Cálculo Numérico
Trabajo Práctico 2

Métodos Directos para Sistemas de Ecuaciones Algebraicas Lineales

UNL - Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas

Ponzoni Nelson

DNI 35.132.372 - Comisión Miércoles

22 de Agosto de 2013

Ejercicio 9:

Considere una mezcla de gases de n-componentes no reactivos. Utilizando un espectrómetro de masa el compuesto es bombardeado con electrones de baja energía. Entonces la mezcla resultante de iones es analizada con un galvanómetro, el cual muestra "picos" correspondientes a relaciones específicas de masa/carga. Sólo se consideraran los n-picos más relevantes. Se puede conjeturar que la altura del n-ésimo pico es una combinación lineal de las presiones parciales de los gases de la mezcla , con lo cual se obtiene,

$$\sum_{j=1}^{n} s_{ij} p_j = h_i$$

donde s_{ij} son los "coeficientes de sensibilidad". La determinación de las presiones parciales requiere resolver este sistema lineal.

Suponiendo que luego de una inspección espectroscópica se presentan los siguientes siete picos más relevantes:$h_1 = 17{,}1, h_2 = 65{,}1, h_3 = 186{,}0, h_4 = 82{,}7, h_5 = 84{,}2, h_6 = 63{,}7 y h_7 = 119{,}7$ y que los coeficientes de sensibilidad están dados por la tabla siguiente,

Indice	Hidrogeno (1)	Metano (2)	Etileno (3)	Etano (4)	Propileno (5)	Propano (6)	n-Pentano (7)
1	16.87	0.1650	0.2019	0.3170	0.2340	0.1820	0.1100
2	0.0	27.70	0.8620	0.0620	0.0730	0.1310	0.1200
3	0.0	0.0	22.35	13.05	4.420	6.001	3.043
4	0.0	0.0	0.0	11.28	0.0	1.110	0.3710
5	0.0	0.0	0.0	0.0	9.850	1.1684	2.108
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2990	15.98	2.107
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	4.670

Tabla de Presiones Parciales de la Mezcla.

Resolución

Con los datos de la tabla se puede generar el siguiente sistema:

$$
\begin{aligned}
16{,}87p_1 + 0{,}1650p_2 + 0{,}2019p_3 + 0{,}3170p_4 + 0{,}2340p_5 + 0{,}1820p_6 + 0{,}1100p_7 &= 17{,}1 \\
27{,}70p_2 + 0{,}8620p_3 + 0{,}0620p_4 + 0{,}0730p_5 + 0{,}1310p_6 + 0{,}1200p_7 &= 65{,}1 \\
22{,}35p_3 + 13{,}05p_4 + 4{,}420p_5 + 6{,}001p_6 + 3{,}043p_7 &= 186{,}0 \\
11{,}28p_4 + 1{,}110p_6 + 0{,}3710p_7 &= 82{,}7 \\
9{,}850p_5 + 1{,}1684p_6 + 2{,}108p_7 &= 84{,}2 \\
0{,}2990p_5 + 15{,}98p_6 + 2{,}107p_7 &= 63{,}7 \\
4{,}670p_7 &= 119{,}7
\end{aligned}
$$

Al resolverlo podremos determinar las presiones parciales de los componentes de la mezcla y la presión total de la misma.

Llevando el sistema a su forma matricial, tenemos la matriz $\mathbf{A}$ de 7x7, el vector $\mathbf{p}$ de 7x1 y el vector $\mathbf{h}$ de 7x1:

$$
\begin{bmatrix}
16{,}87 & 0{,}1650 & 0{,}2019 & 0{,}3170 & 0{,}2340 & 0{,}1820 & 0{,}1100 \\
0{,}0 & 27{,}70 & 0{,}8620 & 0{,}0620 & 0{,}0730 & 0{,}1310 & 0{,}1200 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 22{,}35 & 13{,}05 & 4{,}420 & 6{,}001 & 3{,}043 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 11{,}28 & 0{,}0 & 1{,}110 & 0{,}3710 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 9{,}850 & 1{,}1684 & 2{,}108 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}2990 & 15{,}98 & 2{,}107 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 4{,}670
\end{bmatrix}
\cdot
\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \\ p_7 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 17{,}1 \\ 65{,}1 \\ 186{,}0 \\ 82{,}7 \\ 84{,}2 \\ 63{,}7 \\ 119{,}7 \end{bmatrix}
$$

