

Titre : LPOn3 : Ondes Electromagnétiques dans les milieux conducteurs (**ATTENTION, le binôme a préparé la mauvaise leçon, confusion avec LPOn3 2019/2020) La bonne leçon était : « Phénomènes ondulatoires à une interface en électromagnétisme »**

Présentée par : Thomas GAUTHIER

Rapport écrit par : Jawed DAMAK

Correcteur : Richard Monier

Date : 23/10/2020

Bibliographie		
Titre	Auteurs	Éditeur
Dunod tout en un PC-PC*		

Plan détaillé

Intro : Definition : Milieu conducteur : Milieu comportant des charges libres, capables de se déplacer sur des distances macroscopiques

I – Généralités sur les conducteurs

1)Présentation du modèle

- M(ions) >> M(e-) ☑ Ions fixes, les e- participent à la conduction
- e- non relativistes ☑ Force Magnétique négligeable devant force électrique
- modèle de drude, les electrons subissent une force $f = \frac{-m}{\tau} * v$ avec v vitesse de l'électron et Tau le temps moyen entre chaque collision et m la masse de l'électron
- On considère une OPPH $E = E_0 \exp(i(\omega t - kz))$

Ainsi l'équation du mouvement s'écrit : $\frac{m * dv}{dt} = qE - \frac{mv}{\tau}$

2) Conductivité variable

En passant l'équation du mouvement en complexe et en utilisant $j = nqv$ avec q charge de l'e-, n la densité volumique d'électron, v la vitesse de l'e- et j la densité volumique de courant.

On obtient finalement :
$$\gamma = \frac{\frac{ne^2\tau}{m}}{1 + i\omega\tau}$$

3) Equation de propagation et relation de dispersion

a) Equation de propagation

$$\text{div}(\mathbf{E}) = 0$$

$$\text{rot}(\mathbf{E}) = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\text{div}(\mathbf{B}) = 0$$

$$\text{rot}(\mathbf{B}) = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\text{rot}(\text{rot}(\mathbf{E})) = \text{grad}(\text{div}(\mathbf{E})) - \Delta \mathbf{E}$$

Et finalement on obtient l'équation suivante :

$$\Delta \mathbf{E} = \mu_0 \gamma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

b) Relation de dispersion

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{i(\mu_0 \gamma_0 \omega)}{1 + i\omega\tau} \quad \text{avec} \quad \gamma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$$

II - Etude appliquée aux plasmas dilués

Def : Un plasma est un gaz totalement ou partiellement ionisé mais qui globalement reste neutre.

1) Simplification du modèle

$$n = 10^{12} \text{ electrons} \cdot \text{m}^{-3} \quad \text{pour le plasma}$$

$$n = 10^{27} \text{ electrons} \cdot \text{m}^{-3} \quad \text{pour le cuivre}$$

Ainsi, pour un plasma on néglige la force de collision du modèle de drude devant la force de Lorentz

Cela implique $\omega \gg \frac{1}{\tau}$

Et donc $\gamma = \frac{\gamma_0}{i\omega\tau} = -i \frac{\gamma_0}{\omega\tau} = -i\epsilon \frac{0 * \omega p^2}{\omega}$ avec $\omega p^2 = \frac{ne^2}{\epsilon_0 m} \sim 10^{16} \text{ rad/s}$ pour le cuivre

Remarque : $\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}$ donc ici, \mathbf{j} et \mathbf{E} sont déphasés de $\pi/2$ ainsi $\text{div}(\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}) > 0$ la puissance volumique dissipée par effet joule est nulle ☑ L'onde ne transmet pas d'énergie au milieu ☑ Milieu transparent

2) Relation de Dispersion

La relation de dispersion devient alors $k^2 = \frac{\omega^2 - \omega p^2}{c^2}$

3) Etude des différents régimes

a) $\omega > \omega_p$

k est réel $k = \frac{(\omega^2 - \omega p^2)^{\frac{1}{2}}}{c}$

$$v_\varphi = \frac{c}{\left(1 - \left(\frac{\omega p}{\omega}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{dépend de } \omega \quad \blacksquare \text{ Milieu dispersif}$$

$$v_g = c * \left(1 - \left(\frac{\omega p}{\omega}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$\langle \pi \rangle = v_g \langle u \rangle \mathbf{u}_z$ vecteur de Poynting se propageant à la vitesse $v_g \quad \blacksquare \quad v_g < c$!

v_φ n'est pas une vitesse « physique », ainsi qu'elle soit supérieure à c n'est pas un problème.

b) $\omega < \omega_p$

k est imaginaire pur $k = -i \frac{(\omega_p^2 - \omega^2)^{\frac{1}{2}}}{c} = \frac{-i}{\delta}$ on choisit le $-$ pour avoir une cohérence physique, si on prenait $+$, on aurait une onde d'amplitude qui diverge.

$$E = E_0 e^{\frac{-z}{\delta}} \cos(\omega t)$$

Séparation des composantes spatiales et temporelles \blacksquare ondes stationnaires, pas de propagation.
Amplitude exponentiellement décroissante \blacksquare onde évanescence !

Conclusion : ω_p est une pulsation de coupure, les pulsations au-dessus de cette pulsation de coupure passe et celle d'en dessous sont totalement réfléchies.

