

**Titre :** LP M4 : Cinématique Relativiste**Présentée par :** Martin Caelen**Rapport écrit par :** Charlie Kersuzan**Correcteur :** L. Le Guillou**Date :** 04/12/2020

| Bibliographie  |                         |                  |
|--|-------------------------|------------------|
| Titre  | Auteurs                 | Éditeur          |
| <a href="https://youtu.be/T-z_zRcLGak">https://youtu.be/T-z_zRcLGak</a> : Sciences Étonnantes. Introduit et résout très bien le "paradoxe" des jumeaux.<br>Billet de blog correspondant :<br><a href="https://scienceetonnante.com/2020/03/05/le-paradoxe-des-jumeaux/">https://scienceetonnante.com/2020/03/05/le-paradoxe-des-jumeaux/</a><br>avec dedans des ressources utiles supplémentaires. |                         |                  |
| <a href="https://www.youtube.com/watch?v=LKjaBPVtvms">https://www.youtube.com/watch?v=LKjaBPVtvms</a> : Minutes Physics, sur le paradoxe des jumeaux.  |                         |                  |
| <a href="https://www.youtube.com/watch?v=Rh0pYtQG5wl">https://www.youtube.com/watch?v=Rh0pYtQG5wl</a> : Minute Physics. Bonne introduction de la transformation de Lorentz.  |                         |                  |
| BFR Électromagnétisme 3 : équations de Maxwell et Relativité   | Bertin, Faroux, Renault | Dunod Université |
|  |                         |                  |
|  |                         |                  |
|  |                         |                  |

## Plan détaillé

(indiquer parties, sous-parties, 1 ou 2 phrases d'explications par sous-partie, et références)

Niveau choisi pour la leçon : L3

Pré-requis :

- Mécanique classique
- Ondes électromagnétiques dans le vide

Introduction (1min30s)

En mécanique classique, nous avons étudié les changements de référentiels galiléens, notamment la transformation de Galilée pour passer d'un référentiel galiléen à un autre. Nous avons vu en particulier la formule de composition des vitesses :

$$u' = u - v$$

Avec  $u'$  la vitesse dans  $R'$ ,  $u$  la vitesse dans  $R$  et  $v$  la vitesse de  $R'$  par rapport à  $R$ .

Cependant en 1865, Maxwell publie sa théorie de l'électromagnétisme dans laquelle il postule que la vitesse de la lumière  $c$  est une constante quel que soit le référentiel galiléen. Une série d'expériences menées par Michelson et Morley dans les années 1880 met en évidence la conservation de la vitesse de la lumière. Il faut donc construire une nouvelle cinématique en accord avec la théorie de Maxwell : cette nouvelle construction de la cinématique est la relativité restreinte.

### I – Construction de la relativité restreinte

#### A-Rappels (5 minutes)

Tout d'abord, un bref rappel des définitions essentielles en cinématique :

- Un évènement : C'est la donnée d'une date et d'un lieu  $(t, \vec{r})$ . Dans la suite de la leçon, on se place à une dimension donc  $\vec{r} = x$ .
- Espace-temps : C'est l'ensemble des événements possibles
- Référentiel : C'est une horloge plus un repère (axes+origine). Dans la suite on supposera toujours un observateur placé à l'origine du repère.

On rappelle la transformation de Galilée, en précisant qu'elle n'est plus valable en relativité restreinte.

#### B-Principes de la relativité restreinte et transformation de Lorentz (4 minutes)

- Principe de relativité : Les lois physiques doivent être conservées par changement de référentiel galiléen.
- Invariance de la vitesse de la lumière :  $c$  doit être constante lors d'un changement de référentiel galiléen.

Une transformation vérifiant ces deux principes, pour deux référentiels en translation rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre :

$$\begin{aligned} t'_A &= \gamma \left( t_A - \frac{v}{c^2} x_A \right) \\ x'_A &= \gamma (x_A - vt_A) \end{aligned}$$

Avec  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

#### C-Invariants relativistes et diagramme d'espace-temps (11min30s)

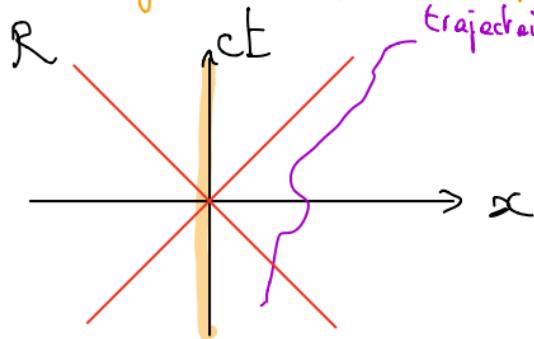
Invariant : quantité conservée par changement de référentiel galiléen.

