

**Titre :** Solides en contact. Frottements**Présentée par :** Sallé Lucie**Rapport écrit par :** Meyre- -Baqué Izia**Correcteur :** Zegers Robin**Date :** 14/10/2020

<b>Bibliographie</b>		
<b>Titre</b>	<b>Auteurs</b>	<b>Éditeur</b>
Mécanique 2	Bertin, Faroux, Renault	
Physique Spé. MP*, MP et PT*, PT	Gié, Sarmant, Olivier, More,	Tec & Doc, 2000
Tout-en-un MP · MP*		Dunod (2004)
Toute la Mécanique, Cours et exercices corrigés	Boquet, Faroux, Renault	Dunod (2002)
Mécanique 7e édition	Pérez	

## Plan détaillé

*(indiquer parties, sous-parties, 1 ou 2 phrases d'explications par sous-partie, et références)*

Niveau choisi pour la leçon :

CPGE

Pré-requis :

Mécanique du point, théorèmes de la mécanique, forces électromagnétiques

## Introduction

Frottement : interaction qui s'oppose au mouvement relatif entre deux systèmes en contact

Il s'agit de présenter des problèmes d'apparence simple (puisque nous en faisons l'expérience), mais on doit se contenter de lois phénoménologiques pour le moment, avec quelques difficultés à les lier à des justifications théoriques microscopiques.

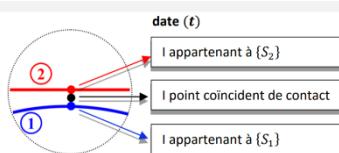
On souligne également que les actions de contact sont des lois méconnues, qu'on peut retrouver à l'aide de calcul de mécanique, c'est ce qu'on cherchera à décrire dans cette leçon.

On se placera dans le référentiel terrestre, qu'on supposera galiléen dans toute notre étude.

## 1. Actions de contact : description (1min)

### 1.1. Contact ponctuel : définition cinématique (pivotement, roulement, glissement) (8min50)

Considérons 2 solides S1 et S2 en contact ponctuel au point I à l'instant t. Il faut distinguer le point I purement géométrique des points matériels I1 qui appartient au solide S1 et I2 qui appartient au solide S2, tous deux coïncidant au point I à l'instant t. Ces trois points ont dans le référentiel du



laboratoire, des trajectoires différentes

Plusieurs mouvements possibles :

- **Glissement** : on définit la vitesse de glissement :

$$\vec{v}_{gR}(S1/S2) = \vec{v}(I \text{ e } S1/R) - \vec{v}\left(I \text{ e } \frac{S2}{R}\right) = \vec{v}\left(\frac{I1}{R}\right) - \vec{v}\left(\frac{I2}{R}\right)$$

Propriétés : -vg dans le plan tangent

-condition de non glissement vg nulle

- **Roulement et Pivotement**. En un point M quelconque de S2 égale à :

$$\vec{v}(M \text{ dans } R) = \vec{v}(I \text{ appartient à } S2 \text{ dans } R) + \omega \wedge \vec{IM}.$$

- Vitesse de roulement :  $\vec{v}(M \text{ dans } R) = \omega t \wedge \vec{IM}$

- Vitesse de pivotement :  $\vec{v}(M \text{ dans } R) = \omega n \wedge \vec{IM}$

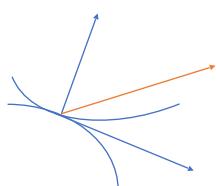
Exemple : vélo

[Un des cas importants est le roulement sans glissement, car il correspond au fonctionnement usuellement souhaité pour les véhicules à roues. Il y a roulement sans glissement s'il n'y a pas pivotement (=pas de rotation suivant la normale) et si vg=0]

### 1.2. Dynamique du contact et représentation des actions (8min50)

On cherche la **résultante** des actions et le **moment** de cette résultante au point I. Si on considère un contact rigoureusement ponctuel, les forces de contact passant toutes proches de I, ce moment sera alors nul. En réalité, ce moment n'est pas strictement nul, car on aura forcément une aire non nulle de contact entre les deux solides, aire dont on parlera un peu plus tard.

