

# MCMC - Metrópolis

Objetivo:

Generar samples de un posterior, aunque no esté normalizado



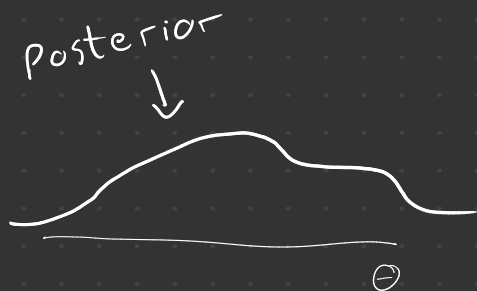
$$P(A) \cdot T(A \rightarrow B) = P(B) \cdot T(B \rightarrow A)$$

$$T(A \rightarrow B) = \frac{P(B)}{P(A)} \cdot T(B \rightarrow A)$$

$$g(A \rightarrow B) \cdot A_c(A \rightarrow B) = \frac{P(B)}{P(A)} \cdot g(B \rightarrow A) \cdot A_c(B \rightarrow A)$$

Si  $P(B) < P(A) \Rightarrow A_c(B \rightarrow A) = 1$

$$A_c(A \rightarrow B) = \frac{P(B)}{P(A)} \cdot A_c(B \rightarrow A)$$



$$A_c(A \rightarrow B) = \frac{\frac{f(B)}{c}}{\frac{f(A)}{c}} = \frac{f(B)}{f(A)}$$

$$\text{Posterior} = \frac{\text{likelihood}(\theta, \underline{x}) \cdot \text{Prior}(\theta)}{C}$$

$$\text{Posterior} \propto \text{likelihood}(\theta, \underline{x}) \cdot \text{Prior}(\theta)$$

Como tengo un modelo, es analítico

Yo defino yo.

$$\prod y(x_i)$$

Entonces lo conozco

$$\text{Posterior} = f \cdot \hat{c}$$

$\uparrow$  conocida       $\nwarrow$  desconocido  
 $\downarrow$   
 deducción de  
 hacer una integral no-realizable

### Pasitos:

- 1) escribo el modelo generador de datos (modelo lineal)
- 2) pongo priors "razonables" para los parámetros
- 3) puedo computar el posterior

```
def likelihood(θ, X):
    return (Skat)
```

```
def Posterior-c(θ, X):
    return (Skat)
```

### Nuestro ejemplo

$y_i$ : altura del hijo  $i$

$\tilde{x}_i$ : altura madre  $i$

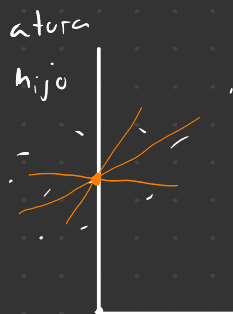
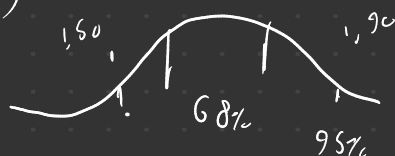
$x_i$ : altura madre  $i - 160$  cm

