

**Titre :** Bilans thermiques, illustrations**Présentée par :** Anna Wils**Rapport écrit par :** Basile Poujol**Correcteur :** Martial Mazars**Date :** 4 juin 2021

Bibliographie		
Titre	Auteurs	
Compétences prépa, Physique PC PC*	S. Olivier et K. Lewis	
Tout en un, PC-PC*		

## 1 Plan détaillé

(indiquer parties, sous-parties, 1 ou 2 phrases d'explications par sous-partie, et références)

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Pré-requis : Premier principe. Electrocinétique (loi des noeuds). Loi de Wien.

### I - Transferts thermiques

#### 1 - Flux thermique (4'00")

On définit la densité de flux de chaleur  $j_Q$  telle que l'énergie qui traverse une surface est :

$$\delta Q = \int \int \vec{j}_Q \cdot d\vec{S} dt$$

Et on définit le flux thermique :

$$\Phi = \frac{\delta Q}{dt} = \int \int \vec{j}_Q \cdot d\vec{S}$$

On va essayer d'appliquer le premier principe à un système hors équilibre.

#### 2 - Equilibre thermodynamique local et premier principe (6'00")

On travaille sur une échelle mésoscopique  $d$  telle que :  $\delta \ll d \ll D$

où  $\delta$  et  $D$  correspondent respectivement aux échelles microscopique et macroscopique.

Déf : équilibre thermodynamique local : à chaque instant le volume mésoscopique  $d(\tau)$  qu'on étudie est infiniment proche d'un état d'équilibre. On peut lui associer une température  $T(M,t)$ .

Attention ! En thermodynamique habituelle la température ne dépend pas de  $M$ , ici c'est parce qu'on est hors équilibre.

Soit  $u(M,t)$  l'énergie interne volumique.

Hypothèses :

- Solide indéformable  $\delta W = 0$
- Pas de mouvement macroscopique  $dE_c = 0$
- Sources d'énergie  $\delta Q_{\text{int}}$

Le premier principe donne :  $dU = \delta Q_{\text{int}} + \delta Q_{\text{ext}}$

### 3 - Bilan thermique local (13'30")

On considère un élément calorifugé entre  $x$  et  $x+dx$ . L'énergie transportée par le flux thermique est alors :

$$\delta Q_{\text{ext}} = \int \int \vec{j}_Q \cdot d\vec{S} dt$$

$$\delta Q_x = \int \int_x \vec{j}_Q \cdot d\vec{S} dt = j_Q(x, t) S dt$$

$$\delta Q_{x+dx} = \int \int_{x+dx} \vec{j}_Q \cdot d\vec{S} dt = -j_Q(x+dx, t) S dt$$

$$\delta Q_{\text{ext}} = \frac{\partial j_Q}{\partial x} S dx dt = \frac{\partial j_Q}{\partial x} S d\tau$$

On exprime maintenant la variation d'énergie interne :

$$dU = dC(T(x, t+dt) - T(x, t)) = c\mu d\tau dt \frac{\partial T}{\partial t}$$

Enfin on définit la puissance des sources par unité de volume sigma :  $\delta Q_{\text{int}} = \sigma d\tau dt$

Le premier principe fournit alors :

$$c\mu \frac{\partial T}{\partial t} = \sigma + \frac{\partial j_Q}{\partial x}$$

Pour finir on utilise la loi de Fourier qui est une loi phénoménologique :  $\vec{j}_Q = -\lambda \vec{\text{grad}}(T)$

Lambda est la conductivité thermique du matériau en  $\text{W}/\text{m}/\text{K}$ . Valeurs typiques : 0,026 pour l'air, 0,75 pour la terre, 200 pour le cuivre.

Finalement en réinjectant on trouve l'équation de diffusion :

$$\frac{\partial T}{\partial t} - D_{\text{th}} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\sigma}{\mu c}$$

$D$  est la diffusivité thermique en  $\text{m}^2/\text{s}$  ( $10^{-5}$  pour l'air,  $10^{-6}$  pour la terre,  $10^{-4}$  pour le cuivre).

### 4 - Illustration : intérêt de la cave (4'00")

On considère la Terre soumise en  $z=0$  à la température  $T(0, t) = T_0 + T_1 \cos(\omega t)$

On cherche un solution de la forme :

$$T(x, t) = \operatorname{Re} \left( T_0 e^{j(\omega t - kx)} \right)$$

Et on trouve :

$$T(x, t) = T_0 + T_1 e^{-x/\delta} \cos \left( \omega t - \frac{x}{\delta} \right) \text{ où } \delta = \sqrt{\frac{2D_{\text{th}}}{\omega}}$$

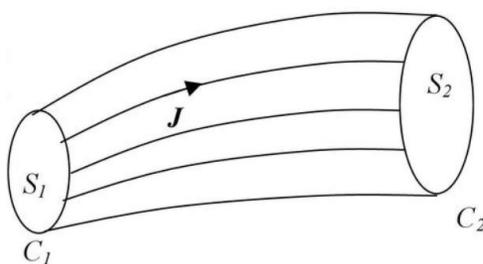
delta est l'épaisseur de peau.

