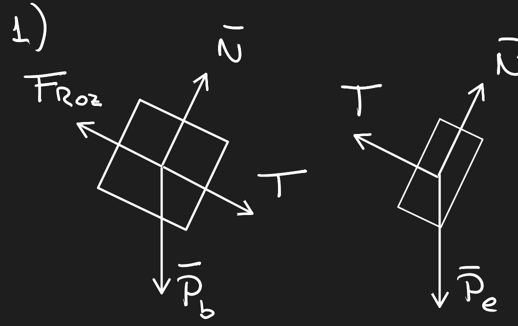
Primer Parcial Mecánica y Termodinámica (ByG)
Verano 2022 - Cátedra Balenzuela

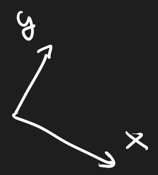
Problema 1: Un esquiador parado sobre una colina junta nieve en un balde que lleva en sus manos, y lo hace unido a un bloque de masa M que, a diferencia de sus esquis, presenta un rozamiento no despreciable con la nieve.

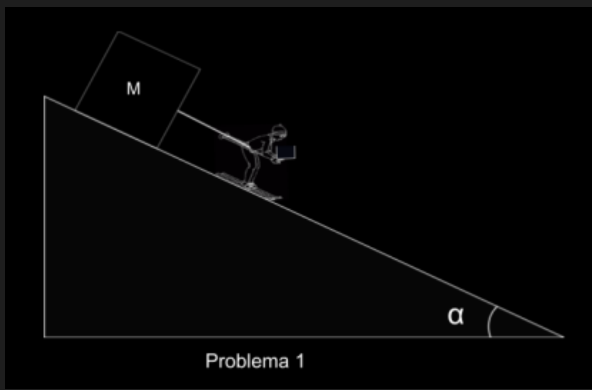
1. Realice los diagramas de cuerpo libre y escriba las ecuaciones de Newton para el bloque y el esquiador.
2. ¿Cuánta masa de nieve puede juntar en el balde antes de comenzar a descender?
3. Una vez que inicia el descenso, ¿con que aceleración cae?¿cuánto vale la tensión de la soga?
4. ¿Cuánta nieve debe quitar del balde, una vez en movimiento, para seguir a velocidad constante?

Datos: α=20°, masa del esquiador con el balde vacío = 60 kg, μ_e=0.6042, μ_d=0.5933, M=100 kg

1)







Problema 1

$$F_{Res} = m \cdot \ddot{x}$$

Bloque :

$$\hat{x}: \quad T - F_{Roz} + P_b^x = M \cdot \ddot{x} \qquad \text{con} \quad \sin\alpha = \frac{P_b^x}{P_b}$$

$$T - F_{Roz} + \sin\alpha \cdot P_b = M \cdot \ddot{x}$$

$\hat{y}$: No hay desplazamiento en y tomando el sistema de referencia de arriba

Esquiador

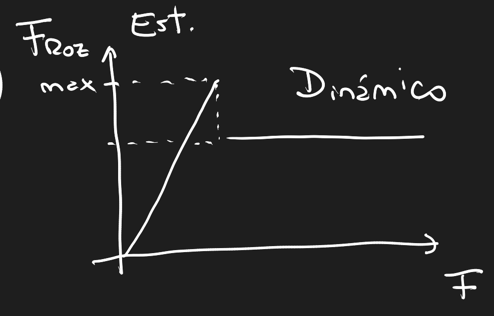
masa del balde

$$\hat{x}: \quad -T + P_e^x + P_a^x = (m_e + m_a) \cdot \ddot{x}$$

$$-T + \sin\alpha \, (P_e + P_a) = (m_e + m_a) \, \ddot{x}$$

$\hat{y}$: No hay desplazamiento en y tomando el sistema de referencia de arriba

2)



con $F = T + P_b^x$

Busco $F_{RozE}^{max} = \mu_e \cdot |\bar{N}|$

$= 0,6042 \cdot \cos 20° \cdot 100 \vec{kg}$

$F_{RozE}^{max} = 56,776 \vec{kg} = 567,76 \text{ N}$

Si el bloque no se mueve, en el límite de $F_{RozE} \longrightarrow F_{RozE}^{max}$:

$-F_{RozE}^{max} + T + P_b^x = 0$

$-20,665 \vec{kg} + \sin 20° \cdot 100 \vec{kg} = -T$

$T = 22,574 \vec{kg} = 225,74 \text{ N}$

Incluye el peso del esquiador en x más el peso del balde con nieve en x

$T = \sin 20° \cdot (m_e + m_a) \cdot g$

$$\frac{225,74 \text{ N}}{10 \frac{m}{s^2} \cdot \sin 20°} - 60 \text{ kg} = m_a$$

$$\boxed{m_a = 6 \text{ kg}}$$

3) Asumo que inicia el descenso porque tiene 6kg de nieve en el balde (no más)

Uso eq. de enter:

$$\begin{cases} -T + \sin\alpha \,(P_e + P_a) = (m_e + m_a)\,\ddot{x} \\ T - F_{Roz} + \sin\alpha \cdot P_b = M \cdot \ddot{x} \end{cases}$$

Las sumo:

$$\sin\alpha \,(P_e + P_a) - F_{Roz} + \sin\alpha \cdot P_b = (m_e + m_a + M) \cdot \ddot{x}$$

$$\ddot{x} = \frac{\sin\alpha \,(P_e + P_a + P_b) - \mu d \cdot P_b \cdot \cos\alpha}{m_e + m_a + M}$$

$$\boxed{\ddot{x} = 0{,}0617 \ \frac{m}{s^2}}$$

Tensión:

$$T - F_{Roz} + \sin\alpha \cdot P_b = M \cdot \ddot{x}$$

$$T = M \cdot \ddot{x} + F_{Roz} - \sin\alpha \cdot P_b$$

$$\boxed{T = 221{,}664 \ N}$$

4)

Teniendo:

$$\sin\alpha\left(P_e + P_a\right) - F_{Roz} + \sin\alpha \cdot P_b = \left(m_e + m_a + M\right) \cdot \ddot{x}$$

Si $\ddot{x} = 0$:

$$\sin\alpha\left(P_e + P_a\right) - F_{Roz} + \sin\alpha \cdot P_b = 0$$

$$\sin\alpha \cdot P_e + \sin\alpha \cdot P_a = F_{Roz} - \sin\alpha \cdot P_b$$

$$P_a = \frac{F_{Roz} - \sin\alpha \cdot P_b - \sin\alpha \cdot P_e}{\sin\alpha}$$

$$P_a = \frac{\mu d \cdot 100\,kg \cdot 10\,\frac{m}{s^2} \cdot \cos\alpha}{\sin\alpha} - P_b - P_e$$

$$P_a = 30{,}08\ N$$

El balde debería pesar

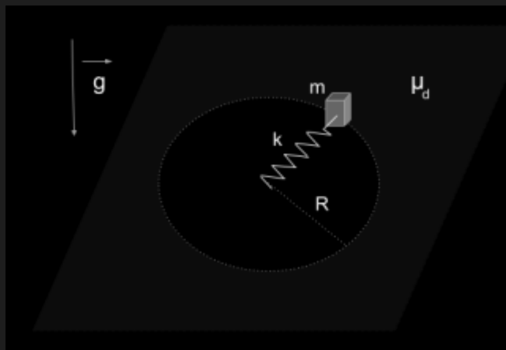
Si el balde tenía 6 kg de nieve, debería quitar:

$$\Rightarrow 6\,kg - 3{,}008\,kg = 2{,}992\,kg$$

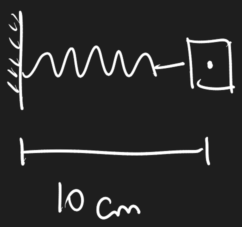
Rta: debo quitar 2,99 kg de nieve del balde.

Problema 2: Una cajita de 50g se encuentra unida a un resorte de masa despreciable y longitud natural l_0= 10cm, que tiene un extremo fijo a una mesa horizontal. Si se aparta la cajita de la posición de equilibrio y se la deja luego oscilar en una dirección, pasa por la posición de equilibrio una vez por segundo.