Se puede observar que la matriz $\mathbf{A}$ presenta "casi" la forma de una matriz triangular superior, solo que el renglón 6 impide que tome esta forma. Para resolver la matriz, se deberá aplicar el procedimiento de eliminación de Gauss a $\mathbf{A}$ y luego realizar retro sustitución, o substitución hacia atrás para hallar el vector solución.

Para obtener información adicional sobre la matriz, podemos calcular el número condición, $\kappa(\mathbf{A}) = ||A^{-1}|| \cdot ||A||$ el da una idea si la matriz está o no bien condicionada.

$$
\kappa(\mathbf{S}) = \begin{Vmatrix}
0{,}0592768 & -0{,}0003531 & -0{,}0005219 & -0{,}0010602 & -0{,}0011618 & -0{,}0003177 & -0{,}0002952 \\
0{,}0 & 0{,}0361011 & -0{,}0013924 & 0{,}0014124 & 0{,}0003541 & 0{,}0001029 & -0{,}0003389 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0447427 & -0{,}0517635 & -0{,}0197203 & -0{,}0117649 & -0{,}0108327 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0886525 & 0{,}0001873 & -0{,}0061717 & -0{,}0043429 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}1017487 & -0{,}0074395 & -0{,}0425720 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & -0{,}0019038 & 0{,}0627174 & -0{,}0274373 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0. & 0{,}2141328
\end{Vmatrix} \cdot
$$

$$
\begin{Vmatrix}
16{,}87 & 0{,}1650 & 0{,}2019 & 0{,}3170 & 0{,}2340 & 0{,}1820 & 0{,}1100 \\
0{,}0 & 27{,}70 & 0{,}8620 & 0{,}0620 & 0{,}0730 & 0{,}1310 & 0{,}1200 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 22{,}35 & 13{,}05 & 4{,}420 & 6{,}001 & 3{,}043 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 11{,}28 & 0{,}0 & 1{,}110 & 0{,}3710 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 9{,}850 & 1{,}1684 & 2{,}108 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}2990 & 15{,}98 & 2{,}107 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 4{,}670
\end{Vmatrix} = \mathbf{6.2995256}
$$

el número condición es 6.2995256, lo cual nos dice que un error en los cálculos, tiene un impacto de error en la solución de ≈ 6 veces. Como el número es pequeño, la matriz es bien condicionada.

Al realizar el pivoteo, el cual puede ser parcial o escalado, deberá hacerse sobre el elemento $a_{55} = 9{,}850$, como se detalla abajo:

parcial En este caso, el elemento $a_{55} = 9{,}850$ ya se encuentra en forma de pivote parcial, debido a que no hay ningún valor que sea mayor a este, en la columna 5. Por lo tanto la matriz no sufre cambio alguno.

parcial escalado Efectúa el intercambio buscando que el pivote sea el valor mas grande en relación con los elementos de su renglón. Siguiendo la formula $s_i = \text{máx}_{1\leqslant j\leqslant n} |a_{ij}|$, se tiene:

$$S_1 = 9{,}850 \qquad \frac{|S_{56}|}{S_1} = \frac{1{,}1684}{9{,}850} = 0{,}1186 \qquad \frac{|S_{57}|}{S_1} = \frac{2{,}108}{9{,}850} = 0{,}21$$

$$S_2 = 15{,}98 \qquad \frac{|S_{66}|}{S_2} = \frac{0{,}990}{15{,}98} = 0{,}018 \qquad \frac{|S_{67}|}{S_2} = \frac{2{,}107}{15{,}98} = 0{,}13$$

Por lo que se observa que no es necesario realizar intercambio de renglones. La matriz **A** queda inmutable.

