Introducción a la programación

Práctica 2: Especificación de problemas - Parte 2

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b-1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a,b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

a) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ {
   `requiere:` $\{True\}$
   asegura: $\{\ (a < 0 \land res = 2 * b) \land (a \geq 0 \land res = b - 1)\}$
}

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a,b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

a) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
   `requiere:` $\{True\}$
   asegura: $\{\ (a < 0 \wedge res = 2 * b) \wedge (a \geq 0 \wedge res = b - 1)\}$
$\}$

Especificación Incorrecta
a no puede cumplir al mismo tiempo $a < 0$ y $a \geq 0$

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a,b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

b) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
   `requiere:` $\{True\}$
   asegura: $\{(a < 0 \land res = 2 * b) \lor (a > 0 \land res = b - 1)\}$
$\}$

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a,b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

b) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ {
    `requiere:` $\{True\}$
    asegura: $\{(a < 0 \land res = 2 * b) \lor (a > 0 \land res = b - 1)\}$
}

Especificación Incorrecta
Falta el caso a $= 0$

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b-1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a,b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

c) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
  `requiere:` $\{True\}$
  asegura: $\{(a < 0 \land res = 2 * b) \lor (a \geq 0 \land res = b - 1)\}$
$\}$

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a,b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

c) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
  `requiere:` $\{True\}$
  asegura: $\{(a < 0 \land res = 2 * b) \lor (a \geq 0 \land res = b - 1)\}$
$\}$

Especificación correcta

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a,b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

d) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
   `requiere`: $\{True\}$
   asegura: $\{(a < 0 \to res = 2 * b) \land (a \geq 0 \to res = b - 1)\}$
$\}$

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a,b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

d) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
   `requiere:` $\{True\}$
   asegura: $\{(a < 0 \to res = 2 * b) \land (a \geq 0 \to res = b - 1)\}$
$\}$

Especificación correcta

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a,b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

e) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
   `requiere:` $\{True\}$
   asegura: $\{(a < 0 \to res = 2 * b) \lor (a \geq 0 \to res = b - 1)\}$
$\}$

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a,b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

e) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
   `requiere`: $\{True\}$
   asegura: $\{(a < 0 \to res = 2 * b) \vee (a \geq 0 \to res = b - 1)\}$
$\}$

Especificación Incorrecta
Es una tautología. Siempre alguno de los antecedentes es falso, entonces la implicación es verdadera. Luego, la conjunción es verdadera.

Ejercicio 8

Considerar la siguiente especificación, junto con un algoritmo que dado x devuelve x^2.

`problema` `unoMasGrande` (x: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
  `requiere:` $\{True\}$
  asegura: $\{res > x\}$
$\}$

a) ¿Qué devuelve el algoritmo si recibe $x = 3$? ¿El resultado hace verdadera la postcondición de unoMasGrande?

Ejercicio 8

Considerar la siguiente especificación, junto con un algoritmo que dado x devuelve x^2.

`problema unoMasGrande` (x: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ {
  `requiere:` $\{True\}$
  asegura: $\{res > x\}$
}

a) ¿Qué devuelve el algoritmo si recibe $x = 3$? ¿El resultado hace verdadera la postcondición de unoMasGrande?
si $x = 3$, $x^2 = 9$, entonces $9 > 3$, cumple.

Ejercicio 8

Considerar la siguiente especificación, junto con un algoritmo que dado x devuelve x^2.

`problema` `unoMasGrande` (x: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
  `requiere:` $\{True\}$
  asegura: $\{res > x\}$
$\}$

a) ¿Qué devuelve el algoritmo si recibe $x = 3$? ¿El resultado hace verdadera la postcondición de unoMasGrande?
si $x = 3$, $x^2 = 9$, entonces $9 > 3$, cumple.

b) ¿Qué sucede para las entradas x $= 0.5$, x $= 1$, x $= -0.2$ y x $= -7$?

Ejercicio 8

Considerar la siguiente especificación, junto con un algoritmo que dado x devuelve x^2.