On présente deux invariants :  $c$  et le carré de l'intervalle espace-temps.

Soient deux événements A et B :

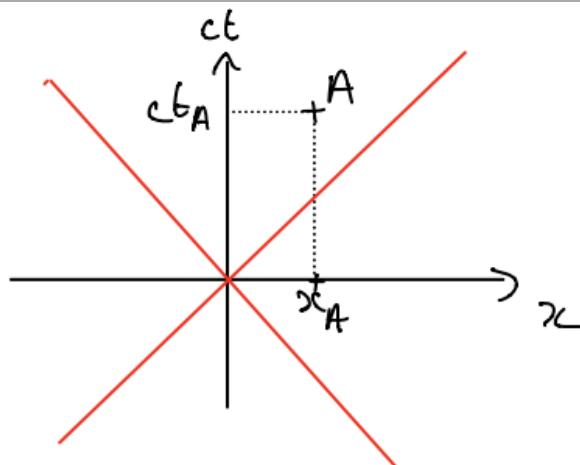
$$\begin{aligned} \Delta s^2 &= c^2(t_B - t_A)^2 - (x_B - x_A)^2 \\ \Delta s'^2 &= c^2(t'_B - t'_A)^2 - (x'_B - x'_A)^2 \\ \Delta s'^2 &= \Delta s^2 \end{aligned}$$

\* Diagramme espace-temps



— Trajectoire d'un observateur immobile en O.

— trajectoire lumière

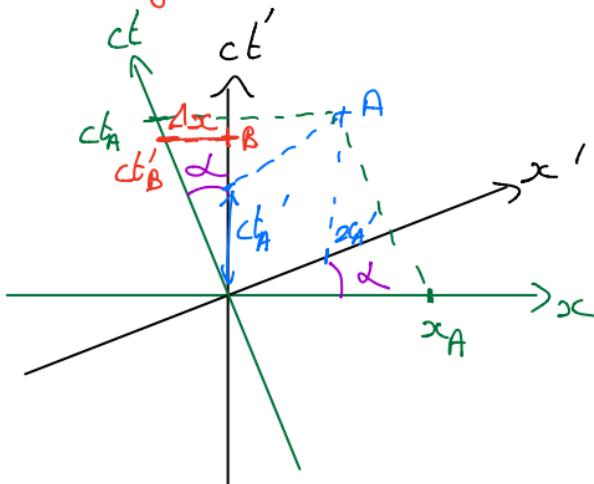


$\Delta s^2 = 0$ : genre lumière

$\Delta s^2 > 0$ : genre temps :

$\Delta s^2 < 0$ : genre espace

\* Diagrammes de Lorentz



R' va à  $v/R$

Soit un événement B à l'origine dans R'

$$\sin \alpha = \frac{\Delta x}{c \Delta t} = \frac{v}{c}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\gamma}$$

## II - Conséquences de cette cinématique

### A – Perte de la simultanéité (4min12s)

En utilisant les diagrammes de Loedel, on montre que deux événements simultanés dans R ne le sont pas dans R'.

### B – Dilatation du temps (3min16s)

Toujours avec Loedel, montrer que le temps propre est toujours plus court que le temps mesuré dans l'autre référentiel.

### C – Contraction des longueurs (2min)

Encore avec les diagrammes de Loedel.

