TP1. 4. $2\,\text{sen}(\alpha)\,\text{sen}(B) = \cos(\alpha - B) - \cos(\alpha + B)$.

I) Demostrar la igualdad: △ si $\cos(\alpha \pm B) = \cos(\alpha)\cos(B) \mp \text{sen}(\alpha)\,\text{sen}(B)$.

Entonces: $2\,\text{sen}(\alpha)\,\text{sen}(B) \stackrel{?}{=} \cancel{\cos(\alpha)\cos(B)} + \text{sen}(\alpha)\,\text{sen}(B) - \cancel{\cos(\alpha)\cos(B)} + \text{sen}(\alpha)\,\text{sen}(B)$

Finalmente, $2\,\text{sen}(\alpha)\,\text{sen}(B) = 2\,\text{sen}(\alpha)\,\text{sen}(B)$.

II) Demostrar que se cumple con senoidales si $\alpha = \omega t$ es el doble de B

△ si $B = \frac{\omega t}{2} \Rightarrow \alpha = 2B = \omega t$;

Entonces: $2\,\text{sen}(\alpha)\,\text{sen}(\alpha/2) = \cos\left(2B - \frac{\alpha}{2}\right) - \cos\left(2B + \frac{\alpha}{2}\right)$.

Reemplazando: $2\,\text{sen}(\omega t)\,\text{sen}(\omega t/2) = \cos(\omega t - \omega t/2) - \cos(\omega t + \omega t/2) =$

Quedando: $2\,\text{sen}(\omega t)\,\text{sen}(\omega t/2) = \cos(\omega t/2) - \cos(3\omega t/2)$

- Por ejemplo, considerando $\omega = \pi$ y $t \in \mathbb{N}$: $2\,\text{sen}(\pi t)\,\text{sen}(\pi t/2) = \cos(\pi t/2) - \cos\left(\frac{3\pi t}{2}\right)$

□ si t es par: $2 \cdot 0 \cdot 0 = (\pm 1) - (\pm 1) \Rightarrow 0 = 0$

□ si t es impar: $2 \cdot 0 \cdot (\pm 1) = 0 - 0 \Rightarrow 0 = 0$

Por lo tanto, el producto de dos senos con distinta frecuencia resulta en la diferencia de dos cosenos con argumentos como la suma y resta de tales frecuencias.