon  $x$ ,  $A=0$

C'est quoi l'argument pour la condition de non-glissement ?

Adhésion des particules de fluide à la paroi solide (adsorption des particules sur le solide)

Refaire le raisonnement sur les  $dF_1 \rightarrow 2$ , d'où vient le  $dS$  ?

$DS = dzdx$

Si on fait chauffer la glycérine, on s'attend à quoi pour la viscosité ? Elle décroît avec  $T$ .

Toujours le cas pour un gaz ou un liquide ? Oui.

Non ! Faux dans les gaz, viscosité fonction croissante de  $T$  dans les gaz, diminue dans les liquides.

Dans un fluide très visqueux, ex peinture, pourquoi est-ce qu'il est difficile de mélanger à bas nombre de Reynolds (en admettant que la peinture est un fluide newtonien) ? Écoulement laminaire donc réversible, on mélange mal ! (la turbulence aide pour mélanger, difficile pour des  $Re$  trop bas)

Les étudiants connaissent les écoulements parfaits. Comment raccorder les conditions aux limites pour ces écoulements à celles des écoulements visqueux ? Modèle de la couche limite : transitoire soit spatial soit temporel entre écoulement parfait et visqueux.

**Écoulement de Poiseuille** : comment calculer le gradient de pression ? ~~Mesure de la perte de charge (dépression) par effet Venturi (cf manip Poiseuille dans le TP fluides), du au travail du fluide sur les parois du tube (forces visqueuses) qui s'annulent quand le régime permanent est atteint.~~

(l'étudiant liste les questions posées, ainsi que les réponses données par l'enseignant. Si certaines réponses manquent, l'enseignant pourra compléter le document)

MR : Sur la dernière phrase ci-dessus (barrée) je ne suis pas d'accord, les forces visqueuses en paroi ne travaillent pas, même en transitoire, car la vitesse est nulle à la paroi. Par contre, la somme des forces visqueuses sur la paroi du tube entre  $x_1$  et  $x_2$  est exactement égal à la différence de force de pression entre les surfaces  $x_1$  et  $x_2$ . D'autre part l'effet Venturi correspond à un régime d'écoulement parfait (Bernoulli) et n'intervient pas dans le cas présent d'un écoulement contrôlé par la viscosité.

- Plus généralement, il est nécessaire de parler de dissipation de l'énergie cinétique par la viscosité. C'est elle qui permet l'arrêt de la rotation d'un fluide dans un récipient, quel que soit le Reynolds.
- Attention au principe du fonctionnement du viscosimètre de Couette circulaire. On travaille en régime permanent, pas en transitoire.
- Attention au calcul du flux de qdm à travers une surface, votre dS n'était pas cohérent.
- Je suis toujours embêté avec l'expérience de la chute de bille dans la glycérine. Chaque année ça ne marche vraiment pas, et je ne crois pas que cela soit des effets de bords. L'expérience mériterait un test plus complet. Stratification en viscosité de la glycérine ? Peut-être bien mélanger avant de faire la série de mesure. La glycérine concentrée est très hygroscopique, la réaction est même exothermique ce qui peut faire des gradients de viscosité... Attention aussi à avoir une lumière froide ne chauffant pas le liquide. Finalement ça marcherait peut-être beaucoup mieux avec de l'huile silicone, mais évidemment c'est beaucoup plus pénible à nettoyer. Sinon il faut aussi donner la valeur du Reynolds pour la plus grosse bille pour justifier l'écoulement de Stokes.

## Commentaires lors de la correction de la leçon

*(l'étudiant note les commentaires relatifs au contenu de la leçon : niveau, sujets abordés, enchaînement, réponses aux questions, etc. L'enseignant relit, et rectifie si besoin)*

Schémas et explications souvent trop allusifs, mieux poser les calculs, faire des schémas plus propres (mettre les axes explicitement, )

En étant plus précis et concis, on gagnerait aussi en vitesse (la leçon a dépassé de plusieurs minutes).

Il faut aborder l'aspect énergétique : la viscosité dissipe de l'énergie, aspect irréversible.

## Partie réservée au correcteur

**Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.) :**

**Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates :**

**Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur) :**

**Bibliographie conseillée :**