Pour des variations de température journalières delta=17cm , pour des variations annuelles on trouve delta=3m. Donc une cave à plus de 3m de profondeur est insensible aux variations annuelles de température.

## II - Régime stationnaire

### 1 - Résistance thermique (5'00")

Considérons un tube de champ généré par la densité de courant thermique :



On applique le premier principe :  $dU = \delta Q_1 + \delta Q_2 = \Phi_1 dt + \Phi_2 dt$

Or  $dU = 0$  (régime stationnaire) donc :  $\Phi_1 = \Phi_2$

C'est l'analogie de la loi des noeuds en électrocinétique.

$$\Phi = \frac{\lambda S}{L} (T_1 - T_2)$$

On intègre et on trouve :

On peut faire l'analogie avec une résistance thermique :

$$R_{\text{th}} = \frac{L}{\lambda S}$$

### 2 - Pertes thermiques à travers une fenêtre (6'00")

On considère une fenêtre d'épaisseur \$e\$.

A l'interface fluide-solide on a besoin d'une nouvelle loi phénoménologique, la loi de Newton :

$$\delta Q = \int \int h(T_s - T_0) dS dt$$

\$h\$ est le coefficient de contact solide-fluide.

Le flux à travers l'interface est alors  $\Phi = h(T_s - T_0)S$  et la résistance thermique :

$$R_{\text{th}} = \frac{1}{hS}$$

Les résistances thermiques en série s'additionnent :

$$R_{\text{th,tot}} = \frac{2}{hS} + \frac{e}{\lambda S}$$

$$P_{\text{perdue}} = \Phi = \frac{\Delta T}{R_{\text{th,tot}}}$$

D'où la puissance thermique perdue :

---

En faisant le calcul pour 10°C d'écart on trouve des pertes de 1kW.

Conclusion : On a parlé de pertes par flux conductif ou convectif mais il y aussi des pertes par flux radiatif.

Partie prévue mais non traitée :

**III - Bilan radiatif**

- 1 - Flux surfacique reçu par la Terre**
- 2 - Effet de serre**

## 2 Questions posées par l'enseignant (avec réponses)

(l'étudiant liste les questions posées, ainsi que les réponses données par l'enseignant. Si certaines réponses manquent, l'enseignant pourra compléter le document)

Q : Tu pourrais utiliser le second principe dans cette leçon ? Et calculer des flux d'entropie ?

Q : Pourquoi il y a la loi de Wien en prérequis ?

R : Il y avait une 3e partie mais pas eu le temps de la traiter.

Q : Tu ne nous a présenté que de la conduction, pourquoi ?

R : La convection n'est pas au programme de CPGE et je n'ai pas eu le temps de traiter de la radiation.

Q : Dans la partie I-1 , delta Q est infinitésimal par rapport au temps ou à l'espace ?

R : Uniquement par rapport au temps, la surface sur laquelle on intègre est macroscopique.

Q : Quand tu parles d'équilibre thermodynamique local, il ne faut pas aussi vérifier une condition sur les échelles temporelles ? Quelles sont les échelles temporelles à comparer ?

R : Il faut comparer le temps typique de diffusion au temps de collision entre les différentes molécules ou atomes qui est de l'ordre de  $10^{-14}$ s.

Q : Tu as donné la loi de Fourier et un ordre de grandeur de lambda pour l'air. Mais dans quelle mesure c'est pertinent de définir cette grandeur pour un fluide ? Tu pourrais définir une grandeur équivalente (même unité que lambda) mais pour la convection ? Et donner un ordre de grandeur de sa valeur pour l'air ?

R : La convection est dominante dans les fluides peu visqueux comme l'air.

Q : Ton équation de diffusion tu es sûre qu'elle est homogène ?

R : Il y avait un préfacteur qui manquait sur un terme.

Q: Il n'y a pas une formule plus générale pour la résistance thermique, qui ne se limite pas à un prisme droit ?

R : On peut faire une intégrale sur la longueur L si la section n'est pas constante.

Q : Tu as dit que la loi de Newton est empirique mais il n'y a pas un moyen simple de l'interpréter ou de la justifier ?

R : On peut dire que ça doit être proportionnel à la surface.

Q : Tu connais des ordres de grandeur de h ?

