

Titre : Inductances : de l'électromagnétisme à l'électrocinétique

Présentée par : Charlie Kersuzan

Rapport écrit par : Martin Caelen

Correcteur : Erwan Allys

Date : 07/06/2021

Bibliographie		
Titre	Auteurs	Éditeur
Électromagnétisme	Pérez	
Tout-en-un PCSI		Dunod

Plan détaillé

(indiquer parties, sous-parties, 1 ou 2 phrases d'explications par sous-partie, et références)

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Pré-requis : Théorème d'Ampère, loi de Faraday, loi de Lenz, bases de l'électrocinétique (loi des mailles/nœuds), utilisation des complexes en électrocinétique

Introduction : on a vu l'induction, et on va voir comment ça s'inscrit en électrocinétique.

00'30"

I - Rappels des lois de l'induction

1. Notion de flux et d'inductance

On part d'une boucle de courant i traversée par un champ B . On définit le flux : $\phi = B \cdot S$ (S vecteur surface de cette boucle).

On définit l'inductance : $L = \phi / i$ d'où : $\phi = Li$

2'30"

2. Loi de Faraday

force électromotrice induite : $\text{fem} = e = - d\phi/dt = - L di/dt$
on retrouve une loi de l'électrocinétique

3'50"

II - Inductance propre/mutuelle

1. Inductance propre

On utilise des bobines, ça permet d'avoir des champs importants.
Étudions un solénoïde, supposé infini. On applique le théorème d'Ampère :
 $B = \mu_0 N i / l$
N : nombre de spires
l : longueur du solénoïde

$$\phi = B.S = \mu_0 N i / l * N * S = \mu_0 N^2 S / l i$$

inductance propre : $L = \mu_0 N^2 S / l$
ne dépend pas du temps si le solénoïde n'est pas déformable.
À courant variable : $e = - d\phi/dt = - L di/dt$

8'00"

2. Inductance mutuelle

On s'intéresse juste à des circuits électriques, donc pas d'aimants, donc les seules sources de champ électromagnétique sont des circuits.

On considère deux boucles de courant. Le champ B_1 créé par la boucle de courant i_1 crée un flux dans la deuxième boucle.
 $\phi_{1 \rightarrow 2} = B_1.S_2 = M i_1$ où M est le coefficient d'inductance mutuelle.

Pour deux solénoïdes imbriqués :
 $B_1 = \mu_0 N_1 / l i_1$
 $\phi_{1 \rightarrow 2} = B_1.S_2 = \mu_0 N_1 / l i_1 * N_2 S$
 $M = \mu_0 N_1 N_2 S / l$

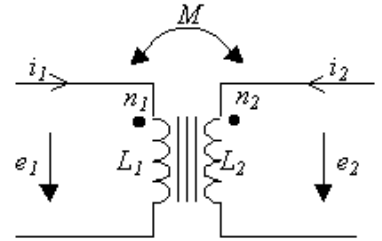
14'00"

3. Passage à l'électrocinétique : schémas électriques équivalents

Pour une inductance propre :
convention générateur : tension et courant dans le même sens, et on a $e = - L di/dt$
(on dessine un générateur)
convention récepteur : tension et courant dans sens opposés, et on a : $U = L di/dt$
(on dessine une petite spirale)

On va préférer la convention récepteur, c'est celle-là qu'il faut retenir.

C'est cohérent avec la loi de Lenz : si le courant augmente, une force électromotrice se fait pour créer un courant dans l'autre sens qui s'y oppose.



Deux circuits couplés par inductance mutuelle
On fait directement en convention récepteur

$$U_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$U_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

(remplacer "e" par "U" dans la figure suivante).

18'30"

III - Utilisation en électrocinétique

1. Mesure de L par un circuit LC (mais voulait parler de circuit RL)

On fait un circuit RL (on néglige la résistance interne de la bobine).

$$E = U_L + U_R = L \frac{di}{dt} + Ri$$

circuit du 1er ordre :

$$U_R(t) = E (1 - \exp(-t/\tau)) \text{ avec } \tau = L/R \text{ (réponse à un créneau)}$$

On peut mesurer ainsi l'inductance d'un système.