III – Etude appliquée aux métaux

1) Présentation des différents régimes

On a plusieurs régimes de fréquence car on a 2 fréquences caractéristiques $\omega_p \sim 10^{16}$ rad/s et $1/\tau \sim 10^{14}$ rad/s

➔ Domaine optique

$$\omega \gg \frac{1}{\tau}$$

On retrouve le modèle du plasma les deux régimes en fonction de la pulsation plasma

➔ Domaine Ohmique

$$\omega \ll \frac{1}{\tau}$$

Pulsations usuelles en électronique

2) Domaine ohmique

Dans ce domaine, $\gamma = \gamma_0$

La relation de dispersion devient alors $k^2 = -i\omega\gamma\mu_0$

$$\text{Finalement } k = \frac{1-i}{\delta} \quad \text{avec } \delta = \left(\frac{2}{\gamma_0 \omega \mu_0}\right)^{\frac{1}{2}}$$

L'équation de propagation devient :

$$\Delta E = \mu_0 \gamma_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad \text{Equation de diffusion, Le courant de déplacement est négligeable devant le courant de conduction} \quad \blacksquare \text{ ARQS Magnétique}$$

a) Expression de E :

$$E=E_0 e^{\left(\frac{-z}{\delta}\right)} \cos\left(\omega t - \frac{z}{\delta}\right)$$

➔ Onde qui se propage, amplitude amortie. ☑ effet de peau.

Pour le cuivre : 50Hz(EDF) $\delta=9.2\text{mm}$
 1MHz(GSM) $\delta=65\mu\text{m}$
 5GHz(visible) $\delta=8\text{nm}$

Expression du vecteur de poynting

Expression de la conservation de la charge ☑ $\rho=\rho_0 e^{\frac{-t}{\tau_0}}$ avec $\tau_0\sim 10^{(-18)}\text{ s}$

Donc on peut prendre $\rho=0$ (donc $\text{div}(\mathbf{E})=0$ cohérent)

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Pré-requis : Ondes EM dans le vide, Notation complexe

Questions posées par l'enseignant (avec réponses)

(l'étudiant liste les questions posées, ainsi que les réponses données par l'enseignant. Si certaines réponses manquent, l'enseignant pourra compléter le document)

1) Donner un exemple de plasma et son utilité

Ionosphère, dont $f_p = 9\text{MHz}$ ainsi, si $f < f_p$, réflexion totale, on peut donc échanger de l'information par réflexion sur ionosphère.

2) Dans votre modèle collisionnel, τ est le temps entre quelles collisions ?

Collisions entre les e^- et les ions, les collisions entre e^- (ie interactions) sont négligées.

3) Donnez d'autres équations de diffusions et faites des analogies.

Loi de Fourier (Diffusion de la chaleur)

Loi de Fick (diffusion des particules)

Qu'est ce que D ? Coeff de diffusion en $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ mais ne sait pas l'exprimer

4) Vous avez mentionné la pression de radiation, développez le calcul

Le calcul a été bien mené par l'étudiant

5) Dans quel instrument peut on voir la pression de radiation ?

Radiomètre de Crookes. Schéma + explications.

6) D'où vient le fait qu'on trouve une équation de diffusion ?

Rep de l'étudiant : On a négligé les courants de déplacement

Rep de l'examineur : Non, l'origine de la diffusion vient du frottement visqueux

7) Comparer courant de conduction et courant de déplacement :

$$\frac{\mu_0 j}{\epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}} = \frac{\mu_0 \gamma_0 E}{\mu_0 \epsilon_0 E} = \frac{\gamma_0}{\epsilon_0} \tau / \tau_0 \sim 10^4$$

8) Comment expliquez vous la couleur du cuivre,

La fréquence de coupure du cuivre fait que les fréquences du rouge sont réfléchies.

9) Pourquoi Maxwell a ajouté un courant de déplacement ?

Grâce aux indications du prof : Pour que la charge soit conservée

10) Quel contexte pratique en médecine ?

Protection rayons X radiologie

Commentaires lors de la correction de la leçon

(l'étudiant note les commentaires relatifs au contenu de la leçon : niveau, sujets abordés, enchaînement, réponses aux questions, etc. L'enseignant relit, et rectifie si besoin)

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.) : Le plan est approprié. Les conducteurs et le plasma ionosphérique ont été bien présentés en 40 minutes. Vous montrez une bonne maîtrise du sujet et une très bonne distance par rapport à vos notes écrites. Le rythme est bon, évitez cependant de terminer en avance. Les réponses aux questions sont bonnes en général. Note globale : A.

Domage tout de même que vous n'avez pas traité le bon sujet qui était moins standard....

Pour rédiger ce compte-rendu, vous devriez utiliser LaTeX ou une version scientifique de Word pour obtenir un rendu correct des équations....

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates :

On aboutit effectivement à une équation de diffusion. Il est bon de mentionner alors dans quels autres domaines de la physique on a aussi des équations de diffusion (thermique : Fourier ; particules : Fick) et de pouvoir écrire les équations associées.

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur) :

Je pense qu'il faut présenter le radiomètre de Crookes ce qui aurait pu meubler vos cinq dernières minutes.

Bibliographie conseillée :

Leçons d'électromagnétisme de Bruno Latour, Ellipses.

50 leçons d'agrégation de Thierry Meier, Ellipses (vient de paraître).