El próximo paso es realizar el proceso de **Eliminación de Gauss**:

$$\left(\begin{array}{ccccccc|c}
16{,}87 & 0{,}1650 & 0{,}2019 & 0{,}3170 & 0{,}2340 & 0{,}1820 & 0{,}1100 & 17{,}1 \\
0{,}0 & 27{,}70 & 0{,}8620 & 0{,}0620 & 0{,}0730 & 0{,}1310 & 0{,}1200 & 65{,}1 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 22{,}35 & 13{,}05 & 4{,}420 & 6{,}001 & 3{,}043 & 186{,}0 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 11{,}28 & 0{,}0 & 1{,}110 & 0{,}3710 & 82{,}7 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 9{,}850 & 1{,}1684 & 2{,}108 & 84{,}2 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}2990 & 15{,}98 & 2{,}107 & 63{,}7 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 4{,}670 & 119{,}7
\end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{E_6' = E_6 - \frac{0{,}2990}{9{,}850} E_5}
\left(\begin{array}{ccccccc|c}
16{,}87 & 0{,}1650 & 0{,}2019 & 0{,}3170 & 0{,}2340 & 0{,}1820 & 0{,}1100 & 17{,}1 \\
0{,}0 & 27{,}70 & 0{,}8620 & 0{,}0620 & 0{,}0730 & 0{,}1310 & 0{,}1200 & 65{,}1 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 22{,}35 & 13{,}05 & 4{,}420 & 6{,}001 & 3{,}043 & 186{,}0 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 11{,}28 & 0{,}0 & 1{,}110 & 0{,}3710 & 82{,}7 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 9{,}850 & 1{,}1684 & 2{,}108 & 84{,}2 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 15{,}94 & 2{,}043 & 61{,}14 \\
0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 4{,}670 & 119{,}7
\end{array}\right)$$

Lo cual ahora se encuentra en su forma triangular superior, y es posible aplicar retro-substitución con el algoritmo “backsub”, obteniéndose así como resultado el siguiente vector de componentes:

$$H = \begin{pmatrix} 0{,}6525189 \\ 2{,}2038185 \\ 0{,}3347473 \\ 6{,}4343527 \\ 2{,}9974717 \\ 0{,}5505804 \\ 25{,}631692 \end{pmatrix}$$

En el cual, cada componente, representa la presión parcial p_i, lo que nos lleva a que la presión total de la mezcla es la suma de las p_i

$$\begin{aligned} Presion_{Total} &= 0{,}6525189 + 2{,}2038185 + 0{,}3347473 + 6{,}4343527 + 2{,}9974717 + 0{,}5505804 + 25{,}631692 \\ &= \mathbf{38.805182}\ \mu m\ Hg \end{aligned}$$

Por último, en contraste al resultado obtenido en el ensayo: 38,78μm de Hg se observan los siguientes errores

$$error\ absoluto = |38{,}78 - 38{,}805182| = 0{,}025182$$

$$error\ relativo = \frac{|38{,}78 - 38{,}805182|}{38{,}78} = \mathbf{0.0006494}$$

Por lo que se observan errores numéricos relativos al total **muy pequeños** debido a los redondeos efectuados, por lo que indica que la solución encontrada es aceptable.

