

# Modelos GARCH: Teoría y Aplicaciones

Facundo Solar, Ignacio Rodriguez, Martin Acuña

29 de noviembre de 2024

## ¿Qué significa GARCH?

- Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity
- **Generalizada:** Extiende el modelo ARCH
- **Autorregresiva:** La volatilidad depende de valores pasados
- **Heterocedasticidad Condicional:** Varianza no constante

## ¿Por qué nos importa la volatilidad?

- Los mercados financieros no son constantes
- Períodos de calma vs períodos turbulentos
- Crucial para gestión de riesgos y trading

## Por qué Bayes?

- Combina experiencia previa con datos nuevos
- Mejor manejo de incertidumbre
- Más robusto en mercados turbulentos

## Activos Analizados:

- Tesla (TSLA)
  - Representante de alta volatilidad
  - Sector: Automotriz/Tecnología
- Johnson & Johnson (JNJ)
  - Representante de baja volatilidad
  - Sector: Salud/Consumo

## Características de la Muestra:

- Período: 2010-2024
- Frecuencia: Diaria
- Retornos logarítmicos (para tener % de variación)

# GARCH: ¿Cómo Funciona?

## El Modelo Base:

$$y_t = \epsilon_t \sqrt{h_t \frac{\nu - 2}{\nu}}$$

$$\epsilon_t \sim t_\nu$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}$$

## Interpretación:

- $y_t$ : Retorno en tiempo  $t$
- $h_t$ : Varianza condicional
- $\alpha_0$ : Nivel base de volatilidad
- $\alpha_1$ : Impacto de noticias recientes
- $\beta$ : Persistencia de la volatilidad

Parámetros GARCH:  $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1)$  y  $\beta$

$$p(\alpha) \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, 1000 \cdot I_2) I_{[\alpha_0, \alpha_1 > 0]}$$

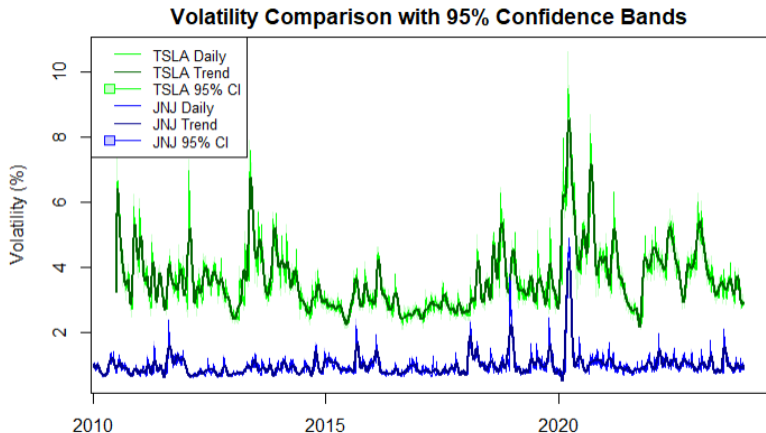
$$p(\beta) \sim \mathcal{N}(0, 1000) I_{[\beta > 0]}$$

$$p(\nu) \sim \text{Exp}(0,01, 2) I_{[\nu > 2]}$$

## Características Clave:

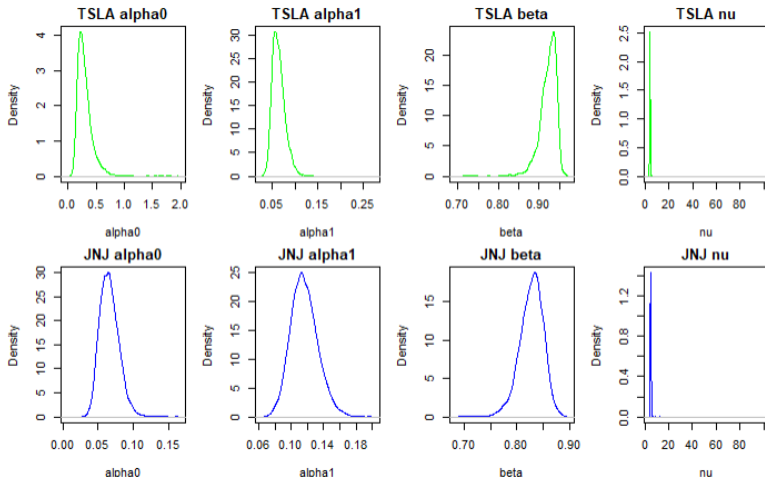
- Corto la parte negativa de la normal y reescalo
- $\nu > 2$  garantiza varianza finita

# Volatilidad de los activos



# Distribuciones Posteriores

## Análisis Bayesiano de Parámetros:





## Definición Formal:

$$P(r_t \leq VaR_\alpha) = 1 - \alpha$$

## Interpretación:

- Pérdida máxima esperada con nivel de confianza  $(1 - \alpha)$
- Medida estándar de riesgo en finanzas
- Requerido por reguladores

## VaR Condicional:

$$VaR_t(\alpha) = \mu_t + \sigma_t \Phi^{-1}(\alpha)$$

donde:

- $\mu_t$  es la media condicional
- $\sigma_t$  es la volatilidad GARCH
- $\Phi^{-1}(\alpha)$  es el cuantil de la distribución

## Ventajas del VaR-GARCH:

- Actualización dinámica
- Mejor captura de colas pesadas

# Value at Risk (VaR) - TSLA vs JNJ