`problema` `unoMasGrande` (x: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
  `requiere:` $\{True\}$
  asegura: $\{res > x\}$
$\}$

a) ¿Qué devuelve el algoritmo si recibe $x = 3$? ¿El resultado hace verdadera la postcondición de unoMasGrande?
si $x = 3$, $x^2 = 9$, entonces $9 > 3$, cumple.

b) ¿Qué sucede para las entradas x $= 0.5$, x $= 1$, x $= -0.2$ y x $= -7$?
si $x = 0{,}5$, $x^2 = 0{,}25$, no cumple.

Ejercicio 8

Considerar la siguiente especificación, junto con un algoritmo que dado x devuelve x^2.

`problema` `unoMasGrande` (x: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
  `requiere:` $\{True\}$
  asegura: $\{res > x\}$
$\}$

a) ¿Qué devuelve el algoritmo si recibe $x = 3$? ¿El resultado hace verdadera la postcondición de unoMasGrande?
   si $x = 3$, $x^2 = 9$, entonces $9 > 3$, cumple.

b) ¿Qué sucede para las entradas x $= 0.5$, x $= 1$, x $= -0.2$ y x $= -7$?
   si $x = 0{,}5$, $x^2 = 0{,}25$, no cumple.
   si $x = 1$, $x^2 = 1$, no cumple.

Ejercicio 8

Considerar la siguiente especificación, junto con un algoritmo que dado x devuelve x^2.

`problema` `unoMasGrande` (x: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
  `requiere:` $\{True\}$
  asegura: $\{res > x\}$
$\}$

a) ¿Qué devuelve el algoritmo si recibe $x = 3$? ¿El resultado hace verdadera la postcondición de unoMasGrande?
si $x = 3$, $x^2 = 9$, entonces $9 > 3$, cumple.

b) ¿Qué sucede para las entradas x $= 0.5$, x $= 1$, x $= -0.2$ y x $= -7$?
si $x = 0{,}5$, $x^2 = 0{,}25$, no cumple.
si $x = 1$, $x^2 = 1$, no cumple.
si $x = -0{,}2$, $x^2 = 0{,}04$, cumple.

Ejercicio 8

Considerar la siguiente especificación, junto con un algoritmo que dado x devuelve x^2.

```
problema unoMasGrande (x: ℝ) : ℝ {
  requiere: {True}
  asegura: {res > x}
}
```

a) ¿Qué devuelve el algoritmo si recibe $x = 3$? ¿El resultado hace verdadera la postcondición de unoMasGrande?
si $x = 3$, $x^2 = 9$, entonces $9 > 3$, cumple.

b) ¿Qué sucede para las entradas x $= 0.5$, x $= 1$, x $= -0.2$ y x $= -7$?
si $x = 0{,}5$, $x^2 = 0{,}25$, no cumple.
si $x = 1$, $x^2 = 1$, no cumple.
si $x = -0{,}2$, $x^2 = 0{,}04$, cumple.
si $x = -7$, $x^2 = 49$, cumple.

Ejercicio 8

Considerar la siguiente especificación, junto con un algoritmo que dado x devuelve x^2.

`problema` `unoMasGrande` (x: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ {
  `requiere:` $\{True\}$
  asegura: $\{res > x\}$
}

a) ¿Qué devuelve el algoritmo si recibe $x = 3$? ¿El resultado hace verdadera la postcondición de unoMasGrande?
b) ¿Qué sucede para las entradas x $=$ 0.5, x $=$ 1, x $= -0.2$ y x $= -7$?
c) Teniendo en cuenta lo respondido en los puntos anteriores, escribir una **precondición** para unoMasGrande, de manera tal que el algoritmo cumpla con la especificación.

Ejercicio 8

Considerar la siguiente especificación, junto con un algoritmo que dado x devuelve x^2.

