INTERPOLACION POR SPLINES CUBICOS

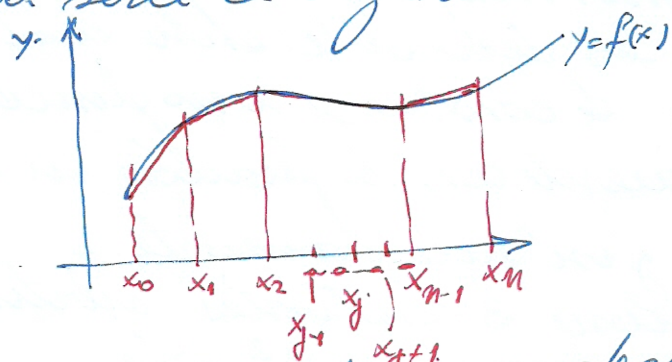
Los polinomios de alto grado oscilan en forma errática cuando tenemos un intervalo cerrado, puede ocurrir que una fluctuación menor en una parte pequeña de un intervalo puede ocasionar fluctuaciones importantes en todo el rango.

Un procedimiento alternativo consiste en dividir el intervalo en una serie de subintervalos y en cada uno de ellos construir un polinomio de aproximación diferente. Se denomina aproximación polinómica fragmentaria.

Dentro de los diferentes métodos, uno de ellos es la aproximación polinomial fragmentaria por medio de una interpolación lineal fragmentaria que consiste en unir una serie de puntos

$$[(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)) \dots (x_n, f(x_n))] \quad (n+1) \text{ puntos.}$$

mediante una serie de segmentos de recta.–



Esta aproximación nos muestra una desventaja, que es que no se tiene seguridad de que haya derivabilidad en los extremos del subintervalo, lo cual dentro de un contexto geométrico significa que la función de interpolación no es "SUAVE" en esos puntos.
La condición física del problema nos exige suavidad y derivabilidad continua en esos puntos.–
Otro procedimiento consiste en usar un polinomio fragmentario del tipo Hermite

donde los valores de f y f' se conocen en los puntos.
$x_0 < x_1 < x_2 \ldots < x_{n-1} < x_n$.
Podemos usar un polinomio de Hermite de grado 3.
en c/uno de los subintervalos $[x_0, x_1]$; $[x_1, x_2)$; $[x_2, x_3)$
--- $[x_{n-1}, x_n]$. para obtener una función continuamente
derivable en el intervalo completo $[x_0, x_n]$.
Basta calcular $H_3(x)$ para ese intervalo y logramos un
polinomio cúbico. Sin embargo para calcular los
polinomios fragmentarios de Hermite necesitamos
conocer la derivada de la función q' se ve o aproximar
la cual a veces no es posible. —
Por eso estudiaremos los polinomios fragmentarios
que no requieren información específica de la
derivada, salvo en los extremos del intervalo..
donde se aproxime la función. —
Uno de los tipos mas simples es el polinomio frag.
cuadrático que es derivable entre cada par consecutivo de nodos. Se construye una función cuadrática
en $[x_0, x_1]$ q' concuerde con la función en x_0, x_1;
otra entre $[x_1, x_2]$ y así sucesivamente. —
Un cuadrático tiene 3 constantes arbitrarias, el
termino indep., el de x y el de x^2 =>.

$$p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

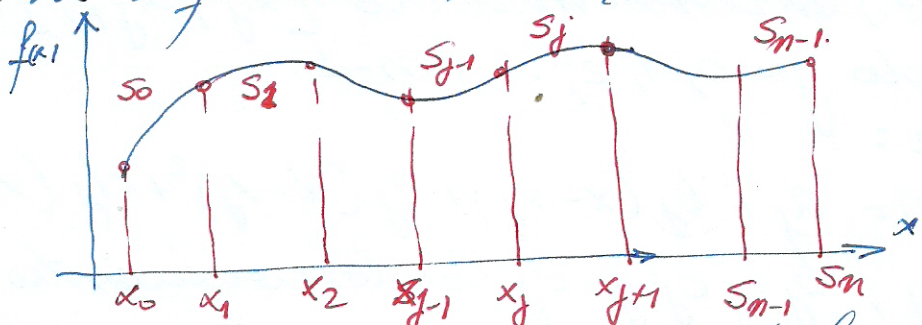
y requerimos sólo 2 condiciones para ajustar los datos
en los extremos de c/ intervalo, por ello existe flexibili-
dad q' permite seleccionar la cuadrática de modo
que la interpolante tenga una derivada continua
en $[x_0, x_n]$. El problema generalmente se presenta con
las condiciones en los extremos respecto a la derivada
$[x_0 \ldots x_n]$. No $\exists$ un numero suficiente de
condiciones para asegurar q' se satisfagan. —

