

Compte-rendu de montage - MP19 Effets capacitatifs

Présenté par Henri Bouvier

Octobre 2020

Plan détaillé

0.1 Modèle du condensateur plan

Présentation du condensateur d'Aepinius (à plateaux, ENSP3613) qui est l'archétype du condensateur plan. Proposition de vérification de la loi physique

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{e} \quad (1)$$

où C est la capacité du condensateur, S est la surface d'un des plateaux, et e la distance entre les plateaux, ajustable par une molette au dixième de millimètre près grâce à un vernier (dont nous ne nous sommes pas servi). La notice inclut des capacités parasites dues aux effets de bord et aux armatures du condensateur, et cela pour chacune des valeurs de e entre 1 et 20mm.

En pratique, on a mesuré la valeur de la capacité grâce à un RLC-mètre, par valeurs *décroissantes* de e pour éviter d'avoir à décharger le condensateur entre deux mesures. Celles-ci sont indépendantes de la fréquence utilisée, mais varient d'une journée sur l'autre (probablement à cause de l'humidité relative de l'air ; dont l'influence sur la permittivité relative n'est pas négligeable). Nous avons donc fait une série de mesures le matin, et complétée par une série lors du passage devant le jury à $e = 15, 10, 5\text{mm}$. En pratique, la précision de la mesure est limitée par les fluctuations sur le RLC-mètre.

Pour vérifier la loi physique, tracer C en fonction de $\frac{S}{e}$. Le jury suggère de justifier la mesure de S , par la mesure du périmètre de la plaque du condensateur par exemple. L'incertitude est d'autant plus grande que e est petit. La régression linéaire fournit un bon coefficient de corrélation, avec un χ^2_{red} très petit, lié à ce que nous avons surestimé l'incertitude sur e (et donc sur $\frac{1}{e}$) (1mm, au lieu de 0,1mm grâce au vernier). La loi physique est donc vérifiée et on peut mesurer ϵ_0 de la façon suivante.

Le coefficient directeur vaut finalement:

$$a = 9,16 \pm 0,11 \cdot 10^{-12} F.m^{-1} \quad (2)$$

et donc, en utilisant la mesure de la surface fournie par le constructeur et en estimant l'humidité relative de l'air à 30% (ce qui correspond à $\epsilon_r = 1,03 \pm 0,01$), on trouve

$$\epsilon_0 = \frac{a}{\epsilon_r} = 8,89 \pm 0,13 \cdot 10^{-12} F.m^{-1} \quad (3)$$

en accord avec la valeur théorique. L'incertitude sur ϵ_0 est estimée selon la formule du produit.

Influence de l'ajout d'un diélectrique entre les plaques Enfin, l'ajout d'une plaque de milieu diélectrique entre les plaques augmente la capacité du condensateur, ce qu'on peut montrer grâce à différentes plaques fournies avec le condensateur à plateaux.

0.2 Application et géométrie cylindrique

Proposition d'une application : la mesure de la hauteur d'un liquide grâce à un fil recouvert d'un fin film de vernis d'épaisseur e baignant dans le liquide.

On dispose une éprouvette remplie d'eau du robinet sur un élévateur à croisillon ("support boy"), pour contrôler facilement la hauteur d'eau avec une molette, que l'on peut lire grâce à du papier millimétré transparent et collé sur le tube transparent contenant les deux fils. Un de ces deux fils est conducteur, l'autre est recouvert d'un vernis et plié en deux de sorte à ce que son extrémité (irrégulière en comparaison avec le reste du fil) ne trempe pas dans la solution

Pour un liquide *conducteur*, on peut montrer que la capacité entre les deux fils vaut

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln(\frac{d+2e}{d})} h \simeq \frac{\pi\epsilon_0\epsilon_r d}{e} h \text{ dès que } e \ll d \quad (4)$$

où h est la hauteur du fil immergé, et d son diamètre, et ϵ_r la permittivité relative du *vernis*, et non du liquide utilisé.

