

## INVESTIGACIÓN OPERATIVA

Segundo Cuatrimestre 2025

### Práctica 2: Simplex

**Ejercicio 1.** Resolver gráficamente los siguientes problemas de programación lineal:

a)

$$\begin{array}{ll} \max & z = 7x_1 + 8x_2 \\ \text{s.a:} & 4x_1 + x_2 \leq 100 \\ & x_1 + x_2 \leq 80 \\ & x_1 \leq 40 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{ll} \min & z = 3x_1 + 9x_2 \\ \text{s.a:} & -5x_1 + 2x_2 \leq 30 \\ & -3x_1 + x_2 \leq 12 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

**Ejercicio 2.** Resuelva los siguientes problemas aplicando Simplex:

a)

$$\begin{array}{ll} \min & z = 3x_1 - x_2 - 3x_3 \\ \text{s.a:} & x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 \leq 2 \\ & 2x_1 + x_2 - 4x_3 \leq 1 \\ & -4x_2 + 2x_3 \leq 10 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{ll} \max & 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 \\ \text{s.a:} & x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 4 \\ & -2x_1 + 3x_3 \geq -5 \\ & 2x_1 + x_2 - 3x_3 \leq 7 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_3 \leq 0 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{ll} \min & z = x_1 - 2x_3 \\ \text{s.a:} & 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ & -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 7 \\ & x_3 \geq -3 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{ll} \max & 5x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 8x_4 \\ \text{s.a:} & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 5 \\ & x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 3 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array}$$

**Ejercicio 3.** Resolver los modelos del ejercicio anterior utilizando SCIP.

**Ejercicio 4.** ¿Puede una variable que acaba de dejar la base volver a entrar en el siguiente paso del algoritmo Simplex?

**Ejercicio 5.** Supongamos que se ha resuelto un problema de programación lineal y se desea incorporar al planteo una nueva variable no negativa con sus correspondientes datos. ¿Cómo se puede proceder sin rehacer todos los cálculos?

**Ejercicio 6.** Resuelva los siguientes problemas de Programación Lineal utilizando el método simplex.

a)

$$\begin{array}{ll}
\min & z = -5x_1 - 7x_2 - 12x_3 + x_4 \\
s.a : & 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 38 \\
& 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 \leq 55 \\
& x \geq 0
\end{array}$$

c)

$$\begin{array}{ll}
\min & z = 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 \\
s.a : & 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 \leq 22 \\
& x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 30 \\
& x \geq 0
\end{array}$$

b)

$$\begin{array}{ll}
\max & z = 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 \\
s.a : & 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 20 \\
& 3x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 \leq 30 \\
& x \geq 0
\end{array}$$

d)

$$\begin{array}{ll}
\min & z = -6x_1 - 14x_2 - 13x_3 \\
s.a : & x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 48 \\
& x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 60 \\
& x \geq 0
\end{array}$$

**Ejercicio 7.** Considere el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{array}{ll}
\min & z = -\frac{3}{4}x_1 + 150x_2 - \frac{1}{50}x_3 + 6x_4 \\
s.a : & \frac{1}{4}x_1 - 60x_2 - \frac{1}{25}x_3 + 9x_4 + x_5 = 0 \\
& \frac{1}{2}x_1 - 90x_2 - \frac{1}{50}x_3 + 3x_4 + x_6 = 0 \\
& x_3 + x_7 = 1 \\
& x \geq 0
\end{array}$$

- a) Verifique que si se usa como criterio elegir la variable con menor índice para entrar a la base cuando hay empate, entonces el algoritmo no termina.
- b) Verifique que  $(\frac{1}{25}, 0, 1, 0, \frac{3}{100}, 0, 0)$  es una solución óptima y que su valor en la función objetivo es  $z_0 = -\frac{1}{20}$ .

**Ejercicio 8.** Halle todos los valores del parámetro  $\alpha$  tales que las regiones definidas por las siguientes restricciones presenten vértices degenerados:

a)

$$\begin{array}{ll}
x_1 + x_2 & \leq 8 \\
6x_1 + x_2 & \leq 12 \\
2x_1 + x_2 & \leq \alpha \\
x & \geq 0
\end{array}$$

b)

$$\begin{array}{ll}
\alpha x_1 + x_2 & \geq 1 \\
2x_1 + x_2 & \leq 6 \\
-x_1 + x_2 & \leq 5 \\
x_1 + 2x_2 & \geq 6 \\
x & \geq 0
\end{array}$$

**Ejercicio 9.** Aplique el test de optimalidad para encontrar todos los valores del parámetro  $\alpha$  tales que  $x^* = (0, 1, 1, 3, 0, 0)^t$  sea una solución óptima del siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{array}{ll}
\min & z = -x_1 - \alpha^2 x_2 + 2x_3 - 2\alpha x_4 - 5x_5 + 10x_6 \\
s.a : & -2x_1 - x_2 + x_4 + 2x_6 = 2 \\
& 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\
& -2x_1 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 2 \\
& x \geq 0
\end{array}$$

**Ejercicio 10.** El siguiente diccionario corresponde a alguna iteración del método simplex para un problema de minimización:

$$\begin{array}{rclclcl} x_3 & = & c & + & 2x_2 & - & dx_4 & - & 2x_6 \\ x_1 & = & e & - & fx_2 & + & 2x_4 & - & x_6 \\ x_5 & = & 1 & - & & + & gx_4 & - & 43x_6 \\ \hline z & = & -1 & + & ax_2 & + & bx_4 & + & 3x_6 \end{array}$$

Hallar condiciones sobre  $a, b, \dots, g$  para que se cumpla:

- a) la base actual es óptima.
- b) la base actual es la única base óptima.
- c) la base actual es óptima pero no única.
- d) el problema no está acotado.
- e) que  $x_4$  entre en la base y el cambio en la función objetivo sea cero.

**Ejercicio 11.** Usar el método simplex (de dos fases o Método M) para resolver los siguientes problemas de programación lineal:

a)

$$\begin{array}{ll} \min & z = x_2 - 3x_3 + 2x_5 \\ \text{s.a:} & x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_5 = 2 \\ & -2x_2 + 4x_3 + x_4 = 12 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{ll} \min & z = x_1 + 4x_2 + x_3 \\ \text{s.a:} & 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 4 \\ & x_1 - x_3 = 1 \\ & x_2, x_3 \geq 0 \\ & x_1 \text{ libre} \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{ll} \min & z = x_1 - 2x_2 - 8x_5 \\ \text{s.a:} & -2x_1 + x_2 + x_3 - x_5 \geq 4 \\ & -x_1 + 2x_2 + x_6 \geq 7 \\ & x_3 + \frac{1}{3}x_6 \leq 11 \\ & 6x_2 + x_4 \leq 3 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{ll} \min & z = 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \text{s.a:} & 5x_1 - 3x_2 + 6x_3 \leq 30 \\ & x_1 + x_2 + x_3 \geq 14 \\ & 3x_1 - 4x_3 \geq -15 \\ & x_1 - 2x_3 = 0 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{ll} \min & z = -4x_1 - 2x_2 - 8x_3 \\ \text{s.a:} & 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 30 \\ & x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 40 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

f)

$$\begin{array}{ll} \min & z = 2x_1 - 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 3x_5 \\ \text{s.a:} & -2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ & x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 4 \\ & -x_1 + x_2 - x_5 = 4 \\ & x \geq 0 \end{array}$$