SPLINES CÚBICOS:

Esta es la aproximación fragmentaria más común y utiliza polinomios cúbicos:

$$p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3.$$

Este polinomio tiene 4 constantes a determinar y ofrece suficiente flexibilidad para garantizar que la interpolante no sólo sea continuamente derivable en el intervalo, sino que además tenga una segunda derivada continua en el mismo. Sin embargo cuando construimos el spline cúbico no se supone que las derivadas de la interpolante coincidan con las de la función que se está aproximando, ni siquiera en los nodos.-



Definición: Recordando el problema de la interpolación polinómica.

Sea $f \in C[I]$ continua en I y decíamos que

$$f(x_i) = p(x_i) \quad \forall i = 0, 1, 2 \ldots n.$$

y sabemos que $x_0 < x_1 < x_2 \ldots < x_{i-1} < x_i < x_{i+1} < \ldots x_n$.

No conocemos la regla de correspondencia de $f(x)$. Además sea $x^* \in (x_0, x_n)$ y deseamos conocer $f(x^*)$ => lo que haremos es aproximar a $f(x)$ usando una función polinomial conocida como TRAZADOR CÚBICO.

Lo definimos:

Dada una función $f(x)$ definida en $[a, b]$ y un conjunto de nodos, tal que.

$$a = x_0 < x_1 < x_2 \ldots < x_n = b.$$

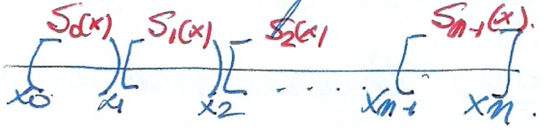
y una INTERPOLANTE DE SPLINE CUBICO $S(x)$ para $f(x)$ que es una función que cumple con las siguientes condiciones en cada uno de los subintervalos:

Dado el subintervalo $[\cancel{x}_j ; x_{j+1}]$. para cada: $j = 0, 1, 2, \ldots, n-1$

I] $S(x)$ es un polinomio cúbico, que lo denominamos $S_j(x)$ en el subintervalo $[x_j, x_{j+1}]$. para cada $j = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
tal que:

$$S_j(x) = a_j + b_j(x - x_j) + c_j(x - x_j)^2 + d_j(x - x_j)^3.$$

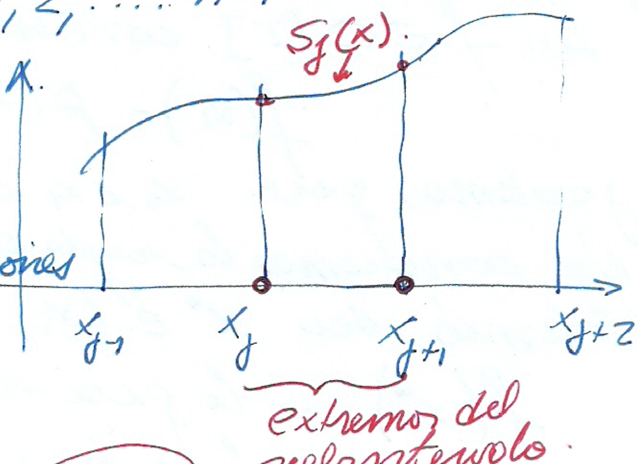
donde a_j, b_j, c_j y d_j son los coeficientes a determinar.



II] $\begin{cases} S_j(x_j) = f(x_j) \\ S_j(x_{j+1}) = f(x_{j+1}) \end{cases}$ para $j = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.

para el intervalo $[x_j, x_{j+1}]$.