1. Calcule la frecuencia angular de la oscilación y la constante elástica del resorte.
2. Se encuentra luego el mismo sistema con la cajita describiendo un movimiento circular uniforme de radio R=4l_0, ¿cuál será su velocidad angular de giro?
3. Ahora suponga que se corta el resorte y que toda la mesa por fuera de ese círculo de radio R ofrece rozamiento. Describa cualitativa y esquemáticamente el movimiento de la cajita desde que se corta el resorte hasta detenerse, indicando los vectores velocidad y aceleración.
4. (*Opcional*) Calcule por cinemática la distancia recorrida hasta detenerse si μ_d=0.0197. Confirme el resultado con otras de las herramientas aprendidas.



Problema 2



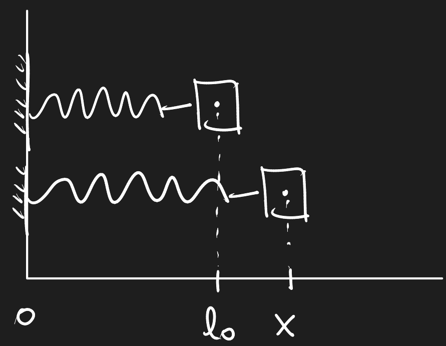
Período:

$$T = 2 \text{ seg}$$

Frec. ang:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \ s^{-1}$$

$$\boxed{\omega = \pi \ s^{-1}}$$



Sé que

$$\begin{cases} -k \cdot \Delta x = m \cdot \ddot{x} \\ \omega^2 = \dfrac{k}{m} \end{cases}$$

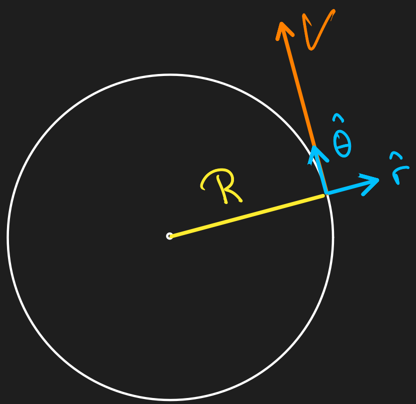
$$k = m \cdot \omega^2 = \frac{50}{1000} kg \cdot \pi^2 \cdot \frac{1}{s^2}$$

$$k = 0{,}05 \cdot \pi^2 \cdot \frac{kg}{s^2}$$

$$k = 0{,}05 \cdot \pi^2 \cdot \frac{N}{m}$$

$$\boxed{k = 0{,}49 \ \frac{N}{m}}$$

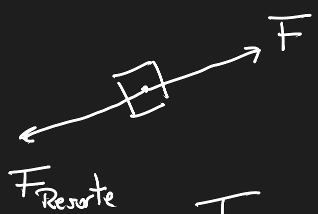
2)



Como es MCU, entonces SOLO hay aceleración radial/centrípeta (la aceleración angular es cero)

$$\bar{a} = -R \cdot \omega^2 \cdot \hat{r} + R \cdot \underbrace{\ddot{\theta}}_{=0} \cdot \hat{\theta}$$

$$\Rightarrow \bar{a} = -R \cdot \omega^2 \cdot \hat{r}$$



$$F_{res} = m \cdot a$$

$$-k \cdot (4l_0 - l_0) = m \cdot (-\underbrace{R}_{=4l_0} \cdot \omega^2)$$

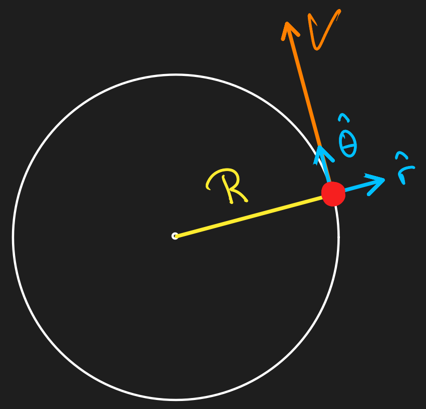
$$\frac{k \cdot 3l_0}{m \cdot 4l_0} = \omega^2$$

