

## Análisis 2 / Análisis Matemático 2 / Matemática 3 - Segundo Parcial

Segundo cuatrimestre 2020 (9/12/2020)

Nombre y Apellido	1	2	3	4	Nota

**Justifique todas sus respuestas y explique sus razonamientos. Escriba prolijo.** Duración: 4 horas.

**Ejercicio 1.** Resuelva el siguiente problema de valores iniciales

$$\begin{cases} (y^3 - x^2y + x) dx + (-x^3 + xy^2 - y) dy = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Sugerencia: la ecuación admite un factor integrante de la forma  $\mu(x, y) = f(x^2 - y^2)$  para alguna función derivable  $f$ .

**Ejercicio 2.** Encuentre la solución al siguiente sistema.

$$X' = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} t \\ 2 \end{pmatrix}$$

cuya condición inicial es

$$X(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.** La ecuación diferencial

$$2ty'' + (4t + 1)y' + (2t + 1)y = 0,$$

tiene una solución de la forma  $y = e^{-t}$ . Halle todas las soluciones de la ecuación tales que

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = 0.$$

**Ejercicio 4.** Considere el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x' = (a - 1)\sin(x) + 2y \\ y' = -x + (a + 1)\sin(y) \end{cases}$$

- Halle **infinitos** valores de  $a \in \mathbb{R}$  tal que el sistema admita una solución no trivial que converge al punto  $(0, 0)$  cuando  $t$  tiende a  $+\infty$ .
- Para los valores hallados en el ítem anterior, esboce un diagrama de fases de las trayectorias del sistema en un entorno del origen.