De acuerdo con lo visto en la teoría para la sustitución hacia atrás, tenemos:

- Para un sistema con matriz triangular superior:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

- La resolución comienza con el término x_n y progresa hacia arriba

$$x_n = b_n / a_{nn}$$
$$x_{n-1} = (b_{n-1} - a_{n-1,n} x_n) / a_{n-1,n-1}$$
$$\dots$$
$$x_i = (b_i - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j) / a_{ii} \qquad \text{para i} = \text{n} - 1, \dots 1$$

- Análogamente se resuelve un sistema con matriz triangular inferior.

```
function x = sust_atras1(A)

x=A(:,end); %necesario para que x sea columna
n=length(x); %definimos n por ser una variable local

x(n) = A(n,n+1)/A(n,n);

for i=n-1:-1:1
    s = A(i,n+1); % representa al termino de b en la fila i
    for j= i+1:n % lo hacemos para la sumatoria de los terminos a restar
        s = s - A(i,j)*x(j);
    end
    x(i) = s/A(i,i);
end
```

La función toma como entrada la matriz A aumentada y devuelve el vector columna x que satisface Ax = b. El algoritmo comienza definiendo la variable x como la última columna de la matriz A (necesario para que x sea un vector columna). Luego, se define la variable n como la longitud de x.
A continuación, se calcula el último elemento de x dividiendo el último elemento de la última fila de A por el elemento diagonal correspondiente de A.
Luego, se realiza un bucle que recorre las filas restantes de A, comenzando por la penúltima fila y retrocediendo hasta la primera.
Dentro de este bucle, se calcula el término correspondiente al lado derecho de la ecuación (es decir, el término de b) para la fila actual. Luego, se realiza una sumatoria que involucra los términos de la ecuación para las filas posteriores, restando el producto de cada elemento de la fila actual con el valor correspondiente de x en esa fila posterior.
Finalmente, se divide el término de la ecuación de la fila actual por el elemento diagonal correspondiente de A para obtener el valor de x en esa fila.
El proceso se repite para cada fila, y al final se devuelve el vector columna x que resuelve el sistema de ecuaciones.

Para vectorizar dicho código, debemos eliminar los lazos anidados. Con lo cual, previamente debemos fijarnos si dos o más bucles pueden combinarse, con lo que se realizarán las operaciones por bloques ahorrando memoria y tiempo de cálculo.

```
function x = sust_atras_vec(A)

x=A(:,end); %necesario para que x sea columna
n=length(x); %definimos n por ser una variable local

x(n) = A(n,n+1)/A(n,n);

for i=n-1:-1:1
    s = A(i,n+1); % representa al termino de b en la fila i
    s = s - A(i,i+1:n)*x(i+1:n);
    x(i) = s/A(i,i);
end
```

De manera análoga para la sustitución hacia delante para un sistema triangular inferior:

```
function x = sust_adel_vec(A)

x = A(:,end); % necesario para x sea columna
n = length(x); % defino n pero como una variable local de este script

x(1) = A(1,n+1)/A(1,1);

for i=2:n % aca vamos hacia adelante
    s = A(i,n+1); % representa al termino de b en la fila i
    s = s - A(i,1:i-1)*x(1:i-1);
    x(i) = s/A(i,i);
end
```

Para el conteo de operaciones, debemos separar las sumas y restas de las multiplicaciones y divisiones.

$$\boxed{\sum_{j=1}^{n} 1 = n; \quad \sum_{j=1}^{n} j = \frac{n(n+1)}{2}; \quad \sum_{j=1}^{n} j^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}; \quad \sum_{j=1}^{n} j^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2}$$

Por ejemplo, para la sustitución hacia atrás, tenemos una primera operación fuera del ciclo donde calculamos x(n), esa división es calculada una sola vez.

M/D:

$$1 + \sum_{i=1}^{n-1} ((n-i) + 1) = 1 + \sum_{i=1}^{n-1} (n-i) + n - 1 = n + \sum_{i=1}^{n-1} (n-i)$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} (n-i) \begin{cases} j = n - i \\ i = 1; j = n - 1 \\ i = n - 1; j = 1 \end{cases} \Rightarrow \sum_{j=1}^{n-1} j$$

$$n + \frac{(n-1)n}{2} \Rightarrow O(n^2)$$

S/R:

$$\sum_{i=1}^{n-1}((n-i-1)+1)=\sum_{i=1}^{n-1}(n-i)\begin{cases} j=n-i \\ i=1; j=n-1 \\ i=n-1; j=1 \end{cases} \Rightarrow \sum_{j=1}^{n-1} j$$

$$\frac{(n-1)n}{2} \Rightarrow O(n^2)$$