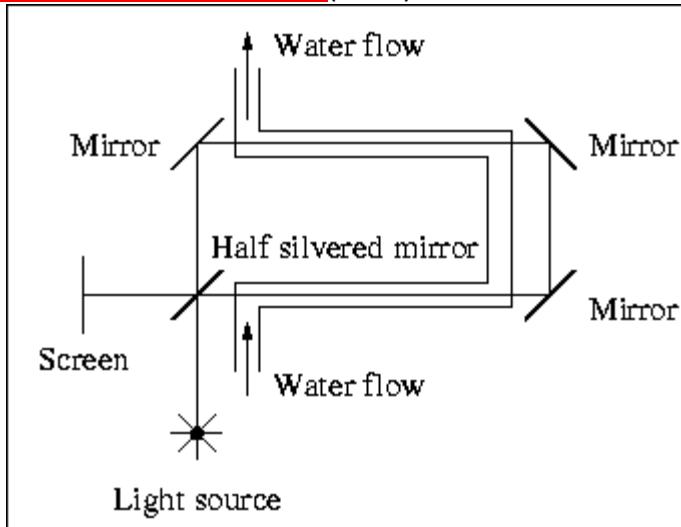
### D – Composition des vitesses (3min)

$$\begin{cases} \Delta x = \gamma (\Delta x' + v \Delta t') \\ \Delta t = \gamma (\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta x') \end{cases} \quad \text{Transfo de Lorentz inverse}$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x' + v \Delta t'}{\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta x'} = \boxed{\frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'}} = u$$

### III - Observations expérimentales

#### A – Expérience de Fizeau (3min)



On rappelle que dans un milieu, la vitesse de la lumière dépend de la lumière :  $c$  devient  $c/n$ .

Si ce milieu se déplace avec une certaine vitesse  $v$ , en utilisant la composition des vitesses classiques, on devrait mesurer une vitesse  $u$  telle que :

$$u = \frac{c}{n} + v$$

Or expérimentalement, Fizeau mesure :

$$u = \frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

Cette observation s'explique avec la transformation de Lorentz :

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'} = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{v}{c^2 n} c} \approx \frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

En utilisant un développement limité au premier ordre.

#### B – Frisch et Smith (5min)

Expérience illustrant la dilatation du temps pour des particules se déplaçant à une vitesse proche de la vitesse de la lumière.

Montrer la vidéo Youtube : Time Dilatation : An experiment with muons mesons (1962).

Ne pas entrer trop dans les détails, expliquer simplement qu'on observe trop de muons en bas de la montagne par rapport à ce qu'on s'attendrait en utilisant la formule de composition des vitesses de mécanique classique, et que seule la dilatation du temps permet d'expliquer qu'autant de muons arrivent jusqu'en bas de la montagne. On peut aussi interpréter ça dans le référentiel du muon : de son point de vue, la montagne paraît bien plus courte que de notre point de vue, la distance à parcourir pour atteindre le bas de la montagne est donc plus courte de son point de vue.

Vitesse des muons :  $0.995c$

## Conclusion

La théorie de la relativité est une réalité, on peut mesurer ses effets expérimentalement, même pour de petites vitesses comme le montre l'expérience de Fizeau. Ces effets sont à prendre en compte.

## Questions posées par l'enseignant (avec réponses)

(l'étudiant liste les questions posées, ainsi que les réponses données par l'enseignant. Si certaines réponses manquent, l'enseignant pourra compléter le document)

Q : Vous ne mettez pas l'expérience de Michelson et Morley en prérequis mais n'en parlez pas dans votre leçon, pouvez-vous la décrire et expliquer ce qu'il se passe ?

R : voir cours de L. Le Guillou pour un schéma et des explications détaillées. Il faut dire qu'ils utilisent un interféromètre de Michelson, qu'au départ ils cherchent à valider la théorie de l'éther, et que si la Terre se déplace dans cet éther alors on s'attend à avoir des déphasages différents selon les deux bras, et ce déphasage devrait varier lorsqu'on fait tourner le Michelson dans le référentiel terrestre, ce qui n'est pas observé.

Q : Est-ce que l'existence d'un observateur est nécessaire pour définir un référentiel ?

R : Non mais c'est plus un outil pédagogique de toujours placer un observateur à l'origine du repère : c'est celui qui va mesurer à l'intérieur de ce référentiel. C'est celui qui va observer le mouvement.

Q : Vous n'avez donc pas de souci à définir le référentiel d'une particule élémentaire ?

R : Non

Q : Vous avez choisi l'axe des x parallèle à la vitesse de translation de R' par rapport à R, cela ne limite-t-il pas la portée les résultats établis ?

R : Non, si la vitesse du référentiel R' n'était pas selon x, on pourrait toujours effectuer une rotation du référentiel R jusqu'à replacer la vitesse de R' parallèle à l'axe des x. Cette rotation ne change pas les lois physiques car l'univers est isotrope.