On s'intéressera seulement à la résultante, que l'on appelle réaction. On peut décomposer cette action en une composante tangentielle et une composante normale (du solide 1 sur le solide 2)



- $R_n$  répulsive (écrasement de surfaces)
- $R_t$  s'oppose au glissement (vg)

Propriétés : décollement si  $R_n$  nulle / frottement si  $R_t$  non nulle

### 1.3. Aspect énergétique du frottement : puissance des actions de contact (13min15)

[Si on ne considère pas ici ni le frottement de pivotement, ni le frottement de roulement.] La puissance des forces de contact s'exerçant sur :

- Le solide  $S_1$  :  $P_1 = v_{\frac{IeS_1}{R}} \cdot R(S_2 \vec{-} S_1)$
- Le solide  $S_2$  :  $P_2 = v_{\frac{IeS_2}{R}} \cdot R(S_1 \vec{-} S_2)$

D'où la puissance totale, avec les actions réciproques :  $P = P_1 + P_2 = \vec{v_g} \cdot R(S_1 \vec{-} S_2)$

Rq : - La puissance ne dépend que du mouvement relatif des deux solides (on aurait pu le prévoir, vg ne dépend pas du référentiel).

- La puissance est nulle s'il n'y a pas de frottement de glissement, ou s'il n'y a pas de glissement. Dans tous les autres cas, la puissance est négative. Ce résultat ne fait que traduire le **caractère dissipatif** des phénomènes de frottements

## 2. Frottement de glissement

### 2.1. Lois d'Amontons-Coulomb (17min)

- Léonard de Vinci 15<sup>e</sup> siècle
- Amontons 1699 et Coulomb 1779

Nous avons plusieurs versions de cette loi, qui dépendent de la vitesse de glissement, introduite en partie 1.1 :

- Si  $\vec{v_g} = \vec{0}$ , alors  $\vec{R}_T \leq \mu_s \vec{R}_N$ , avec  $\mu_s$ , le coefficient de frottement statique, sans unité. ATTENTION au terme statique, parce qu'on peut avoir des mouvements de roulement et pivotement, c'est simplement que l'on n'a pas de glissement. Géométriquement, on trouve que la résultante totale doit être contenue dans le **cône de frottement**, d'axe la normale au plan tangent de contact et de demi-angle  $\alpha_s$  où  $\tan(\alpha_s) = \mu_s$ . **schéma**

Rq : Le coefficient de frottement statique est indépendant de la surface de contact et de la réaction normale, propriété qu'on va vérifier et que l'on va surtout nuancer

- Si  $\vec{v_g} \neq \vec{0}$ , alors la réaction possède les propriétés suivantes :

➤  $\vec{R}_T = \mu_d \vec{R}_N$ ,  $\mu_d$  coefficient de frottement dynamique sans unité

➤  $\vec{R}_T \cdot \vec{v_g} < 0$

➤  $\vec{R}_T \wedge \vec{v_g} = \vec{0}$

Cette loi indique que la force de frottement tend à s'opposer au glissement. En présence de frottements, la résultante est située sur le cône de frottement de demi-angle  $ad$  où  $\tan(ad) = \mu d$ .

Bilan :

- En général, coeff de frottement statique plus grand que le coeff de frottement dynamique (exemple du meuble)
- Les coeff dépendent de la nature des surfaces en contact
- **Slide** : ODG

## 2.2. Aspect microscopique du frottement (24min30)

Pas aujourd’hui encore de consensus réellement établi sur l’origine de ces lois au niveau microscopique. Le problème semble à priori bien posé à l’échelle microscopique : les atomes de chacun des deux solides en contact interagissent par des forces d’origine électromagnétiques dont la résultante conduit à une force de frottement macroscopique. Mais, la distribution des atomes dans la région de contact est assez complexe donc il est difficile de modéliser ces forces pour arriver à un calcul direct de la résultante totale au niveau macroscopique

C’est donc naturel de vouloir associer le frottement à la rugosité, c’est ce qui a été fait par **Coulomb** et **Amontons** au 18<sup>e</sup> siècle. Leur raisonnement reposait sur des considérations géométriques. On considère que les surfaces s’emboitent parfaitement et il faut une force latérale assez forte pour pouvoir les séparer. Cet argument n’est pas totalement satisfaisant car il repose sur une rugosité régulière, ce qui n’est pas caractéristique de la réalité. **Bowden** et **Tabor** dans les années 1950 ont élaboré une façon plus intuitive de voir les choses, et ont mis en défaut l’explication du frottement par la rugosité régulière (en prouvant que le coeff de frottement dépend de la force normale) : A cause de la rugosité, on a une **aire réelle** de contact qui est plus faible que l’**aire apparente**. **Slide (schéma de la surface)**

