Nombre y apellido:	1	2	3	4	Calificación
Número de libreta:					

Álgebra Lineal Computacional

Recuperatorio del Segundo Parcial – 15 de diciembre de 2022

Ejercicio 1. Sea $\alpha \in \mathbb{R} - \{0\}$ y sea $A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 1 \\ 1 & \alpha & 0 \\ 0 & 1 & \alpha \end{pmatrix}$.

Se quiere resolver el sistema $Ax = b$, con $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(a) (1 pt.) Hallar todos los valores de $\alpha \in \mathbb{R} - \{0\}$ tales que el método de Gauss-Seidel converge para todo vector inicial.

(b) (1 pt.) Hallar todos los valores de $\alpha \in \mathbb{R} - \{0\}$ tales que el método de Jacobi converge para todo vector inicial.
Fijado un valor de α para el cual ambos convergen ¿cuál método eligiría y por qué?

(c) (0,5 pts.) Sea $\alpha = 1$. Probar que si $x_0 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ el método de Gauss-Seidel converge en 1 paso.

Ejercicio 2. Siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) (1,5 pts.) Hallar la DVS de A.

(b) (1 pt.) Caracterizar geométricamente la imagen de la esfera unitaria

$$S_2 = \{x \in \mathbb{R}^3 : \|x\|_2 = 1\}$$

por la transformación $T(x) = Ax$.

Ejercicio 3. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

(a) (1 pt.) Calcular $Cond_2(A)$.

(b) (1,5 pts.) Hallar la matriz de rango 1 que mejor aproxima a A en norma 2.

Ejercicio 4.

x	-1	0	1	2
y	-2	0	2	0

Hallar la mejor aproximación en el sentido de cuadrados mínimos de la tabla con una función tipo $f(x) = ax^3 + bx + c$.
¿Es f el Polinomio Interpolador de Lagrange? Si la respuesta es afirmativa, justificar adecuadamente. Si la respuesta es negativa, calcularlo.