Le fait sur la paillasse, avec décroissement logarithmique.

Pour $t = \tau$: $U_R = 0.63 \times E$

$L = 1.8 \text{ mH}$ ($\tau = 15.2 \mu\text{s}$) au lieu de 2.2 mH annoncés sur la bobine.

27'00"

2. Mesure de M

Deux circuits couplés par inductance mutuelle : circuit 1 avec une résistance R, circuit 2 ouvert : $i_2 = 0$

$$U_1 = L \frac{di_1}{dt} \text{ et } U_2 = M \frac{di_1}{dt}$$

$U_2/U_1 = M/L_1$: en connaissant L_1 on peut mesurer M

30'00"

3. Le transformateur

On se met en convention générateur pour étudier deux bobines couplées (transformateur)

$$e_1 = -d\phi_1/dt = -N_1 S_1 dB/dt$$
$$e_2 = -d\phi_2/dt = -N_2 S_2 dB/dt$$

On suppose un couplage parfait : les deux solénoïdes sont parcourus par le même champ B (on utilise pour ça un matériau ferromagnétique qui canalise les lignes de champ).

On a alors : $U_2 / U_1 = N_2 / N_1 = m$: rapport de transformation

Branchement d'un transformateur d'isolement dans le circuit sur la paillasse.

34'50"

4. Application au filtrage

Étude du filtre RL en RSF : filtre passe-haut quand on regarde la tension aux bornes de la bobine.

$$|H| = |s/e| = j\omega L_0 / (R + j\omega L_0) \quad (\omega \text{ pour } \omega)$$

39'00"

Conclusion :

On a vu comment intégrer une inductance dans un circuit, on a donc introduit un nouveau dipôle (en plus de la capacité et de la résistance) et ça aura beaucoup d'applications : le filtrage, on pourrait avoir un filtre passe-bande avec un RLC

40'00"

Questions posées par l'enseignant (avec réponses)

(l'étudiant liste les questions posées, ainsi que les réponses données par l'enseignant. Si certaines réponses manquent, l'enseignant pourra compléter le document)

- Définition de la fréquence de coupure d'un filtre ? - 3 dB
- Expliquer simplement la limite des basses fréquences ? La bobine ressemble à un fil à basse fréquence. Pas d'induction si pas de variation temporelle.
- Comment oriente-t-on la surface vis-à-vis du sens de circulation du courant ? Convention d'orientation directe ("règle du tire-bouchon")
- Pourquoi avoir mis la définition de L dans "Rappels" ? C'était maladroit, ça se voulait transition pour la partie suivante.
- Comment définir l'inductance d'un circuit non-filiforme ? En passant par l'énergie électromagnétique.
- Qu'est-ce qu'un solénoïde infini de taille finie ? C'est une approximation dans laquelle la longueur du solénoïde est très grande devant son rayon et on regarde proche du centre du solénoïde.
- Préciser le calcul du champ B dans le solénoïde avec le théorème d'Ampère : quel contour ? Démonstration classique.
- L'inductance propre est-elle toujours positive ? Oui, c'est la loi de Lenz.
- Et les inductances mutuelles ? Non, ça dépend des orientations.
- L dépend-elle de la nature du métal qui compose le fil ? Non.
- On s'attendait à ce que le flux soit proportionnel à l'intensité : est-ce toujours le cas ? Avec un ferromagnétique on peut créer des non-linéarités, via la permittivité relative du ferro introduit.
- Si le flux n'est pas proportionnel à i , comment définir L ? $L(i) = \phi/i$
- Le flux, quand B n'est pas uniforme ? C'est une intégrale de surface.
- Est-ce que le calcul du flux dépend de la surface qu'on construit sur un contour ? Non, car $\text{div} B = 0$.
- Est-ce que c'est obligé que $M_{1 \rightarrow 2} = M_{2 \rightarrow 1}$? Oui, on peut le montrer assez rapidement pour des circuits filiformes.
- Contrainte sur les valeurs de M et L ? $|M| \leq \sqrt{L_1 L_2}$.
 $E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} (L_1 i_1^2 + L_2 i_2^2 + 2 M i_1 i_2)$ et comme $E_{\text{tot}} > 0$ pour tout i_1 et tout i_2 , ça implique : $M^2 \leq L_1 L_2$.
- Quel cadre de l'induction ici, Newman ou Lorentz ? Neumann.
- Qu'est-ce que la loi de modération de Lenz ? Les effets s'opposent aux causes.
- Quelle est l'énergie contenue dans une bobine dans le cadre de l'électromagnétisme ? $E_{\text{vol}} = \epsilon_0 \frac{E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$
- Pour un circuit filiforme, comment se ramener à $E = \frac{1}{2} \phi i$?
- Pourquoi les créniaux du générateur ne sont pas des créniaux parfaits ? À cause de sa résistance interne.

