

Flujo Máximo

Julián Braier

FCEN - UBA

1c 2024

Flujo

► Input:

- Red modelada con un grafo dirigido $G = (V, E)$.
- Dos nodos distinguidos $s, t \in V$, fuente y sumidero.
- Función de capacidad $c : E \rightarrow \mathbb{N}_0$

► Problema:

- Encontrar un flujo válido de valor máximo.
- Un flujo es una función $f : E \rightarrow \mathbb{N}_0$:
- Es válido si:
 - $0 \leq f(e) \leq c(e)$ para todo eje e (restricciones de capacidades) y
 - $\sum_u f(u, v) = \sum_u f(v, u)$ para todo $v \neq s, t$ (conservación de flujo).
- Su valor es:
$$\sum_v f(s, v) = \sum_v f(v, t).$$

Corte

- ▶ Un corte es un subconjunto $S \subseteq V$ de los nodos tal que $s \in S, t \notin S$.
- ▶ El valor de un corte S es $\sum \{c(u, v) : u \in S, v \notin S\}$.
- ▶ El valor de cualquier corte es mayor o igual al valor de cualquier flujo.

Algoritmo Ford-Fulkerson

- ▶ Empezar con un flujo nulo.
- ▶ Mientras haya camino de aumento p :
 - ▶ Aumentar flujo por p .

Invariante: tengo un flujo **válido**.

Si no hay camino de aumento, tenemos un corte y un flujo de igual valor. O sea, un flujo de valor máximo (y un corte de valor mínimo).

Algoritmo Edmonds-Karp

- ▶ Ford-Fulkerson no especifica cómo buscar los caminos de aumento.
- ▶ Si usamos BFS: tenemos Edmonds-Karp.
- ▶ O sea, Edmonds-Karp es un caso particular de Ford-Fulkerson, tiene complejidad $O(mF)$.
- ▶ También se puede probar que tiene complejidad $O(nm^2)$.
- ▶ En resumen: Edmonds-Karp tiene complejidad $O(\min\{mF, nm^2\})$.

¿Implementamos Edmonds-Karp?

CSES: Police Chase

<https://cses.fi/problemset/task/1695>

Espacio Publicitario: Programación Competitiva

Competencias ICPC

1. Torneo Argentino de Programación (septiembre-octubre)
2. Regional Latinoamericano (octubre-noviembre)
3. Copa Programadores de América (la última fue en Guadalajara, la próxima, en Bahía).
4. Final Mundial







Espacio Publicitario: Programación Competitiva

Tomen links:

- ▶ <https://icpc.global/> (página oficial de la ICPC)
- ▶ <https://codeforces.com/> (página de competencias online)
- ▶ <https://cses.fi/book/book.pdf> (gran libro)
- ▶ <https://cses.fi/> (problemset por Antti, el autor del libro)

Fin del Espacio Publicitario