1	2	3	4	Calificación

APELLIDO Y NOMBRE:
LIBRETA:

Cálculo Avanzado - 1° Cuatrimestre 2020
Recuperatorio del 2º Parcial (14/08/2020)

---

1. Sea X un espacio métrico completo tal que existe $f : \mathbb{R} \to X$ continua y suryectiva. Probar que en X hay algún compacto con interior no vacío.

2. Sea (X, d) un espacio métrico compacto y localmente conexo.

   a) Probar que X tiene finitas componentes conexas.

   b) Dar un ejemplo de un conjunto $K \subset \mathbb{R}$ compacto con infinitas componentes conexas.

3. Sean E y F espacios normados, con $\dim(E) < \infty$. Sean $T, T_n \in L(E, F)$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Probar que son equivalentes:

   a) $T_n(x) \xrightarrow[n\to\infty]{} T(x)$ $\forall x \in E$.

   b) Si $B = \{e_1, ..., e_k\}$ es una base de E, $T_n(e_i) \xrightarrow[n\to\infty]{} T(e_i)$ $\forall i$.

   c) T_n tiende uniformemente a T sobre todo subconjunto acotado.

   d) $T_n \xrightarrow[n\to\infty]{} T$ en $(L(E, F), ||.||_\infty)$.

4. Sean X e Y espacios métricos, con Y completo, y sea $D \subseteq X$ denso. Sean $f_n : X \to Y$ funciones tales que $\mathcal{F} = \{f_n : n \geq 1\}$ es equicontinuo y tales que $(f_n(x))_{n\geq 1}$ converge para todo $x \in D$. Probar que $(f_n(x))_{n\geq 1}$ converge para todo $x \in X$.

Puede usar cómo ciertos los resultados de las guías prácticas y vistos en la teórica.