R : 50 SI pour le verre

Q : Et pour un mur ce sera plus grand ou plus faible ?

R : En fait il ne dépend pas du solide mais uniquement du fluide avec lequel il est en contact.

Q : Quelle différence de température tu as prise pour l'application numérique pour la fenêtre ?

R : 10°C d'écart.

Q : Comment on peut réduire ce flux ?

R : On met un double vitrage, comme ça on augmente le nombre d'interfaces avec de la conducto-convection.

Q : Admettons qu'il n'y a pas de convection dans la fine couche d'air au milieu, tu peux recalculer les pertes thermiques ?

R : En faisant le calcul pour une même épaisseur de fenêtre on trouve que c'est plus faible.

Q : Tu connais d'autres dispositifs où on a des échanges thermiques par l'intermédiaire d'un milieu solide entre deux fluides ? Utilisés dans l'industrie notamment ?

R : Dans les réfrigérateurs on a un fluide caloporteur. On peut aussi avoir des échangeurs thermiques ou échangeurs à vapeur.

## Commentaires lors de la correction de la leçon

(l'étudiant note les commentaires relatifs au contenu de la leçon : niveau, sujets abordés, enchaînement, réponses aux questions, etc. L'enseignant relit, et rectifie si besoin)

- C'est une bonne leçon, les calculs ont été très bien menés et sans regarder tes notes, tout est très carré et le jury apprécie. Finalement tu as fait la leçon comme il faudrait la faire devant une vraie classe d'élèves en détaillant bien tous les calculs, mais pour une épreuve d'agreg tu peux te permettre d'aller plus vite, surtout sur la partie I, pour avoir le temps de traiter la radiation.
- Pour la loi de Newton c'est bien d'expliquer un peu les processus physiques responsables du transfert thermique.
- Si on traite le bilan radiatif terrestre, c'est important de bien identifier toutes les contributions potentielles (notamment les transferts géothermiques par conduction) et de montrer que certains sont négligeables. Il faut aussi bien préciser qu'on fait un modèle grossier car la Terre n'est pas vraiment un corps noir.
- En introduction, ce serait bien de présenter de manière détaillée les trois types de transfert thermique. C'est l'occasion de justifier d'emblée le choix de ne parler que de conduction au cours de la leçon.
- Une illustration typique pour cette leçon : les échangeurs thermiques, utilisés quand on fait passer de l'énergie d'un fluide chaud vers un fluide froid (dans un frigo le fluide chaud est l'air à l'intérieur du frigo). Ça sert à générer de la vapeur pour faire tourner les alternateurs. Il y en a plusieurs types :
  - Les échangeurs à tube (un circuit autour de l'autre comme les réfrigérants de chimie)
  - Les échangeurs à plaque : on fait passer les fluides dans des plaques à contre-courant
  - Il y a aussi des échangeurs avec de la convection
- Si on traite l'exemple de la fenêtre c'est bien aussi de traiter le double vitrage pour montrer comment ça fonctionne. Bien chercher en avance les valeurs numériques dont on a besoin, ou que le jury est susceptible de demander.
- Ici il y avait plusieurs lectures possibles du sujet. Tu as fait une leçon très axée sur les transferts thermiques. Mais il est aussi possible de faire cette leçon autour du premier principe, puis des bilans sur des machines thermiques et enfin le premier principe en système ouvert. Dans ce cas il aurait fallu aller plus vite sur les équations.

## *Partie réservée au correcteur*

### Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.) :

La leçon a été bien traitée, bien que la 3e partie n'a pu être exposée.

C'était probablement possible en détaillant un peu moins les différents calculs des parties I. et II. (mais l'exposé étant clair, structuré et maîtrisé c'est aussi une qualité attendue dans une leçon).

La principale remarque (très mineure) a été de ne pas avoir mentionné dans l'introduction les 3 modes de transfert thermiques.

Compte tenu du titre, un autre plan était possible. (Peut-être plus délicat à exposer).

Partie I. Les machines thermiques di-thermes.

Partie II. Les transferts thermiques (limités à la conduction).

### Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates :

Les applications des principes de la thermodynamique à des situations évoluant dans le temps, la définition et la justification des régimes stationnaires.

Les lois reliées aux transferts thermiques par convection.

### Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur) :

Si une partie sur les machines thermiques est exposée, on peut envisager (en se méfiant sur la durée) de montrer qualitativement (sans calcul de rendement) le fonctionnement d'une machine de Stirling.

Pour la conduction thermique, on peut visualiser la propagation dans un barreau métallique chauffé à une extrémité (bougie par exemple) sur lequel on aura disposer des repères en cire (qui fondront quand localement la température aura atteint la température de fusion de la cire).

### Bibliographie conseillée :