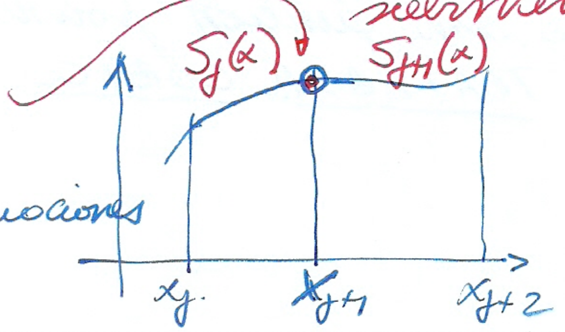
tenemos entonces "n" ecuaciones



III] Se debe cumplir que:

$$\boxed{S_{j+1}(x_{j+1}) = S_j(x_{j+1})}$$

$\forall j = 0, 1, 2, \ldots, n-2$ $(n-1)$ ecuaciones en los puntos interiores.



IV] $\boxed{S'_{j+1}(x_{j+1}) = S'_j(x_{j+1})}$

$\forall j = 0, 1, 2, \dots n-2$ $(n-1)$ ecuaciones

V] $\boxed{S''_{j+1}(x_{j+1}) = S''_j(x_{j+1})}$

$\forall j = 0, 1, 2, \dots n-2$ $(n-1)$ ecuaciones

Entonces en total tenemos $S_i(x)$ "n" polinomios interpolantes en $(n+1)$ puntos o nodos, siendo x_0 extremo izq y x_n: extremo derecho del intervalo $[a, b]$ donde $x_0 = a$; $x_n = b$.
Cada polinomio cúbico tiene 4 incógnitas $\Rightarrow$ necesitamos "$4n$" ecuaciones.
Con las condiciones vistas tenemos:

II] ecuaciones $(n+1)$

III], IV] y V] aportan $(n-1)$ ecuaciones en c/nodo interior

$$\Rightarrow \quad (n+1) + 3(n-1) = 4n - 2 \text{ ecuaciones.}$$

y necesitamos 2 condiciones más a las vistas para completar las "$4n$".-
En consecuencia impondremos condiciones en las fronteras $a = x_0$ y $b = x_n$.-
Acá surgen diferentes hipótesis según el problema que tenemos entre manos.-

NOTA: Observar que tal como está definido, el trazador cúbico $S(x)$ es una función de clase C^2, es decir continua hasta la segunda derivada.-
La condición III me asegura continuidad de la función, al igual que la IV continuidad de la primera derivada y la V de la 2° derivada

en los puntos interiores.
La condición II cumple con la condición impuesta a los polinomios interpolantes y es que tiene que pasar por los puntos dados de la función.-
Nos faltarán 2 condiciones y necesitamos obtenerlas en los extremos del intervalo.-
El sistema de $4n \times 4n$, así obtenido tiene un ancho de banda innecesariamente grande y coeficientes que pueden diferir en varios órdenes de magnitud. Aplicamos un procedimiento que nos permita resolver un sistema tridiagonal bien condicionado.
El mismo es aquel donde ponemos los coeficientes buscados en función de la derivada segunda y primera del spline en los nodos y obtener estos valores resolviendo un sistema lineal.
Las dos condiciones faltantes, nos determinan el tipo de spline obtenido.

SPLINE NATURAL: Se prescribe el valor de la derivada segunda en los puntos extremos. x_0, x_n.
Suponiendo una derivada segunda nula se obtiene un spline natural.

$$\boxed{\begin{array}{l} S_0''(x_0) = 0 \\ S_{n-1}''(x_n) = 0 \end{array}}$$

"frontera natural o libre"

SPLINE FIJO o SUJETO: Se obtiene prescribiendo el valor de la derivada primera en los puntos extremos:

$$\boxed{\begin{array}{l} S_0'(x_0) = f'(x_0) \\ S_{n-1}'(x_n) = f'(x_n) \end{array}}$$

Existe una tercera condición, se denomina SPLINE "NO NODO": Resulta de imponer la condición de que los dos primeros polinomios sean iguales y los dos últimos también
Esto equivale a exigir que $S(x)$ tenga derivada tercera en los nodos segundo y penúltimo
Pero esto no lo usaremos. -

Para construir el interpolante del trozados cúbico de cierta función aplicamos las condiciones vistas
En primer lugar definimos el spline como:

$$S_i(x) = a_i + b_i(x-x_i) + c_i(x-x_i)^2 + d_i(x-x_i)^3.$$

$\forall i = 0, 1, 2, \ldots n-1$

Podemos ver que cuando $x = x_i \Rightarrow$

$$S_i(x_i) = a_i$$

pero por la primera condición: I

$$S_i(x_i) = f(x_i) \Rightarrow \boxed{a_i = f(x_i).} \quad (1)$$

De aquí obtenemos los n coeficientes independientes.
Aplicando la condición III) que decía $\boxed{S_{j+1}(x_{j+1}) = S_j(x_{j+1})}$

