Modelo Disney:

Disney decidió abrir un parque de diversiones en Buenos Aires y debe decidir las atracciones que poseerá el recinto dentro de las A disponibles.

Por exigencias de la plana mayor de la compañía se sabe que al menos M (M<A) atracciones deben ser instaladas, los ejecutivos también han señalado que por razones técnicas no se puede instalar la atracción 5 sin instalar la 6 y viceversa, o sea, o están ambas o no está ninguna. También han mencionado que dadas las similitudes entre la atracción 3 y la 4 sólo una de las dos puede estar en el parque (no es obligación que alguna esté). Además señalaron que las atracciones 1 y 2 son muy emblemáticas por lo que deben estar presentes en el complejo.

Por su parte es sabido que es política de la empresa que una atracción no puede estar en más de 3 parques Disney a lo largo del mundo. Luego el dato conocido $Esta_{ap}$ vale 1 si la atracción a está presente en el parque p, y 0 en caso contrario (para: a=1,…,A y p=1,…,P).

A su vez cada una de las posibles atracciones ha sido evaluada con una nota conocida de antemano (n_a). Para que un parque sea rentable se sabe que la nota promedio de las atracciones que éste posee debe ser mayor o igual a NOTAMIN, es evidente que Disney desea que su nuevo parque sea rentable.

La empresa también debe comprar los terrenos en los que se construirá el parque. Los sitios disponibles son 4 y cada uno tiene un tamaño de T_i m^2, con i=1,2,3,4. Además se sabe que cada atracción requiere de U_a m^2 de espacio, luego es posible que Disney tenga que comprar más de un terreno. Pero no todos los terrenos son adyacentes y no puede ocurrir que las atracciones queden incomunicadas, es decir, que no sea posible ir de un lugar del parque a otro. La situación de los terrenos es la siguiente: el 1 limita con el 2, este a su vez también con el 3 y este último lo hace además con el 4 (ver figura).

1	2	3	4

Formule un modelo de programación lineal entera que permita definir qué atracciones instalar y qué terrenos comprar, bajo el objetivo el minimizar los costos de construcción del parque. Suponga para esto que construir una atracción a cuesta $\$S_a$ y el terreno i vale $\$L_i$.

Variables de Decisión

$X_a =$ 1 si se instala la atracción a
0 en caso contrario
$Y_i =$ 1 si se compra el terreno i
0 en caso contrario

Restricciones:
1 Naturaleza de las variables

$$X_a \in \{0,1\} \qquad \forall a$$

$$Y_i \in \{0,1\} \qquad \forall i$$

2 Por lo menos M atracciones

$$\sum_a x_a \geq M$$

3 Atracción 5-6 (ambos o ninguno)

$$x_5 = x_6$$

4 Atracción 3-4 (máximo uno de esos)

$$x_3 + x_4 \leq 1$$

5 Atracción 1-2 (ambas deben estar)

$$x_1 + x_2 = 2$$

6 Máximo en 3 parques

$$x_a \leq \frac{3}{1 + \sum_p Esta_{ap}}$$

7 Rentabilidad

$$\sum_a x_a \cdot n_a \geq NOTAMIN \cdot \sum_a x_a$$

8 Terreno suficiente

$$\sum_a x_a \cdot U_a \leq \sum_i y_i T_i$$

9 Adyacencia de los terrenos

$$y_1 + y_3 \leq y_2 + 1$$

$$y_1 + y_4 \leq \frac{y_2 + y_3}{2} + 1$$

$$y_2 + y_4 \leq y_3 + 1$$

Función Objetivo: MIN

$$\sum_a x_a S_a \quad + \quad \sum_i y_i L_i$$