Nombre y apellido:

Número de libreta:

1	2	3	4	Calificación

Álgebra Lineal Computacional

Recuperatorio del Primer Parcial – 7 de diciembre de 2022

Ejercicio 1. Sea $0 < \varepsilon < 1$ y sea $A_\varepsilon = \begin{pmatrix} 1+\varepsilon & 1 & 1-\varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 0 \\ \varepsilon - 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

(a) (1,5 pts.) Para $\varepsilon = 10^{-3}$ resolver el sistema $Ax = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ con aritmética de punto flotante de base 10 de 2 dígitos de mantisa y redondeo.

(b) (1 pt.) Probar que $Cond_\infty(A_\varepsilon) \xrightarrow[\varepsilon \longrightarrow 0]{} +\infty$.

Ejercicio 2. Hallar una matriz **simétrica** $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ tal que $(1,0,0)$ sea autovector de $A + 2I$ de autovalor -1, $(0,2,-1)$ sea autovector de A^{-1} de autovalor 2 y tal que $\det(A) = -6$.

Ejercicio 3. Sea $A \in \mathbb{R}^{4\times 4}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & \alpha & 0 \\ 2 & -4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) (1 pt.) Hallar el valor de α para que A **no** admita descomposición LU.

(b) (1,5 pts.) Para el valor de α hallado en el ítem anterior, hallar una matriz de permutación P adecuada y calcular la descomposición $PA = LU$.

Ejercicio 4. Sea $P \in \mathbb{R}^{3\times 3}$,

$$P = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ a & b & 1 \\ b & 2a & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) (1 pt.) Determinar a, $b \in \mathbb{R}$ para los cuales P resulta una matriz de Markov y, para los valores hallados, determinar todos los estados de equilibrio.

(b) (1,5 pts.) Sean a y b los hallados en el ítem (a). Determinar si existe estado límite para los siguientes estados iniciales y en caso afirmativo, hallarlo:

(i) $v_0 = (3/6, 1/6, 2/6)$.

(ii) $v_0 = (3/8, 3/8, 2/8)$.

¿Existe P^∞?