Expérimentalement, on se propose de vérifier la proportionnalité de la capacité : pour cela, on réalise des mesures de capacité entre les deux fils, toujours avec un RLC-mètre, à (plutôt) 100Hz (pour de l'eau du robinet cela n'a pas trop d'importance, se référer aux ordres de grandeur fournis avec le polycopié de TP associé) pour que l'eau soit effectivement conductrice.

Les mesures doivent se faire par hauteur d'eau *croissante*, c'est-à-dire en faisant monter l'éprouvette : dans le cas contraire, on ne contrôle plus la hauteur du film d'eau qui recouvre effectivement le fil car le liquide peut avoir mouillé des parties supérieures au niveau.

Ainsi, on réalise les mesures pendant le passage devant tous les centimètres, de 1 à 15 cm. La capacité étant croissante, on n'a pas besoin de décharger le condensateur à chaque mesure.

Finalement on fait une régression linéaire sur Qtiplot : la courbe est effectivement une droite, avec un bon coefficient de corrélation. Cependant, on n'interprète pas le coefficient directeur car :

- On ne possède pas d'estimation de l'incertitude sur le diamètre d .
- On ne possède pas d'estimation de l'incertitude sur l'épaisseur du vernis e , épaisseur qui peut varier beaucoup ($10\mu m$ à $20\mu m$) d'une partie à l'autre du fil.

Effets capacitifs dans un câble coaxial Vérification rapide, toujours avec un RLC-mètre, de la valeur de la capacité linéique d'un câble coaxial de 100m de long. Suggestion du jury : réaliser la mesure sur un câble ouvert à l'autre extrémité, s'il est en court-circuit on mesure les effets inductifs.

0.3 Effets parasites pour une bobine

Modèle à trois dipôles d'une bobine ¹À haute fréquence, une bobine expose un comportement passe-bas dû à deux effets :

- La résistance augmente à cause de l'effet de peau
- La disposition des spires côte-à-côte est une disposition qui induit un effet capacitif qui devient visible à haute fréquence.

Pour modéliser cet effet, on peut ajouter en parallèle de la bobine un condensateur et une résistance et obtenir une impédance de la forme :

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + jC\omega} \quad (5)$$

En pratique, on utilise une résistance branchée en série avec la bobine qu'on étudie, associé à un générateur. En mesurant la tension aux bornes de la résistance u_R , on peut montrer que

$$Z = \frac{E - u_R}{u_R} R \quad (6)$$

où R est la valeur de la résistance mise en parallèle.

On réalise alors le diagramme de Bode de la résistance, et en exportant la phase et le module on reconstruit u_R , puis Z .

Expérimentalement, on obtient effectivement un filtre passe-bande comme prévu, et on peut extraire la valeur de la fréquence de coupure et en déterminer la valeur de la "capacité" de la bobine. Pour les bobines Leybold de $44mH$, on trouve

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = 122pF \quad (7)$$

¹Voir photo du tableau ci-dessous en figure 1 pour un schéma du montage

Questions et réponses

Question : Que signifie l'expression " deux plaques en influence totale" ?

Réponse : Toutes les lignes de champs relient les deux plaques.

Question : Pourquoi s'arrêter à 21 mm lors des mesures sur le condensateur d'Aepinus ?

Réponse : Au delà, $e \ll d$ n'est plus vrai et la formule n'est plus vraie.

Question : Comment fonctionne un RLC-mètre ?

Réponse : Détection synchrone.

Question : D'où viennent les capacités parasites ?

Réponse : Des fuites de courant dans l'armature et des effets de bord.

Question : Comment estimer la surface des disques ?

Réponse : En mesurant le périmètre avec une corde mesurée, pour en déduire le rayon et enfin la surface.

Question : Quelle fréquence sépare les zones conductives des zones capacitatives, pour l'air ? Et pour l'eau ?

Réponse : 100 Hz (?)

Question : Pourquoi le fil de mesure est-il plié en deux ? Quelle influence sur la mesure ?

Réponse : Pour éviter que ne trempe l'extrémité du fil, et on mesure une capacité deux fois plus élevée qu'attendue.

Question : Pourquoi 100m pour le câble coaxial ?