$\Rightarrow$ obtenemos:

$$a_{i+1} = S_{i+1}(x_{i+1}) = S_i(x_{i+1}) = a_i + b_i(x_{i+1}-x_i) + c_i(x_{i+1}-x_i)^2 + \ldots d_i(x_{i+1}-x_i)^3.$$

$\forall\ i = 0, 1, 2, \ldots n-2$ y si denominamos $\boxed{h_i = x_{i+1} - x_i}$

y tenemos $a_n = f(x_n)$ por la condición I ecuación (1)

$$\boxed{a_{i+1} = a_i + b_i h_i + c_i h_i^2 + d_i h_i^3.} \quad (2)$$

Válido para $i = 0, 1, 2, \ldots n-1$

De la misma manera, tenemos que:

$$S_i'(x) = b_i + 2c_i h_i + 3d_i h_i^2$$

en consecuencia aplicamos la condición (IV)

$$\boxed{S_{j+1}'(x_{j+1}) = S_j'(x_{j+1})}$$

en n/caso: $S_{i+1}'(x_{i+1}) = S_i'(x_{i+1}) \Rightarrow \boxed{S_{i+1}'(x_{i+1}) = b_{i+1}} \cancel{+ 2c_i(x_{i+1} - x_{i+1}) + 3d_i(x_{i+1} - x_{i+1})^2}$

$$\boxed{b_{i+1} = b_i + 2c_i h_i + 3d_i h_i^2} \quad (3) \quad \boxed{h_i = x_{i+1} - x_i}$$

$$\forall i = 0, 1, 2, \ldots n-1.$$

Luego:

Definimos: $\boxed{S_i''(x) = 2c_i + 6d_i h_i}$

por consiguiente en $x = x_n$:

$$S''(x_n) = 2c_n \Rightarrow \boxed{c_n = S''(x_n)/2}$$

y la condición V de la segunda derivada quedará:

$$S_{j+1}''(x_{j+1}) = S_j''(x_{j+1}) \Rightarrow \text{en n/caso:}$$

$$\boxed{S_{i+1}''(x_{i+1}) = S_i''(x_{i+1})}$$

$$2c_{i+1} = 2c_i + 6d_i(x_{i+1} - x_i)$$

$$\boxed{c_{i+1} = c_i + 3d_i h_i} \quad (4)$$

por consiguiente: $\boxed{d_i = \dfrac{c_{i+1} - c_i}{3h_i}}$ (5)

Reemplazaremos la (5) en (2) y (3) resultando en las siguientes ecuaciones:

$$a_{i+1} = a_i + b_i h_i + c_i h_i^2 + \left(\frac{c_{i+1}-c_i}{3h_i}\right) h_i^3.$$

$$\Rightarrow \boxed{a_{i+1} = a_i + b_i h_i + \frac{h_i^2}{3}(2c_i + c_{i+1})} \quad (6)$$

$$y: \quad b_{i+1} = b_i + 2c_i h_i + \cancel{3}\left(\frac{c_{i+1}-c_i}{\cancel{3h_i}}\right) h_i^{\cancel{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{b_{i+1} = b_i + h_i(c_i + c_{i+1})} \quad (7)$$

De la ecuación (6) despejamos b_i $\Rightarrow$.

$$\boxed{b_i = \left(\frac{a_{i+1}-a_i}{h_i}\right) - \frac{h_i}{3}(2c_i + c_{i+1})} \quad (8)$$

por recursividad hacemos reducción del indice a $i-1$ $\Rightarrow$.

$$\boxed{b_{i-1} = \left(\frac{a_i - a_{i-1}}{h_{i-1}}\right) - \frac{h_{i-1}}{3}(2c_{i-1} + c_i)} \quad (8')$$

Ahora tomamos la ecuación (7) y reducimos su indice a $i-1$

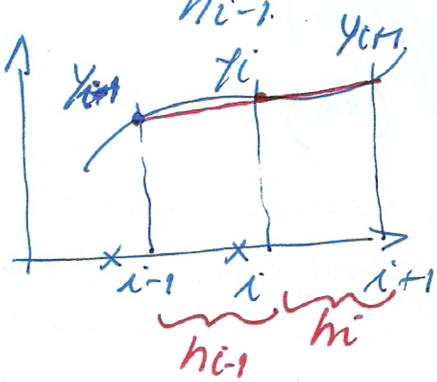
$$\boxed{b_i = b_{i-1} + h_{i-1}(c_{i-1} + c_i)}$$