Il est ensuite assez intuitif de supposer que l’aire réelle est proportionnelle à la force normale : plus on a une force normale importante, plus l’aire réelle sera importante. On a également proportionnalité entre réaction tangentielle et aire réelle par le cisaillement. En fait, on a  $T$  qui est indépendante de la surface apparente. Tout ce qu’on vient de dire suppose que les solides sont un peu déformables

On peut voir les composantes de la réaction comme des forces proportionnelles à l’aire réelle de contact :  $R_n = pA$  et  $R_t = cA$ , **pression et cisaillement** (=pression tangentielle)

On retrouve alors les lois de Coulomb, où  $\mu = s/p$

## 3. Applications : arc-boutement (29min30)

**Plan incliné : mesure d'un coefficient de frottement et phénomène d'arc boutement et vérifier coeff ne dépend pas de la surface**

Arc-boutement : phénomène de blocage de deux pièces mécaniques en contact à cause des forces de frottement. Même en appliquant une force extérieure, le système pourra rester immobile. L’arc boutement se produit d’autant plus que le frottement est important

ATTENTION : On ne considère plus ici un contact ponctuel, mais on considère qu'on a pour chaque point de la surface en contact, la même contribution à la réaction normale et tangentielle, si bien qu'on peut sommer sur toute la surface. On peut donc encore utiliser les lois de Coulomb dans ce cas.

### schéma

- Mesure du **coeff de frottement statique**

D'après le principe fondamental de la dynamique, on a (en statique)

$$\vec{0} = m\vec{g} + \vec{R}$$

En projection selon les axes, on obtient

$$\begin{aligned} 0 &= Rn - mg\cos(a) \\ 0 &= -Rt - mg\sin(a) \end{aligned}$$

Comme nous n'avons pas glissement, les lois d'Amontons-Coulomb s'expriment :  $R_t \leq \mu s R_n$ . A la limite, on aura équilibre rompu et on pourra remonter au coefficient de frottement statique.

Exp : indépendance de la surface et calcul de l'angle limite

- **Coeff de frottement dynamique (phénomène d'hystérésis mécanique)**

Si on considère désormais le palet mobile sur ce plan incliné,

Considérons maintenant le solide mobile sur le plan incliné. Le TRC s'écrit cette fois :

$$m\vec{g} + \vec{R} = m\vec{a},$$

et la projection de cette relation sur les axes Ox et Oy :

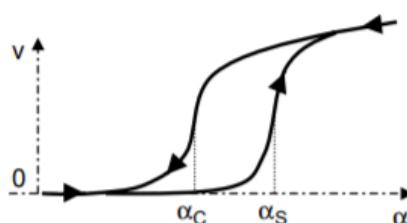
$$\begin{aligned} mgs\sin\alpha - T &= m\ddot{x} \\ mg\cos\alpha - N &= 0 \end{aligned}$$

Le solide glisse et donc  $T/N = \mu$ . En remplaçant T dans la première équation il vient :

$$\ddot{x} = g\cos\alpha(\tan\alpha - \mu).$$

Pour un angle  $\alpha$  très grand le solide a un mouvement accéléré, puis pour  $\alpha = \alpha_C$  tel que  $\tan\alpha_C = \mu$  le solide glisse à vitesse constante et enfin pour  $\alpha < \alpha_C$  le solide ralentit.

On peut alors tracer un cycle d'hystérésis en partant de  $\alpha < \alpha_C$  et en augmentant l'inclinaison, puis de  $\alpha > \alpha_S$  en diminuant l'inclinaison.



