Polinomios osculantes

Dada una función $f(x)$ conocida en $n+1$ puntos $(x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n)$ y dados $n+1$ enteros $(m_0, m_1, m_2, \ldots, m_n)$ un polinomios osculante $P(x)$ es aquel que, para $i = 0, 1, \ldots n$:

$$P(x_i) = f(x_i)$$

$$P'(x_i) = f'(x_i)$$

$$P''(x_i) = f''(x_i)$$

$$\ldots$$

$$P^{(m_i)}(x_i) = f^{(m_i)}(x_i)$$

- Es decir, un polinomio osculante coincide con la función en los $n+1$ puntos, y sus derivadas (hasta un orden $\leq m_i$) coinciden con las derivadas respectivas de la función.
- El grado del polinomio $P(x)$ es

$$\sum_{i=0}^{n} m_i + n$$

- Dicho de otra forma, un polinomio osculante $P(x)$ que aproxima a $f(x)$ es el polinimio de menor grado, tal que

$$\frac{d^k P(x_i)}{dx^k} = \frac{d^k f(x_i)}{dx^k}$$

para $i = 0, 1, 2, \ldots n$ y $k = 0, 1, 2, \ldots m_i$

- Como casos particulares:
  - Si $n = 0$
    Polinomio de Taylor
    Coincide en un solo punto, y alli coinciden todas las derivadas hasta un orden dado m_0
  - Si $m_i = 0 \; \forall i$
    Polinomios interpolantes (por ej. en base a polinomios de Lagrange, o diferencias divididas de Newton)
    En $n + 1$ puntos coinciden solo las derivadas de orden cero (i.e. la función)