Reemplazando (8) y (8') en esta ultima tenemos:

denominando $m_i = \dfrac{a_{i+1}-a_i}{h_i}$ pendiente de la recta que une los dos puntos.

$$m_{i-1} = \frac{a_i - a_{i-1}}{h_{i-1}}$$

ya que $a_i = f(x_i)$ por la condición (1)



$$\Rightarrow m_i - \frac{h_i}{3}(2c_i + c_{i+1}) = m_{i-1} - \frac{h_{i-1}}{3}(2c_{i-1} + c_i) + h_{i-1}(c_{i-1} + c_i)$$

Agrupando términos:

$$\boxed{3(m_i - m_{i-1}) = h_{i-1} c_{i-1} + 2(h_{i-1} + h_i) c_i + h_i c_{i+1}} \quad (9).$$

$\forall i = 0, 1, 2, \dots n-1$

NOTA
Esta es la ecuación más importante ya que nos permite construir un sistema lineal con las "c_i" como incógnitas.
Los valores m_i y m_{i-1} pendientes de la recta que une los puntos es dato, ya que conocemos la separación entre los puntos y por la condición (II) y la ecuación (1)

$$\boxed{a_i = f(x_i)}$$ en consecuencia conocemos para cada punto $m_i = \frac{a_{i+1} - a_i}{h_i} = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h_i}$

Ahora: TEOREMA: Si f está definida en $a = x_0 < x_1 \dots < x_n = b$ y es diferenciable en $[a, b] \Rightarrow f$ tiene un único trazador sujeto que interpola los nodos $x_0, x_1 \dots x_n$, es decir, un interpolante que cumple con las condiciones de frontera:

$$S'(x_0) = f'(x_0)$$
$$S'(x_n) = f'(x_n)$$

o bien: Si f está definida en $a = x_0 < x_1 \dots < x_n = b. \Rightarrow$ f tendrá un interpolante único de spline natural $S(x)$ en los nodos $x_0, x_1 \dots x_n$, es decir un interpolante que cumple con las condiciones de frontera:

$$S''(x_0 = a) = S''(x_n = b) = 0$$

En este caso las condiciones de frontera natural. (VI)

significan que:

$$c_n = S''(x_n)/2 \quad \text{y que:}$$

$$0 = S''(x_0) = 2c_0 + 6d_0\cancel{(x_0 - x_0)}$$

$$\Rightarrow \boxed{c_0 = 0} \quad \text{y} \quad \boxed{c_n = 0} \qquad (10)$$

Por consiguiente las ecuaciones (10) con la (9) anterior nos permite armar un sistema lineal descrito por la ecuación vectorial $\boxed{\underline{A}\,\underline{c} = \underline{z}}$

Vamos a obtener una matriz estrictamente diagonal dominante, es decir se cumple que:

$$\boxed{|a_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} |a_{ij}|} \quad \forall i = 1, 2, \dots n.$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ h_0 & 2(h_0+h_1) & h_1 & & & \vdots \\ 0 & h_1 & 2(h_1+h_2) & h_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & h_{n-2} & 2(h_{n-2}+h_{n-1}) & h_{n-1} & \\ 0 & \cdots & 0 & & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \underline{c} = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} \quad ?$$

$$\text{y} \quad z = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3(a_2 - a_1)}{h_1} - \frac{3(a_1 - a_0)}{h_0} \\ \vdots \\ \frac{3(a_n - a_{n-1})}{h_{n-1}} - \frac{3(a_{n-1} - a_{n-2})}{h_{n-2}} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3(m_1 - m_0) \\ 3(m_2 - m_1) \\ \vdots \\ 3(m_n - m_{n-1}) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Un sistema lineal de esta forma por lo que vimos tiene solución única para $c_0, c_1, c_2 \dots c_n$.