A continuación se presenta el código utilizado en Scilab para la resolución del ejercicio.

```
S=[
16.87 0.1650 0.2019 0.3170 0.2340 0.1820 0.1100;
0.0 27.70 0.8620 0.0620 0.0730 0.1310 0.1200;
0.0 0.0 22.35 13.05 4.420 6.001 3.043;
0.0 0.0 0.0 11.28 0.0 1.110 0.3710;
```

```
0.0 0.0 0.0 0.0 9.850 1.1684 2.108;
0.0 0.0 0.0 0.0 0.2990 15.98 2.107;
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 4.670];

H=[17.1 65.1 186 82.7 84.2 63.7 119.7]';

// numero condicion, si la matriz esta bien o no condicionada, k(a) = ||A-1|| ||A||
Sinv=inv(S); // inversa de S
//Sinv =
//0.0592768  -0.0003531  -0.0005219  -0.0010602  -0.0011618  -0.0003177  -0.0002952
//0.          0.0361011  -0.0013924   0.0014124   0.0003541   0.0001029  -0.0003389
//0.          0.          0.0447427  -0.0517635  -0.0197203  -0.0117649  -0.0108327
//0.          0.          0.          0.0886525   0.0001873  -0.0061717  -0.0043429
//0.          0.          0.          0.          0.1017487  -0.0074395  -0.0425720
//0.          0.          0.          0.         -0.0019038   0.0627174  -0.0274373
//0.          0.          0.          0.          0.          0.          0.2141328

// numero k
k=norm(Sinv)*norm(S)
//k = 6.2995256


S2=[
16.87 0.1650 0.2019 0.3170 0.2340 0.1820 0.1100;
0.0 27.70 0.8620 0.0620 0.0730 0.1310 0.1200;
0.0 0.0 22.35 13.05 4.420 6.001 3.043;
0.0 0.0 0.0 11.28 0.0 1.110 0.3710;
0.0 0.0 0.0 0.0 9.850 1.1684 2.108;
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 15.944 2.043;
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 4.670];

H2=[17.1 65.1 186 82.7 84.2 61.144 119.7]';

// guardo en X el resultado de hacer retro-substitucion
// S2 es la matriz gauseada, H2 es el vector independiente correspondiente
// e=0.003 es el limite impuesto, si es que un coeficiente es menor a e
// se lo concidera cero, y no puede realizarse la division por el mismo
// arrojando un mensaje por pantalla (errores de redondeo)
[X]=backsub(S2,H2,0.003);
// X =
//     0.6525189
//     2.2038185
//     0.3347473
//     6.4343527
//     2.9974717
//     0.5505804
//     25.631692

// suma de cada componenete de X, presion total
PT= sum(X);
// PT = 38.805182

//  error absoluto
Ea = abs(38.78 - 38.805182);
// Ea = 0.025182

// error relativo
Er = abs(38.78 - 38.805182)/abs(38.78);
```

Algoritmo **backsub** para realizar la substitución hacia atrás.

```
function [x]=backsub(U,b,e)
n=length(U(:,1));
x=zeros(n,1);
if abs(U(n,n))<e then
    disp("No se puede continuar");
    return
end
x(n)=b(n)/U(n,n);
for i=n-1:-1:1
    if abs(U(i,i))<e then
    disp("No se puede continuar");
    return
```

```
    end
    x(i)=(b(i)-U(i,i+1:n)*x(i+1:n))/U(i,i);
end
endfunction
```

Ejercicio 10:

Realice la factorización LU de la siguiente matriz siguiendo el orden de Doolittle, con y sin pivoteo parcial (con lo cual, si P es distinta de la identidad, en realidad se tiene PA=LU). Luego, calcule las matrices residuales A-LU Y PA-LU y justifique las diferencias que ocurren.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1+0{,}5e-15 & 3 \\ 2 & 2 & 20 \\ 3 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

Resolución

Podemos calcular de antemano el número condición de la matriz para tener una idea si es que está bien condicionada

$$\kappa(\mathbf{A}) = ||A^{-1}||\cdot||A|| = \left\| \begin{matrix} 2{,}6666667 & -0{,}3333333 & -0{,}3333333 \\ -1{,}2380952 & 0{,}1190476 & 0{,}3333333 \\ -0{,}1428571 & 0{,}0714286 & 2{,}082e-17 \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} 1 & 1+0{,}5e-15 & 3 \\ 2 & 2 & 20 \\ 3 & 6 & 4 \end{matrix} \right\| = \mathbf{63.181603}$$

el número condición es **63.181603**, la matriz no esta mal condicionada.

