1	2	3	4

Calificación

ÁLGEBRA LINEAL

Recuperatorio del segundo parcial — 18 de diciembre de 2020

1. Consideremos la matriz
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & -4 \\ 0 & 1 & 4 & -5 \\ 2 & 2 & 7 & -8 \\ 2 & 2 & 8 & -9 \end{pmatrix}.$$
Demostrar que $A^{401} + 2A^{393} = 3A^{397}$.

2. Sea $k \in \mathbb{C}$ y sea $A \in \mathbb{C}^{4\times 4}$ la matriz
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & k+3 & k+2 \\ 0 & k & 0 & 0 \\ 0 & k-1 & -2 & -1 \\ 0 & -2k+1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$
Hallar todos los valores de k para los cuales A es semejante a $A^2 + 2A$.

3. Sea $p : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal definida por
$$\begin{cases} p(1,1,1) = (0,0,0), \\ p(-4,3,3) = (-4,3,3), \\ p(0,1,-1) = (0,1,-1). \end{cases}$$
Decidir si existen $a, b \in \mathbb{R}$ tales que
$$\Phi(x,y) = ax_1y_1 + bx_1y_2 + bx_2y_1 + bx_2y_2 + (1+b)x_3y_3$$
satisface simultáneamente las siguientes condiciones:

- Φ es un producto interno.
- p es una proyección ortogonal con respecto a Φ.

4. Consideramos en $\mathbb{R}^3$ la recta $L = \langle(1,1,1)\rangle + (3,0,2)$.
Definir una simetría $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $f(1,0,2) \in L$, indicando el plano respecto del cual se hace la simetría.
¿Es única?

Justifique todas sus respuestas, no omita detalles y escriba con claridad