Veamos el algoritmo para el spline cúbico NATURAL O LIBRE.-

En el caso del práctico a entregar, necesitamos definir un trazador cúbico sujeto por las condiciones del problema $\Rightarrow$ lo definimos:

Sabemos que $f'(a)$ y $f'(b)$ son datos, es decir conocemos la derivada primera de la función $\Rightarrow$ si f esta definida en $[x_0, x_n]$ y es derivable tendrá un único spline sujeto $S(x)$ que interpola los nodos y que cumple la condición:

$$S'(a=x_0)=f'(a=x_0)$$
$$S'(b=x_n)=f'(b=x_n)$$

$\Rightarrow$ por la ecuación (8) y (8')

$$f'(x_0)=\frac{1}{h_0}(a_1-a_0)-\frac{h_0}{3}(2c_0+c_1)$$

$$\Rightarrow \boxed{2h_0c_0+h_0c_1=\frac{3}{h_0}(a_1-a_0)-3f'(x_0)} \quad (11)$$

del mismo modo $f'(b)=S'(b)$ o $f'(x_n)=S'(x_n)=b_n$.

$$\Rightarrow f'(x_n)=b_n=b_{n-1}+h_{n-1}(c_{n-1}+c_n)$$

luego usando la ec (8) con $i=n-1$ para reemplazar b_{n-1} tenemos:

$$f'(b)=f'(x_n)=\frac{1}{h_{n-1}}(a_n-a_{n-1})-\frac{h_{n-1}}{3}(2c_{n-1}+c_n)+h_{n-1}(c_{n-1}+c_n)$$

$$f'(x_n)=\frac{a_n-a_{n-1}}{h_{n-1}}+\frac{h_{n-1}}{3}(c_{n-1}+2c_n)$$

$$\Rightarrow h_{n-1}c_{n-1}+2c_nh_{n-1}=3f'(x_n)-\frac{3}{h_{n-1}}(a_n-a_{n-1})$$

$$\boxed{h_{n-1}c_{n-1}+2h_{n-1}c_n=3f'(x_n)-3m_n.} \quad (12)$$

Con (12) armamos la matriz de $\boxed{\underline{A}\,\underline{c} = \underline{z}}$

$$A = \begin{bmatrix} 2h_0 & h_0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ h_0 & 2(h_0+h_1) & h_1 & & & \vdots \\ 0 & h_1 & 2(h_1+h_2) & h_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & & h_{n-2} & 2(h_{n-2}+h_{n-1}) & h_{n-1} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & h_{n-1} & 2h_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} \qquad \underline{z} = \begin{bmatrix} 3m_1 - 3f'(x_0) \\ 3m_2 - 3m_1 \\ \vdots \\ 3m_{n-1} - 3m_{n-2} \\ 3f'(x_n) - 3m_n \end{bmatrix}$$

Vemos el algoritmo para el trazador sujeto

Una vez calculados los valores de c_i utilizamos las ecuaciones anteriores (4) y (5) para los d_i (1) ó (6) para los a_i y (8) para los b_i

Con todos los coeficientes construimos el polinomio cúbico para cada intervalo. –

— o —

EJERCICIO DE ENTREGA.:

Se quiere determinar la trayectoria plana seguida por un brazo robot industrial (idealizado por un punto material) durante un ciclo de trabajo.

El brazo robot debe satisfacer las siguientes restricciones: Se debe encontrar en reposo en el punto (0,0) en el instante inicial.

Luego de $t = 1$ s se debe encontrar en el punto (2,4) después de otro segundo alcanzó el punto (6,6) y se detiene allí.
En una 2° etapa retoma inmediatamente su movimiento y alcanza, luego de otro segundo el punto (3,2) y finalmente en el último segundo retornó al origen, donde se detiene y luego repite el movimiento.-
Encontrar el trazador cúbico sujeto correspond. utilizando el código desarrollado en el 1° punto y luego realice los siguientes gráficos
1) x vs t (ambos tramos).
2) y vs t (" ")
3) en el plano xy la trayectoria encontrada.-

ETAPA 1

Parámetro →

ETAPA 1				
t	$x(t)$	$v_x(t) = x'(t)$	$y(t)$	$v_y(t) = y'(t)$
0	0	0	0	0
1	2	-	4	-
2	6	0	6	0

Las condiciones de frontera sujeta son la velocidad del trazo y debemos sacar las componentes.

$v_x(t) = x'(t) = 0$ funciones $x(t)$

$v_y(t) = y'(t) = 0$ $y(t)$.