Autre exemple : vis

## Conclusion (39min)

Diminuer les frottements avec lubrification

Utile : exemple de la voiture avec l'exemple du roulement sans glissement / freinage

TOTAL : 40min

## Questions posées par l'enseignant (avec réponses)

(l'étudiant liste les questions posées, ainsi que les réponses données par l'enseignant. Si certaines réponses manquent, l'enseignant pourra compléter le document)

- Q : pourquoi recherche active sur les frottements ? réduire usure des surfaces / calculer les actions
- Q : Vg de glissement appartient au plan tangent démo ? qu'est ce qui se passerait si ça ne l'était pas ? (hypothèse : pas de déformation)
- Q : Est-ce que ça existe le contact ponctuel ? comment on expliquerait ce qui se passe en réalité ? écrasement des surfaces
- Q : Vg indépendant du référentiel démo ? ok
- Q : Moment en I de la résultante, qu'est-ce qu'on entend par ça ? def d'un moment d'une force par rapport à un point
- Q : Refaire l'historique des travaux sur les frottements (De Vinci, Coulomb...)
- Q : Version statique de la loi de Coulomb, préciser les notation  $R_t$  et  $R_n$  (normes des forces)
- Q : Quel différence entre les cônes de frottements statiques et dynamique ? cas statique résultante à l'intérieur / cas dynamique résultante sur le cône
- Q : idée de contre-exemple coeff statique pas plus grand que coeff dynamique ? ABS
- Q : idée de ce dont dépendent les coeff de frottements en général ? Température, rugosité, film interfaciel, vitesse de glissement [ (pour le coeff dynamique)-> ABS freine relache freine relache se place pour avoir le bon taux de glissement], temps de contact des deux surfaces (croissance logarithmique de coeff de frottement statique)-> les solides s'écrasent avec le temps sous l'effet de la contrainte.
- Q : discuter de la dépendance en la rugosité : coeff grand si rugosité grande (contre-exemple surface très lisse où coeff très grand : les atomes se font face, forces em très grandes qui empêchent le décollement)
- Q : préciser les interactions em : vdw
- Q : quelles incohérences génèrent la loi de Coulomb ? (coeff de frottement ne dépend pas de la réaction normale) En quoi coeff dépend de la résultante normale d'après le modèle de Bowden et Tabor ?
- Q : Rediscuter la définition de l'arc-boutement + exemple
- Q : En dire un peu plus sur l'exemple de la vis. Vis à bois / vis à métal différence ? angle plus faible pour les vis à métal
- Q : Exemple du pavé : discussion sur le contact non ponctuel/ Peut-on être plus précis sur l'endroit où s'appliquent les forces ? Poids agit au barycentre (car champ de pesanteur uniforme) / Où agit la réaction du support sur le pavé ? Bilan des moments des forces sur le pavé dans cette situation : pourquoi le pavé ne bascule pas ?
- Q : Refaire la manip : il semble que on avait des angles différents pour les deux surfaces (non)

- Q : Diagramme hystérésis : comment on le construit ? Quelle vitesse pour un angle alpha donné sur le graphe ? Que représente la valeur de  $v_g$  pour un angle alpha donné quand on est dans un mouvement accéléré ?
- Q : ODG des coeff slide : Pneu sur la route ( 0.6 ou 0.3 sur un sol mouillé -> quelle différence entre sol sec et sol mouillé ?) eau lubrifie. Comment comprendre intuitivement le rôle du liquide ? schéma Allure du coeff de frottement en fonction de la vitesse de glissement ? Courbes de Stribeck (3 régimes)
- Q : Comment on comprend ce qui se passe sur acier/glace (coeff très inférieur aux autres)? Idée de ce qui se passe quand on passe du régime statique au régime dynamique ? Glace proche du point de fusion. Chaleur dissipée fait fondre et donc autolubrification. ( si solide bon conducteur tendance à bien évacuer la chaleur donc baisse modérée du coeff et inversement)
- Q : que devient l'énergie dissipée ? chaleur
- Q : quel est le message de cette leçon ? le frottement ne s'oppose pas toujours au mouvement

## Commentaires lors de la correction de la leçon

(l'étudiant note les commentaires relatifs au contenu de la leçon : niveau, sujets abordés, enchaînement, réponses aux questions, etc. L'enseignant relit, et rectifie si besoin)

Plan : correct / équilibrage entre les parties (plus de temps sur les applications) : passer la partie dynamique plus vite

ATTENTION : On parle de solides indéformables

**Cinématique** : bien

**Actions de contact** : moment résultant des actions de contact pas la même chose que moment de la résultante (calculé au point qu'on). Distribution surfacique d'actions de contact complexe : ce qui nous sauve dans le cas d'un solide on écrit le théorème du moment/ de la résultante dynamique sous l'hypothèse qu'il est indéformable : torseur d'actions exprimé en un seul point suffisant. Cas du pavé sans glissement : calculer le moment à différents points, discussion sur comment éviter le basculement.

