

1	2	3	4	Calificación

APELLIDO Y NOMBRE:

LIBRETA:

Cálculo Avanzado - 1° Cuatrimestre 2020
Recuperatorio del 1° Parcial (11/08/2020)

1. Sea X un espacio métrico separable de cardinal c . Calcular el cardinal del conjunto

$$\mathcal{A} = \{A \subset X : \#(A) = \aleph_0 \text{ y } \overline{A} = X\}.$$

2. Consideremos $\ell_\infty := \{(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathbb{R} \text{ acotadas}\}$ con la distancia $d_\infty(x, y) = \sup_{n \in \mathbb{N}} |x_n - y_n|$. Probar que el conjunto

$$A := \{(x_n)_{n \in \mathbb{N}} : x_n \text{ no converge}\}$$

es abierto y denso en ℓ_∞ .

3. Sea $X \subset \mathbb{R}$ y $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ una función monótona tal que su imagen es un intervalo I .

a) Probar que f es continua.

b) Probar que si I es acotado entonces f es uniformemente continua.

4. Sea (X, d) un espacio métrico separable y \mathcal{B} una base de abiertos de X . Probar que existe una base de abiertos $\mathcal{B}' \subset \mathcal{B}$ con $\#(\mathcal{B}') \leq \aleph_0$.

Puede usar cómo ciertos los resultados de las guías prácticas y vistos en la teórica.