Estimación Bayesiana

Introducción a la Estadística Bayesiana Variacional y VAE

Saire & Yudcovsky

Noviembre 2024

Introducción

- Marco teórico sobre estadística bayesiana variacional.
- Inferencia variacional y sus aplicaciones.
- Introducción a los Variational Autoencoders (VAE).

Definición

- Dado un conjunto de datos D, se desea encontrar el posterior:

$$P(z|D) = \frac{P(D|z)P(z)}{P(D)}$$

- Calcular $P(D)$ es intratable en alta dimensión.

Solución: ELBO

- Utilizamos la métrica KL:

$$\mathrm{KL}(q(z) \parallel P(z|D)) = \mathbb{E}_{q(z)}\left[\log \frac{q(z)}{P(z|D)}\right]$$

- Se reformula como maximización del ELBO:

$$\mathrm{ELBO} = \mathbb{E}_{q(z)}[\log P(z, D)] - \mathbb{E}_{q(z)}[\log q(z)]$$

Arquitectura

- **Encoder**: Reduce la dimensionalidad y parametriza la distribución latente (μ, σ).
- **Espacio Latente**: Se modela como una distribución normal multivariada.
- **Decoder**: Reconstruye los datos a partir del espacio latente.

Función de Pérdida

- Error de reconstrucción + Divergencia KL:

$$L_{\theta,\phi}(x) = \mathbb{E}_{q_\phi(z|x)}[\log P_\theta(x|z)] - \mathrm{KL}(q_\phi(z|x) \parallel P(z))$$

Aplicaciones Prácticas

- **Desentangling VAE:** Mejora la independencia del espacio latente.
- Análisis de imágenes (e.g., MNIST).

Comparación con MCMC

- **VAE:** Más eficiente computacionalmente, ideal para grandes datasets.
- **MCMC:** Mayor precisión teórica, pero menos escalable.