Los intervalos son $[0, 1)$ y $[1, 2]$.
$S_0(t)$ $S_1(t)$.

variable independiente $\Rightarrow t$
aplicamos el algoritmo.-

para $x(t)$

$$a=\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} \quad b=\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} \quad c=\begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \end{bmatrix} \quad d=\begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \end{bmatrix}.$$

$$\Rightarrow S_{x_1}=\begin{cases} S_{0_x}(t) & t\in[0,1) \\ S_{1_x}(t). & t\in[1,2]. \end{cases}$$

para $y(t)$.

$$a=\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} \cdot b=\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} \quad c=\begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \end{bmatrix} \quad d=\begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \end{bmatrix}.$$

$$S_{y_1}=\begin{cases} S_{0_y}(t) & t\in[0,1). \\ S_{1_y}(t) & t\in[1,2]. \end{cases}$$

— x —

ETAPA 2

ETAPA 2					
t	$x(t)$	$T_x(t)=x'(t)$	$y(t)$	$T_y(t)=y'(t)$
0	6	0	6	0
1	3	–	2	–
2	0	0	0	0

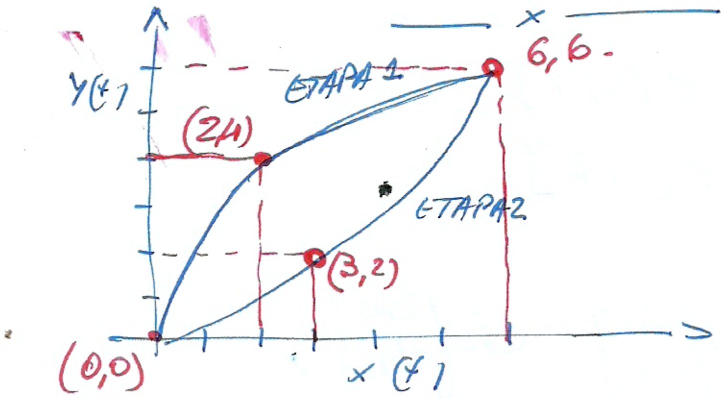
Idem a la etapa 1

$$a=\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} \quad b=\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} \quad c=\begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \end{bmatrix} \quad d=\begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \end{bmatrix}.$$

$$S_{x_2}=\begin{cases} S_{0_x}(t) & t\in[0,1) \\ S_{x1}(t) & t\in[1,2]. \end{cases}$$

$$S_{y_2}=\begin{cases} S_{y0}(t) & t\in(0,1) \\ S_{y1}(t) & t\in[1,2]. \end{cases}$$

Luego procedemos a graficar lo pedido.-



CONCLUSIONES.:

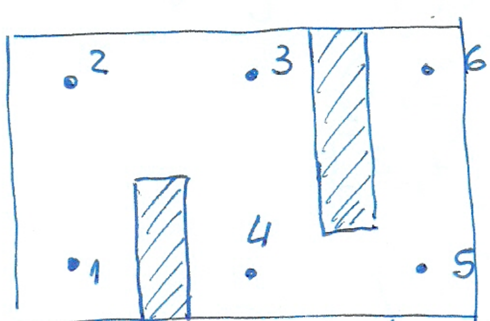
¿Porque elegimos el trazador sujeto en este caso.?

¿Qué pasaría si usamos un trazador natural?

Cómo hubiera variado el resultado?

Les dejo un problema interesante:

Un robot debe tomar un objeto situado en la posición 1 y dejarlo en la posición 6. del recinto de la figura. Para ello recorre una trayectoria definida por los puntos de la tabla que tratan de evitar los obstáculos del recinto o habitación



Paso	X	Y
1	1	1
2	1	4
3	4	4
4	4	1
5	7	1
6	7	4

Obtener la trayectoria interpolando los puntos dados (x_k, y_k) mediante las funciones $S_x(t)$ y $S_y(t)$ que son las posiciones del brazo en el instante t

$t \in [0,1]$

es decir $t \in [0,1]$ y $(S_x(t_k), S_y(t_k)) = (x_k, y_k)$
siendo $t_k = 0.2(k-1)$ para $k = 1, 2, \ldots 6$.
Represéntelo gráficamente.

a) Use un polinomio de interpolación de (t_k, x_k) y (t_k, y_k)

b) Una spline cúbica donde la velocidad inicial y final del robot es nula

c) Una spline cúbica donde la aceleración inicial y final sea nula. -

Consulta: ¿En qué casos la trayectoria no choca ni con los obstáculos ni con las paredes de la habitación?