`problema` `unoMasGrande` (x: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ {
  `requiere:` $\{True\}$
  asegura: $\{res > x\}$
}

a) ¿Qué devuelve el algoritmo si recibe $x = 3$? ¿El resultado hace verdadera la postcondición de unoMasGrande?
b) ¿Qué sucede para las entradas x $= 0.5$, x $= 1$, x $= -0.2$ y x $= -7$?
c) Teniendo en cuenta lo respondido en los puntos anteriores, escribir una **precondición** para unoMasGrande, de manera tal que el algoritmo cumpla con la especificación.
   $((x > 1) \vee (x < 0))$.

Ejercicio 9

Sean x y r variables de tipo $\mathbb{R}$. Considerar los siguientes predicados:

P1: $\{x \leq 0\}$
P2: $\{x \leq 10\}$
P3: $\{x \leq -10\}$

Q1: $\{r \geq x^2\}$
Q2: $\{r \geq 0\}$
Q3: $\{r = x^2\}$

a) Indicar la relación de fuerza entre P1, P2 y P3.

Ejercicio 9

Sean x y r variables de tipo $\mathbb{R}$. Considerar los siguientes predicados:

P1: $\{x \leq 0\}$
P2: $\{x \leq 10\}$
P3: $\{x \leq -10\}$

Q1: $\{r \geq x^2\}$
Q2: $\{r \geq 0\}$
Q3: $\{r = x^2\}$

a) Indicar la relación de fuerza entre P1, P2 y P3.
$P3 \rightarrow P1$
$P1 \rightarrow P2$

Ejercicio 9

Sean x y r variables de tipo $\mathbb{R}$. Considerar los siguientes predicados:

P1: $\{x \leq 0\}$
P2: $\{x \leq 10\}$
P3: $\{x \leq -10\}$

Q1: $\{r \geq x^2\}$
Q2: $\{r \geq 0\}$
Q3: $\{r = x^2\}$

a) Indicar la relación de fuerza entre P1, P2 y P3.
$P3 \rightarrow P1$
$P1 \rightarrow P2$

b) Indicar la relación de fuerza entre Q1, Q2 y Q3.

Ejercicio 9

Sean x y r variables de tipo $\mathbb{R}$. Considerar los siguientes predicados:

P1: $\{x \leq 0\}$
P2: $\{x \leq 10\}$
P3: $\{x \leq -10\}$

Q1: $\{r \geq x^2\}$
Q2: $\{r \geq 0\}$
Q3: $\{r = x^2\}$

a) Indicar la relación de fuerza entre P1, P2 y P3.
   $P3 \rightarrow P1$
   $P1 \rightarrow P2$

b) Indicar la relación de fuerza entre Q1, Q2 y Q3.
   $Q3 \rightarrow Q1$
   $Q1 \rightarrow Q2$

Ejercicio 12

Especificar los siguientes problemas semiformalmente:

a) ★Dado un entero positivo mayor a 1, obtener su descomposición en factores primos. Devolver una secuencia de tuplas (p, e), donde p es un factor primo y e es su exponente, ordenada en forma creciente con respecto a p.

Ejercicio 12

Especificar los siguientes problemas semiformalmente:

a) ★Dado un entero positivo mayor a 1, obtener su descomposición en factores primos. Devolver una secuencia de tuplas (p, e), donde p es un factor primo y e es su exponente, ordenada en forma creciente con respecto a p.

```
problema descomposicionEnPrimos (n: ℤ) : seq⟨ℤ × ℤ⟩ {
  requiere: {n ≥ 2}
  asegura: {esDescomposicion(res, n)}
  asegura: {primosEnRes(res)}
  asegura: {ordenadaPorP(res)}
}
```

Ejercicio 12

```
problema descomposicionEnPrimos (n: ℤ) : seq⟨ℤ × ℤ⟩  {
  requiere: {n ≥ 2}
  asegura: {esDescomposicion(res, n)}
  asegura: {primosEnRes(res)}
  asegura: {ordenadaPorP(res)}
}
```

Ejercicio 12

`problema descomposicionEnPrimos` (n: $\mathbb{Z}$) : $seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle$ {
  `requiere:` $\{n \geq 2\}$
  asegura: $\{esDescomposicion(res, n)\}$
  asegura: $\{primosEnRes(res)\}$
  asegura: $\{ordenadaPorP(res)\}$
}