likelihood

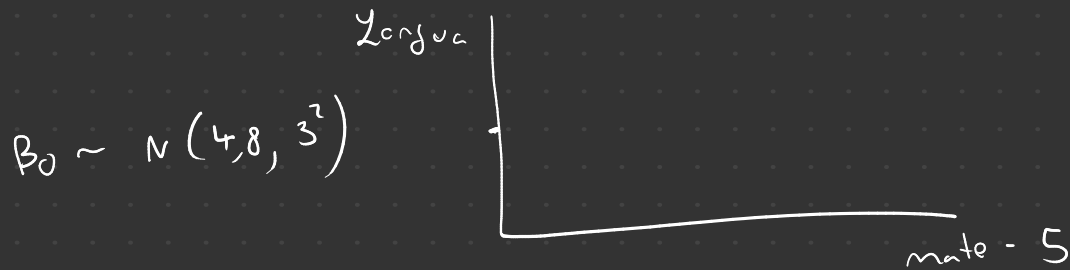
$$y_i \sim N(u(x_i), \sigma^2)$$

$$u(x_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i$$

$$N(170, 10^2)$$



altura madre - 160

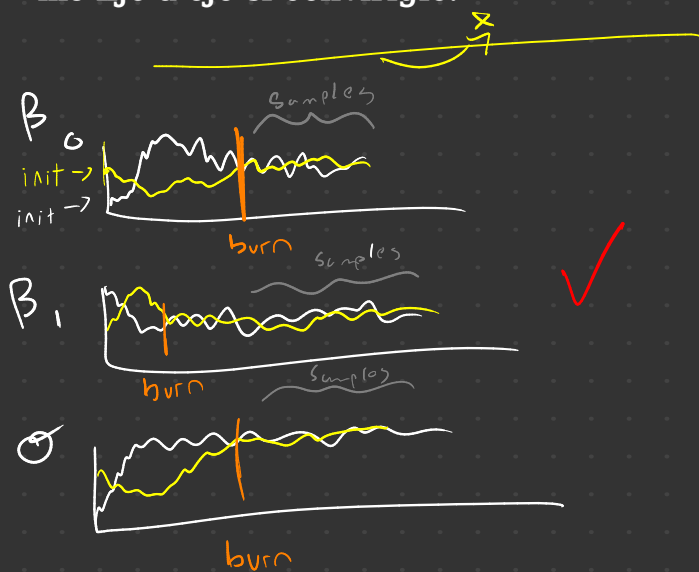


$$\text{Likelihood} = \pi$$

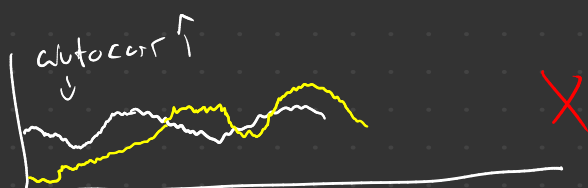
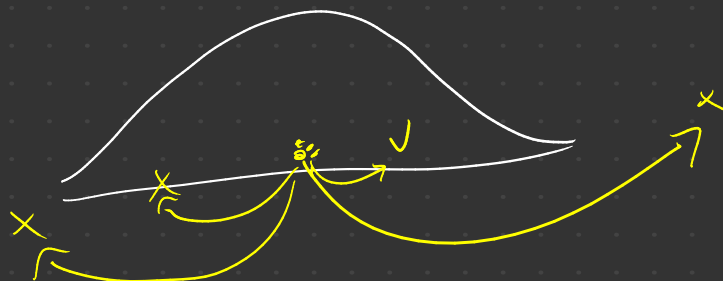
## Estructura MCMC

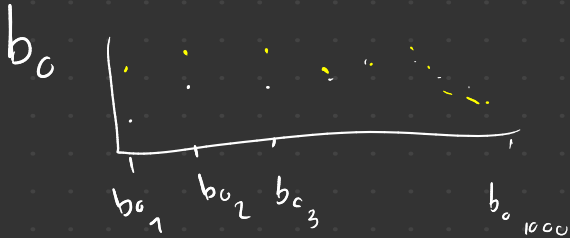
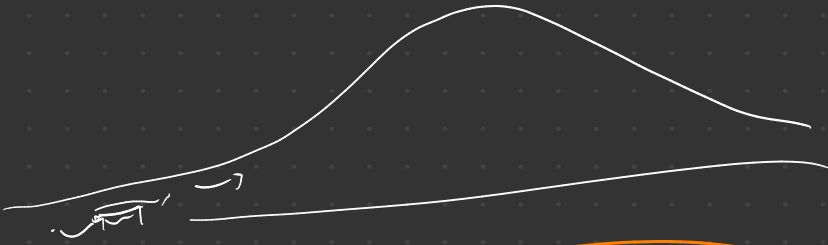
- 1) propongo nuevo tita, desde el que estoy parado
- 2) decido si aceptar o no
- 3) si acepto, guardo el nuevo tita en el historial y sigo desde ahí
- 4) si no acepto, \*guardo el viejo tita\* en el historial y sigo desde ahí

Después, ploteo la(s) cadenas. Elijo un burn apropiado (borro los primeros).  
me fijo a ojo si convirgió.



$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \frac{1}{2}$$





$$\text{Sample}_1 = [b_0, b_1, \sigma]$$

$$\text{Sample}_2 = [b_0, b_1, \sigma]$$

$$\text{Sample}_3 = [b_0, b_1, \sigma]$$

$$\text{Sample}_1 = [b_0, b_1, \sigma]$$

$$\text{Sample}_2 = [b_0, b_1, \sigma]$$

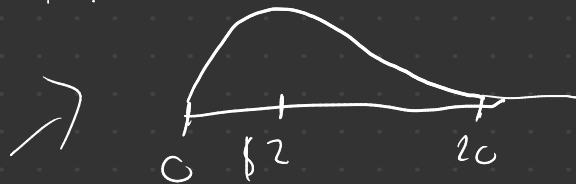
$$\text{Sample}_3 = [b_0, b_1, \sigma]$$



ejemplo propinas

\$20

T:P? ~  $\text{gamma}$



betz  $\times 20$