Réponse : Pour diminuer l'incertitude de mesure.

Question : Pourquoi avoir mesuré sa capacité entre les deux bornes d'un même côté du câble? Qu'aurait donné une mesure d'impédance du circuit sur une même borne, de part et d'autre du câble ?

Réponse : Modèle du câble coaxial

Question : Pourquoi utiliser un modèle à trois dipôles ?

Réponse : Fournit une bonne modélisation de ce qui est observé.

Question : Lorsque vous présenter le graphe de $\log(|Z|)$ en fonction de $\log(\omega)$, les parties linéaires ont une pente qui est loin d'être 1 (2 et des brouettes en pratiques, *ndlr*), pourquoi ?

Réponse : Bonne question ... Les mesures de gain calculées avec l'interface sont en réalité toutes décalées et amplifiée (on a comparé les valeurs pour une fréquence donnée avec le RLC-mètre), ce qui explique la mauvaise pente une fois que l'impédance. Nous n'en avons pas trouvé la cause.

Montage surprise : mesure de la célérité des ondes sonores avec des ultrasons, un banc, un GBF et un oscilloscope.

Bibliographie (non exhaustive)

- Le lien vers le passage devant le jury de Henri : vidéo
- Notices 168 et 197
- Quaranta Tome IV - paragraphes "Condensateurs" et "Bobines Magnétiques"
- "Mesure des capacité et inductance linéaires du câble coaxial - Analogie Mécanique", par Clément Sayrin.
- BUP 768 pour le câble coaxial.

Photo du tableau tel que présenté lors du passage devant le jury

I - EFFETS CAPACITIFS	II - APPLICATIONS & GEOMETRIE CHAUSSEE	III - EFFETS PARASITES
<p>I - Modèle du condensateur</p> <p>FORMULES - $C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d}$ (avec $A = \pi r^2$) - $\Delta C = \frac{\epsilon_0 \cdot \Delta A}{d} + \frac{A \cdot \Delta \epsilon_0}{d}$</p> <p>INTEGRALES - $C = \int \epsilon_0 \cdot dA / d$</p> <p>EXEMPLES - $C = \frac{\epsilon_0 \cdot \pi r^2}{d}$ (avec $r = 100 \text{ mm}$) - $\Delta C = \frac{\epsilon_0 \cdot \pi \cdot 2r \cdot dr}{d} + \frac{\pi r^2 \cdot \Delta \epsilon_0}{d}$</p> <p>ANALOGIE $\Delta C \approx \epsilon_0 \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{A}\right) \cdot \left(\frac{\Delta \epsilon_0}{\epsilon_0}\right)}$</p>	<p>II - APPLICATIONS & GEOMETRIE CHAUSSEE</p> <p>APPLICATIONS - RÉSONANCE - ENV. COMMUNIQUE - ENV. RADIO</p> <p>GEOMETRIE CHAUSSEE - $C = 2\pi \epsilon_0 \cdot \frac{L}{d}$ (avec $L = \frac{d}{2}$)</p> <p>POUR LA Q CONDUCTEUR - $C = 100 \text{ pF/m}$</p> <p>INCERTITUDES MESURE DE C - $\Delta C = \frac{C}{100} \cdot \Delta L$ - $\Delta C = \frac{C}{100} \cdot \Delta d$ - NON INFLUENCE SUR NOTICE</p>	<p>III - EFFETS PARASITES</p> <p>$Z_L = \frac{V}{I} = \frac{R}{1 + jQ(\frac{\omega}{\omega_0}, \frac{\omega}{\omega})}$</p> <p>$Z_L = R \sqrt{1 + Q^2(\frac{\omega}{\omega_0}, \frac{\omega}{\omega})}$</p> <p>$Q = \sqrt{\frac{L}{R}}, Q = \frac{R}{\omega L}$</p> <p>$\omega_0 = (L \cdot C)^{1/2}$</p> <p>$C = \frac{1}{\omega_0^2} \cdot \frac{1}{4\pi^2 \epsilon_0}$</p>

Figure 1: Tableau tel que présenté par Henri Bouvier lors de son passage en jury.