**Aspects énergétiques** : ok, discuter du fait que le frottement est source de pertes d'énergie (exemple de la voiture)

Loi Coulomb : attention à l'énoncé des notations  $R_t$  et  $R_n$  (norme) / coeff ind de surface mais on parle de contact ponctuel

**Microscopique** : modèle Bowden intéressant (mais on peut gagner du temps) et bien maîtriser ses hypothèses, calculs ODG.

Idée : aire réelle bcp plus petite que apparente (point de départ) : comment on voit aire réelle expérimentalement ? (questions) Si on applique une charge, pression considérable au niveau des points de contact (étant donné que la surface qui supporte petite): déformation plastique donc on se place en régime non linéaire. Schéma : contrainte en fonction de déformation (linéaire = élastique, réversible) puis plateau= non linéaire. On arrive en régime plastique où la contrainte vaut  $p$  et on a de l'hystérésis (irréversibilité). Aussi courbe pour le cisaillement-> graphe cisaillement/ déformation (même forme). On a rupture au-delà d'une certaine valeur de la déformation (cisaillement  $c$ ) = glissement. Si on est inférieur à cette valeur on a juste déformation

= adhérence. **Le modèle ne prouve pas incohérence avec loi de Coulomb il permet de comprendre ce qui se passe au niveau microscopique !** On récupère ensuite l'expression du coeff de frottement.

Attention au concept de rugosité ! (contre-exemple de la surface lisse). La rugosité n'explique pas ce qui se passe au niveau microscopique.

**Application** : attention la manip pas aller trop vite pour mesurer l'angle. La contrainte est le poids : on peut augmenter le poids et ça ne glissera toujours pas = idée de l'arc-boutement.

**Hystérosis** : il faut que les grandeurs soient à l'équilibre pour les abscisses et les ordonnées : pouvoir dire qu'à une valeur de  $x$  donné, *connaissant l'histoire antérieure du système*, on a une valeur donné de  $y$  (sauf que là on accélère donc le pavé n'a pas une seule valeur de  $v_g$  !)

**Pavé** : représentation : bien justifier l'assimilation à un point ou alors ne pas l'assimiler à un point et faire attention où on écrit la réaction.

**Exemple du collé-glissé** : violon. On peut montrer une vidéo à la caméra rapide faire une manip

## Partie réservée au correcteur

### **Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.) :**

Le plan est parfaitement adapté. Il faut cependant le rééquilibrer afin de laisser plus de place aux applications dans la dernière partie.

Dans la première partie, bien insister sur le lien entre les hypothèses faites (solides indéformables, contact ponctuel ou étendu) et les conséquences de ces hypothèses ( $v_g$  dans le plan tangent, description des actions de contact par le torseur des contraintes mécaniques...).

Dans la discussion des aspects microscopiques, n'aborder que des notions bien maîtrisées et veiller à ne pas y consacrer plus de temps que nécessaire.

Les applications sont à reprendre. En particulier l'exploitation du pavé glissant pour illustrer le phénomène d'hystéresis mécanique, où le cycle tracé n'avait tout simplement pas de sens. Attention à bien souligner le fait que l'arc-boutement consiste en un blocage mécanique qui subsiste indépendamment de l'intensité de la contrainte qui tend à le rompre. Ce point peut-être illustré sur le cas du pavé glissant en augmentant le poids par exemple. Sinon, cette notion peut être illustrée par de nombreux exemples de la vie courante.

### **Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates :**

Point de contact, Vitesse de glissement.

Actions de contact.

Lois de Coulomb, coefficients de frottement statique et dynamique, cônes de frottement.

Aire réelle de contact. Doit figurer dans la discussion des aspects microscopiques. Elle est aisément introduite avec la notion de rugosité des surfaces en contact.

Collé-glissé (source de nombreux exemples d'application des frottements solides dans la vie courante. Application intéressante aux séismes, cf. réf. dans la bibliographie conseillée.)

Hystéresis mécanique.

### **Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur) :**

Pavé sur un plan incliné.

Règle de Sommerfeld.

Expérience de Timochenko ?

**Bibliographie conseillée :**

Christopher H. Scholz, Earthquakes and friction laws, NATURE, Vol. 391, Jan. 1998.