Q : D'une certaine manière, la définition de référentiel galiléen est circulaire : vous définissez un référentiel galiléen comme un référentiel dans lequel les lois physiques sont vérifiées, mais les lois physiques ne sont définies que dans un référentiel galiléen. Comment sortir de cette circularité ?

R : Il faut trouver un référentiel galiléen au départ. Une fois celui-ci trouvé, tout référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à celui-ci est aussi un référentiel galiléen.

Q : Ecrivez la transformation de Lorentz avec les coefficients habituels  $\beta$ ,  $\gamma$ , sous forme matricielle.

R : Voir le cours.

Q : Qu'est-ce qui motive la recherche de nouveaux invariants en relativité ?

R : En passant de la mécanique classique à la relativité restreinte, on perd tous les invariants classiques : le temps, les distances : il faut donc trouver de nouveaux invariants. Les invariants sont très utiles en cinématique, car si on peut écrire les lois physiques en fonction de ces invariants, elles sont alors justes pour tout référentiel galiléen.

Q : Sur un diagramme de Minkowski, dessinez la trajectoire d'un photon et décrivez ce qui se passe. En montrant un photon passant par l'origine, et un autre ne passant pas par l'origine.

R : voir cours de L. Le Guillou.

Q : Représentez dans un diagramme de Minkowski le changement de référentiel de R à R'. Exprimez les coordonnées d'un événement A dans ces deux référentiels.

R : Voir cours.

Q : Comment pourriez-vous illustrer la perte de simultanéité en utilisant la transformation de Lorentz (sans le diagramme de Loedel).

R : On utilise la transformation de Lorentz sur un couple d'événement A et B simultanés dans R : donc  $\Delta t = 0$ , et on montre qu'alors  $\Delta t' \neq 0$ .

Q : On suppose un événement en  $x=0$  dans R, par changement de référentiel, quelle est sa coordonnées temporelle dans R' ?

R : Il y a élongation du temps donc  $t'$  supérieur à  $t$ .

Q : Et maintenant, si j'ai une horloge dans R, je vais mesurer une durée plus longue dans R', n'est-ce pas paradoxal ?

R : Il y a toujours un unique référentiel propre associé à l'horloge, et la période de l'horloge mesuré dans tout autre référentiel sera supérieure à sa période propre. Ce n'est pas paradoxal.

Q : Dans votre leçon, lors de la partie contraction des longueurs, vous parlez de « prendre une photo » dans le référentiel R de la corde immobile dans R', n'est-ce pas induire l'auditeur en erreur ?

R : Si car il faudrait prendre en compte le temps de trajet des photons. Une manière plus juste de le faire est de dire qu'on s'intéresse par exemple à deux règles qui glissent l'une par rapport à l'autre, très proches l'une de l'autre, chacune fixe dans un référentiel, et on étudie quand les extrémités des deux règles coïncident, ce qui ne fait pas appel à la propagation de la lumière.

Q : Vous avez dérivé la composition des vitesses uniquement pour x, que se passe-t-il pour y et z ? Pourriez-vous écrire les transformations rapidement ?

R : Elles sont modifiées pour y et z avec la transformation de Lorentz (ce qui n'est pas le cas avec la transformation de Galilée). Pour l'écriture, voir cours.

Q : L'expérience de Fizeau est réalisée bien avant l'avènement de la relativité restreinte, que cherche à prouver Fizeau avec cette expérience ?

R : Cette expérience cherche à valider la théorie de l'éther. Il veut montrer l'entraînement partiel de l'éther par l'eau, et cette expérience est un franc succès à l'époque ! Elle permet de confirmer la théorie de l'éther ! Fizeau interprète le coefficient en  $1/n^2$  comme une vitesse d'entraînement de l'eau par l'éther. Ce qui est faux bien entendu. Ce terme est en réalité dû à la transformation de Lorentz.

Q : Dans l'expérience de Frisch & Smith, vous indiquez dans votre cours que la vitesse des muons est de  $0.995c$ , est-ce le cas de tous les muons qui tombent et traversent le détecteur ?

R : Non, dans l'expérience, ils sélectionnent les muons ayant une certaine classe de vitesse en les ralentissant à l'aide de couches de fer. Seuls les muons ayant une vitesse comprise entre  $0.995c$  et  $0.997c$  se désintègrent dans le scintillateur.