Sin pivoteo

$$\begin{pmatrix} 1 & 1+0{,}5e-15 & 3 \\ 2 & 2 & 20 \\ 3 & 6 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow[E_3'=E_3-3E_1]{E_2'=E_2-2E_1} \begin{pmatrix} 1 & 1+0{,}5e-15 & 3 \\ 0 & -8{,}882e-16 & 14 \\ 0 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{E_3'=E_3+\frac{A_{32}}{A_{22}}E_2} \begin{pmatrix} 1 & 1+0{,}5e-15 & 3 \\ 0 & -8{,}882e-16 & 14 \\ 0 & 0 & 4{,}729e16 \end{pmatrix}$$

Lo cual obtenemos como resultado las siguientes matrices:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -3{,}378e15 & 1 \end{pmatrix} \qquad U = \begin{pmatrix} 1 & 1+0{,}5e-15 & 3 \\ 0 & -8{,}882e-16 & 14 \\ 0 & 0 & 4{,}729e16 \end{pmatrix}$$

Realizando el producto matricial, se puede comprobar la relación A = LU

Luego la matriz residual es **A - LU**, lo cual es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1+0{,}5e-15 & 3 \\ 2 & 2 & 20 \\ 3 & 6 & 4 \end{pmatrix} - \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -3{,}378e15 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1+0{,}5e-15 & 3 \\ 0 & -8{,}882e-16 & 14 \\ 0 & 0 & 4{,}729e16 \end{pmatrix} \right] =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1+0{,}5e-15 & 3 \\ 2 & 2 & 20 \\ 3 & 6 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 20 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

se puede observar un error de 4 unidades en el elemento $r_{3,3}$ de la matriz residual.

Con pivoteo

$$\begin{pmatrix} 1 & 1+0{,}5e-15 & 3 \\ 2 & 2 & 20 \\ 3 & 6 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1 \leftrightarrow E_3} \begin{pmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 2 & 2 & 20 \\ 1 & 1+0{,}5e-15 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow[E_3'=E_3-\frac{1}{3}E_1]{E_2'=E_2-\frac{2}{3}E_1} \begin{pmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 0 & -2 & 17{,}33 \\ 0 & -1+0{,}5e-15 & 1{,}666 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_3'=E_3-\frac{-1+0{,}5e-15}{-2}E_1} \begin{pmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 0 & -2 & 17{,}33 \\ 0 & 0 & -6{,}999 \end{pmatrix}$$

Lo cual obtenemos como resultado las siguientes matrices:

$$U = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 0 & -2 & 17{,}33 \\ 0 & 0 & -6{,}999 \end{pmatrix} \qquad L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0{,}6666667 & 1 & 0 \\ 0{,}3333333 & 0{,}5 & 1 \end{pmatrix} \qquad P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Realizando el producto matricial, se puede comprobar la relación PA = LU

Luego la matriz residual es **PA - LU**, lo cual es:

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1+0{,}5e-15 & 3 \\ 2 & 2 & 20 \\ 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}\right] - \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{-1+0{,}5e-15}{-2} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 0 & -2 & 17{,}33 \\ 0 & 0 & -6{,}999 \end{pmatrix}\right] =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 2 & 2 & 20 \\ 1 & 1+0{,}5e-15 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 2 & 2 & 20 \\ 1 & 1+0{,}5e-15 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -8{,}882e-16 \end{pmatrix}$$

se puede observar un error de $-8{,}882e-16$ unidades en el elemento $r_{3,3}$ de la matriz residual.

Al comparar las matrices residuales con y sin pivoteo es notoria una diferencia, se obtiene **más error al factorizar sin pivoteo**, debido a que si el elemento pivote es más pequeño en comparación con los otros elementos de la columna, se generarán errores de redondeo, y los mismos se van acumulando en las sucesivas operaciones en el proceso de eliminación de Gauss. El pivoteo parcial reduce los errores de redondeo: se minimizan los errores de redondeo, si al dividir los elementos del renglón por su pivote, se elige el elemento menos pequeño de su renglón como pivote.