`pred esDescomposicion` (res: $seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle, n : \mathbb{Z}$) {

$$n = \prod_{i=0}^{|res|-1} res[i]_0^{res[i]_1}$$

}

Ejercicio 12

`problema descomposicionEnPrimos` (n: $\mathbb{Z}$) : $seq\langle\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}\rangle$ {
  `requiere:` $\{n \geq 2\}$
  asegura: $\{esDescomposicion(res, n)\}$
  asegura: $\{primosEnRes(res)\}$
  asegura: $\{ordenadaPorP(res)\}$
}

`pred esDescomposicion` (res: $seq\langle\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}\rangle, n : \mathbb{Z}$) {
$$n = \prod_{i=0}^{|res|-1} res[i]_0^{res[i]_1}$$
}

`pred primosEnRes` (res: $seq\langle\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}\rangle$) {
$$(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |res| \rightarrow esPrimo(res[i]_0))$$
}

Ejercicio 12

problema descomposicionEnPrimos (n: $\mathbb{Z}$) : $seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle$ {
requiere: $\{n \geq 2\}$
asegura: $\{esDescomposicion(res, n)\}$
asegura: $\{primosEnRes(res)\}$
asegura: $\{ordenadaPorP(res)\}$
}

pred esDescomposicion (res: $seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle, n : \mathbb{Z}$) {
$$n = \prod_{i=0}^{|res|-1} res[i]_0^{res[i]_1}$$
}
pred primosEnRes (res: $seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle$) {
$$(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |res| \rightarrow esPrimo(res[i]_0))$$
}
pred ordenadaPorP (res: $seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle$) {
$$(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |res| - 1 \rightarrow res[i]_0 < res[i+1]_0)$$
}

Ejercicio 13

Especificar semiformalmente los siguientes problemas sobre secuencias:

d) Dado una secuencia s y un entero n, devolver la secuencia resultante de multiplicar solamente los valores pares por n.

Ejercicio 13

Especificar semiformalmente los siguientes problemas sobre secuencias:

d) Dado una secuencia s y un entero n, devolver la secuencia resultante de multiplicar solamente los valores pares por n.

problema `multiplicarPares` $(s : seq\langle \mathbb{Z} \rangle, n : \mathbb{Z}) : seq\langle \mathbb{Z} \rangle$ {
  requiere: {True}
  asegura: {la cantidad de elementos de res es igual a la de s}
  asegura: {para toda posición válida i, si $s[i]$ es par entonces $res[i] = n * s[i]$}
  asegura: {para toda posición válida i, si $s[i]$ no es par entonces $res[i] = s[i]$}
}

Bonus track

Especificar el problema que recibe dos secuencias de secuencias de enteros que son interpretadas como matrices, y que devuelve otra secuencia de secuencias conteniendo el resultado de la multiplicación entre los parámetros.

Bonus track

Especificar el problema que recibe dos secuencias de secuencias de enteros que son interpretadas como matrices, y que devuelve otra secuencia de secuencias conteniendo el resultado de la multiplicación entre los parámetros.

`problema` `multiplicarMatrices` (m1, m2: $seq\langle seq\langle \mathbb{Z}\rangle\rangle$) : $seq\langle seq\langle \mathbb{Z}\rangle\rangle$

{

`requiere:` {esMatriz(m1)}

`requiere:` {esMatriz(m2)}

`requiere:` {la cantidad de columnas de $m1$ es igual a la cantidad de filas de $m2$}

asegura: {Si la dimensión de $m1$ es $a \times b$ y la de $m2$ es $b \times c$, la dimensión de res será $a \times c$}

asegura: {para toda posición válida (i, j) dentro la matriz res, $res[i][j] = \sum_{k=0}^{b-1} m1[i][k] * m2[k][j]$ (siendo b la cantidad de columnas de $m1$)}

}

`pred` `esMatriz` (m: $seq\langle seq\langle \mathbb{Z}\rangle\rangle$) {

$|m| > 0$, y todos los elementos de m tienen la misma longitud

}