Q : *Quel est le temps de vie des muons ?*

R : 2.2 microsecondes

Q : *Comment est-il mesuré ?*

R : Ils mesurent le temps de désintégration des muons, en réalisant un ajustement logarithmique ils peuvent remonter à un temps de vie.

Q : *Quels muons sont comptés dans cette expérience ?*

R : Seulement ceux qui se désintègrent dans le scintillateur. Ils sont capables de le savoir car sur leur détecteur, ils mesurent un premier pic lors de l'arrivée de muons dans le détecteur, puis un deuxième lors de sa désintégration, ils ne comptent donc que le nombre de deuxième pics.

Q : *En quoi se désintègre un muon ?*

R : un électron et deux neutrinos, c'est l'émission d'un électron qui est détecté et crée le deuxième pic sur le détecteur.

Q : *Dans quel domaine cette physique relativiste apparaît de manière évidente ?*

R : Désynchronisation des satellites dû aux effets relativistes ?

Q : *Comment fonctionne le GPS ? Quels effets relativistes sur le GPS ?*

R : Question classique pour une leçon de relativité. Le GPS fonctionne à l'aide de satellites géostationnaires, chacun ayant une horloge atomique à bord permettant de mesurer le temps propre de chaque satellite. Ces satellites sont soumis à des effets relativistes.

Il y a à la fois des effets de relativité restreinte et de relativité générale : le satellite tourne autour de la Terre (relativité restreinte), mais en plus il est dans un champ de gravité très faible donc le temps passe plus vite pour lui (relativité générale). Il y a aussi un effet lié à la rotation terrestre.. Il faut tenir compte de ces effets pour corriger le temps des satellites et assurer le bon fonctionnement du GPS.

## Commentaires lors de la correction de la leçon

(l'étudiant note les commentaires relatifs au contenu de la leçon : niveau, sujets abordés, enchaînement, réponses aux questions, etc. L'enseignant relit, et rectifie si besoin)

**Très bon choix de plan. Globalement très bonne leçon.**

Ne pas parler de Michelson et Morley est un choix, il faut cependant savoir expliquer l'expérience de manière concise et efficace.

Très bonne définition du repère et de l'horloge. Très bonne justification sur le choix d'orienter la vitesse de R' parallèle à l'axe des x (isotropie de l'espace, on peut toujours se mettre dans ce cas simple par rotation du repère R).

Bonnes réponses sur la transformation de Lorentz.

Important de savoir que la définition d'un référentiel galiléen est circulaire. Le point clé est de savoir qu'une fois un référentiel galiléen trouvé, on les a tous par transformation rectiligne uniforme.

**Le choix de présenter tous les effets cinématiques de la relativité restreinte avec des diagrammes de Loedel est risqué. Il faut peut être mieux expliquer la dilatation du temps, la contraction des longueurs, et la perte de simultanéité avec la transformation de Lorentz, puis l'illustrer avec Loedel devant un jury d'agrégation. C'est un risque que vous pouvez toutefois assumer, à condition de prendre le temps de construire et justifier les diagrammes de Loedel.**

Quand on présente les diagrammes de Minkowski, au lieu de directement présenter comment représenter une trajectoire, montrer d'abord comment représenter un événement dans ce diagramme, puis ensuite une trajectoire dans l'espace-temps (« ligne d'univers »).

Dans la partie contraction des longueurs, le terme « prendre une photo » est mal choisi. Prendre l'exemple de deux règles qui glissent l'une par rapport à l'autre par exemple. Sinon vous allez provoquer des questions sur la propagation de la lumière, ses effets, etc.

Il peut être intéressant de tirer profit de la loi de composition des vitesses obtenue. Par exemple, montrer qui si on prend une vitesse  $u=c$ , on retrouve bien  $u'=c$ .

Concernant l'expérience de Fizeau, elle est délicate à utiliser car elle n'est historiquement pas utilisée comme preuve de la relativité mais comme preuve de la théorie de l'éther, et plus précisément, comme vérification de la loi de Fresnel sur l'entraînement partiel de l'éther par la matière. Si on s'en sert, il faut en avoir conscience, et c'est bien de le préciser durant la leçon pour que le jury voit que vous savez.

Niveau vocabulaire : en français on dit scintillateur et non scintilleur, et photomultiplicateur et non photomultiplieur (expérience de Frisch & Smith).