A continuación se presenta el código utilizado en Scilab para la resolución del ejercicio.

```
format('e',10); // preformateo (notacion cientifica)
Ao = [1 (1 + 0.5e-15) 3; 2 2 20; 3 6 4]; // matriz A original sin modificar (para prueba )
A = [1 (1 + 0.5e-15) 3; 2 2 20; 3 6 4];

// Factoriazacion LU de la matriz A sin pivoteo

A(2,:) = A(2,:) - 2*A(1,:)
// A =
//      1.000D+00      1.000D+00      3.000D+00
//      0.000D+00    - 8.882D-16      1.400D+01
//      3.000D+00      6.000D+00      4.000D+00
A(3,:) = A(3,:) - 3*A(1,:)
// A =
//      1.000D+00      1.000D+00      3.000D+00
//      0.000D+00    - 8.882D-16      1.400D+01
//      0.000D+00      3.000D+00    - 5.000D+00

aux = A(3,2)/A(2,2) // guardo el numero con mayor presicion posible! (sino no funciona)
A(3,:) = A(3,:) - (A(3,2)/A(2,2))*A(2,:)
```

```
// A  =
//     1.000D+00     1.000D+00     3.000D+00
//     0.000D+00  - 8.882D-16     1.400D+01
//     0.000D+00     0.000D+00     4.729D+16

// FACTORIAZACION
// TENER EN CUENTA QUE
    // aux ES APROX.  -3.78D+15
    // SE DEBE UTILIZAR EL NUMERO CON MAYOR PRESICION POSIBLE ALMACENADO
    // SINO CASO CONTRARIO, LOS ERRORES SON ENORMES (12 BILLONES)
    // ++++++++++++++++++
    // ALMACENAR L1 CON aux, PARA LUEGO CON LA MULTIPLICACION DE lu SEA PRECISA
//L1 = [1 0 0; 2 1 0; 3 -3.378D+15 1]
L1 = [1 0 0; 2 1 0; 3 aux 1]
// L1  =
//     1.000D+00     0.000D+00     0.000D+00
//     2.000D+00     1.000D+00     0.000D+00
//     3.000D+00  - 3.378D+15     1.000D+00
U1 = A
// U1  =
//     1.000D+00     1.000D+00     3.000D+00
//     0.000D+00  - 8.882D-16     1.400D+01
//     0.000D+00     0.000D+00     4.729D+16

// MATRIZ RESIDUAL SIN PIVOTEO
//A-(L1*U1)
R1 = Ao-(L1*U1)
// R1  =
//     0.000D+00     0.000D+00     0.000D+00
//     0.000D+00     0.000D+00     0.000D+00
//     0.000D+00     0.000D+00     4.000D+00

Ao == R1
//  F F F
//  F F F
//  F F T

// ERROR DEL ELEMENTO A(3,3), POR 4 UNIDADES!!!

//+++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++



// Factoriazacion LU de la matriz A con pivoteo
A = [1 (1 + 0.5e-15) 3; 2 2 20; 3 6 4];
// PA = LU
// A = (P'L)U
[L,U,P]=lu(A);
//P  =
//     0.000D+00     0.000D+00     1.000D+00
//     0.000D+00     1.000D+00     0.000D+00
//     1.000D+00     0.000D+00     0.000D+00

// U  =
//     3.000D+00     6.000D+00     4.000D+00
//     0.000D+00  - 2.000D+00     1.733D+01
//     0.000D+00     0.000D+00  - 7.000D+00

// L  =
//     1.000D+00     0.000D+00     0.000D+00
//     6.667D-01     1.000D+00     0.000D+00
//     3.333D-01     5.000D-01     1.000D+00

// MATRIZ RESIDUAL CON PIVOTEO
R2 = P*A-L*U
// R2  =
//     0.000D+00     0.000D+00     0.000D+00
//     0.000D+00     0.000D+00     0.000D+00
//     0.000D+00     0.000D+00  - 8.882D-16

//NOTAR QUE EL RESIDUO ES EN EL ELEMENTO A(3,3) Y DE 8d-16 UNIDADES
// MUCHO MENOR QUE SIN PIVOTEO
```

```
P*A == L*U
// ans =
//   T T T
//   T T T
//   T T F
```