Commentaires lors de la correction de la leçon

*(l'étudiant note les commentaires relatifs au contenu de la leçon : niveau, sujets abordés, enchaînement, réponses aux questions, etc. **L'enseignant** relit, et rectifie si besoin)*

- On aurait pu chercher à justifier les résultats de l'électrocinétique à partir de l'électromagnétisme au lieu de supposer qu'on ne connaît pas encore les bobines d'électrocinétique et de les découvrir via l'électromagnétisme. Cela aurait été plus intéressant et enrichissant, peut-être.
- Dommage de ne pas avoir évoqué les aspects énergétiques.
- C'est difficile comme leçon car il y a beaucoup de difficultés cachées dans l'électromagnétisme.
- Fallait faire attention à orienter les lignes de champ, les boucles de courant etc..
- C'était bien de préciser que L est indépendant du temps car les bobines sont indéformables.
- On peut utiliser le théorème de réciprocité.
- Probablement fait dans les BFR, dans le Pérez d'électromagnétisme.
- Règle du flux maximal : si il y a uniquement des forces de Laplace, et I constant et B stationnaire, le circuit se déplace pour maximiser le produit $i \phi$. Revient à maximiser son inductance \Rightarrow un solénoïde a tendance à se contracter le long de son axe.

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.) :

Un choix de plan plutôt énumératif a été choisi, présentant les bobines en électromag, puis le lien avec l'électrocinétique, puis les bobines en électrocinétique. Peut-être un peu plan-plan, même si acceptable. Une autre présentation possible aurait plutôt été axée sur ce que l'électromagnétisme peut apporter à la compréhension des inductances, avec explication de l'origine physique des différentes propriétés. Il manquait clairement une partie sur l'énergie, c'est dommage.

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates :

- Justification à partir de l'induction de l'équation d'une bobine pour l'inductance propre, via $\Phi = Li$. Retour à la bobine en électrocinétique pour L constant.
- Propriétés de l'auto-inductance, ne dépend pas du conducteur, purement géométrique, proportionnel au carré du nombre de spire. Mentionner ferro et non-linéarité.
- Inductance mutuelle, introduction par les flux, théorème de réciprocité et lien entre L_1 , L_2 et M .
- Énergie magnétique stockée dans le champ B , formulation sous la forme $\frac{1}{2} \Phi i$, lien avec énergie d'une bobine en électrocinétique pour L constant.

Tout cela évidemment avec des exemples et applications.

On peut rajouter ensuite différentes notions en approfondissement :

- Commencer la leçon avec des notions un peu général d'induction.
- Cas d'un circuit avec L non-constant, déformation des bobines soumises aux forces de Laplace
- Cas d'un circuit non-filiforme, introduction de L via l'énergie, exemple du câble coaxial.
- Bilan énergétique pour des inductance réelles et identification des différents termes.
- Lien plus approfondi entre les différentes formulations de l'énergie, identification de l'énergie mutuelle comme les produits entre les différents champs
- Études de quelques circuits comportant des bobines dans un cadre électrocinétique
- Ouverture sur les transformateurs
- etc.

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur) :

Différentes manip avec des bobines, que ce soit qualitatif ou quantitatif. La difficulté est que cela reste illustrative et inséré dans la leçon, et qu'on ne fasse pas un RL ou une mesure de M juste pour faire une mesure de L ou R .

Bibliographie conseillée :

Pour ce genre de leçon, regarder les livres généraux d'électromagnétisme (Perez, Jackson, Berkeley, etc.), ainsi que les vieux livres de classe préparatoire.