## Partie réservée au correcteur

### Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.) :

La leçon était bien construite, et la structure du plan est appropriée. C'était une très bonne leçon. La présentation était très claire, et vous avez su répondre parfaitement à quasiment toutes les questions, de manière claire et argumentée.

Le choix de présenter graphiquement les effets cinématiques de la relativité à l'aide de diagrammes de Loedel est une approche originale, mais, je pense, probablement risquée pour une leçon d'agrégation, notamment parce que les diagrammes de Loedel sont moins connus que ceux de Minkowski. Il me semble préférable de dériver à partir de la transformation de Lorentz la dilatation du temps, la contraction des longueurs et la perte du concept de simultanéité sur des exemples très simples, et de les illustrer ensuite à chaque fois au moyen d'un diagramme d'espace-temps comme le diagramme de Loedel, en représentant bien les axes des deux référentiels galiléens en jeu et la manière de projeter les événements sur les axes pour obtenir leurs coordonnées spatio-temporelles dans les deux référentiels. Justifier, même rapidement, la validité de la construction d'un diagramme de Loedel est probablement indispensable. Pensez aussi à dessiner vos diagrammes en très grand au tableau, en vous centrant sur le quadrant utile à votre démonstration, pour qu'ils soient bien lisibles de l'assistance.

Evoquer et analyser succinctement les expériences historiques, comme ici l'expérience d'Hippolyte Fizeau sur la propagation de la lumière dans l'eau, et celle sur le temps de vie des muons de David Frisch & James Smith est une excellente idée. Attention toutefois à bien replacer ces expériences dans le contexte de l'époque : par exemple, l'expérience de H. Fizeau a lieu en 1851, bien avant la formulation de la relativité restreinte ; l'objectif de Fizeau est de vérifier la théorie de « l'entraînement partiel de l'éther par les matériaux transparents » (ici, l'eau) formulée par Augustin Fresnel, et de ce point de vue, il s'agit d'un franc succès ! Ce n'est qu'à posteriori, au 20ème siècle, que l'expérience de Fizeau a été ré-interprétée comme une validation expérimentale de la relativité restreinte.

Attention aussi à bien maîtriser les concepts et les méthodes utilisées dans les expériences présentées, comme pour l'expérience de Frisch & Smith. Connaître la durée de vie moyenne du muon par exemple, car si vous présentez une expérience qui utilise cette durée comme « horloge naturelle », le jury ne manquera pas de vous poser la question. Il est important aussi d'avoir bien compris la technique de détection utilisée. L'utilisation de la vidéo pour cette expérience célèbre qui a été entièrement filmée est une excellente idée, d'autant que ce film est particulièrement réussi et a été conçu comme un outil pédagogique par D. Frisch et J. Smith, tous les deux enseignants.

**Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates :**

Cette leçon exige d'être très rigoureux et précis dans les termes utilisés et dans les concepts exposés : *référentiel, référentiel galiléen ou inertiel, événement, changement de référentiel, transformation de Galilée, transformation de Lorentz, etc.* Vous avez su présenter les bases de la cinématique relativiste en respectant cette nécessité.

Une fois la nouvelle loi relativiste de composition des vitesses établie et présentée, il est important d'en exposer les conséquences, par exemple dans des cas particuliers simples (applications numériques rapides montrant désormais la non additivité des vitesses, ou cas d'un photon qui va à la vitesse  $c$  dans le vide dans tous les référentiels inertiels), et de mettre en exergue les différences avec la mécanique classique ( $v < c$ , etc).

**Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur) :**

Il y a hélas peu de possibilités d'expériences réalisables pendant une leçon d'agrégation pour illustrer la cinématique relativiste. Présenter et discuter les expériences historiques les plus marquantes est probablement le meilleur substitut ici.

**Bibliographie conseillée :**

- D. Langlois, « Introduction à la relativité », Vuibert (2011)

L'ouvrage de David Langlois est une très bonne introduction aux concepts de la théorie de la relativité, utilisant les notations modernes et qui couvre l'ensemble des notions de relativité utiles pour l'agrégation.

- Y. Simon, « Relativité restreinte », Armand Colin (1971)

C'est un ouvrage un peu ancien, mais la présentation et l'analyse détaillée des expériences historiques (sous forme d'exercices avec une correction très détaillée) est très bien faite.