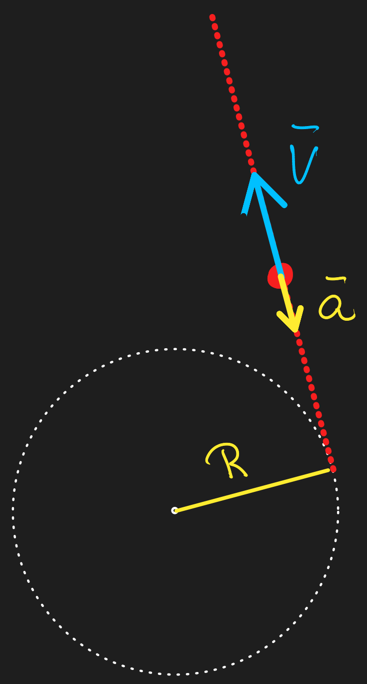
$$\omega^2 = 7{,}4 \ \frac{1}{s^2}$$

$$\boxed{\omega = 2{,}72 \ \frac{1}{s}}$$

3) Al momento de cortarse el resorte, la cajita sigue con un movimiento rectilineo en la dirección del versor theta^ (tangente a la trayectoria circurlar).

Como hay rozamiento en la mesa, el movimiento rectilinio es uniformemente variado, con aceleración negativa que depende del coeficiente de rozamiento dinámico de la superficie de la mesa (a mayor coeficiente, más rapido se frena: más negativa la aceleración).





4) $$F_{Roz} = \mu_d \cdot |\bar{N}|$$

$$= 0{,}0197 \cdot \frac{50}{1000}\,kg \cdot 10\,\frac{m}{s^2}$$

$$= 9{,}85 \cdot 10^{-3}\ N$$

$$-F_{Roz} = m \cdot a$$

Elijo coordenada x en la dirección de movimiento, con x = 0 en el punto de partida (cuando se corta el resorte)

$$-\frac{9{,}85 \cdot 10^{-3}\ N}{0{,}05\ kg} = a$$

$$a = -0{,}195\ \frac{m}{s^2}$$

$$x(t) = v_0 . t + \frac{1}{2} a . t^2$$

$$v(t) = v_0 + a . t$$

$$0 = v_0 + a . t$$

$$v_0 = -a . t$$

Como :

$$\omega = 2{,}72 \ \frac{1}{s}$$

V Lineal en $t=0$

$\downarrow$

$$\Rightarrow v_0 = \omega . R$$

4 lo

$\downarrow$

$$= 2{,}72 \cdot \frac{1}{s} \cdot 0{,}4 \ m$$

$$v_0 = 1{,}088 \ \frac{m}{s}$$

$$v_0 = -a . t$$

$$\Rightarrow 1{,}088 \ \frac{m}{s} = 0{,}195 \ \frac{m}{s^2} . t$$

$$t = 5{,}58 \ s$$

$$\Rightarrow x(t) = v_0 . t + \frac{1}{2} a . t^2$$

$$\boxed{x(t) = 3{,}04 \ m}$$

Usando conservación de Energía:

$$E_M^B - E_M^A = W_{F_{Roz}}$$

No hay potencial

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\cdot(\underbrace{V_B^2}_{=0} - V_A^2) = -\mu_d \cdot \cancel{m} \cdot g \cdot d$$

$$\frac{V_A^2}{2\mu_d \cdot g} = d$$

De antes

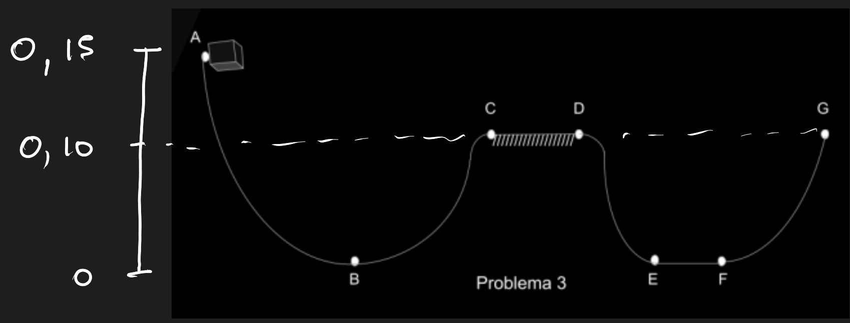
$$V_A = v_0 = 1{,}088 \ \frac{m}{s}$$

$$\boxed{d = 3 \ m}$$

El cual es muy similar al valor anteriormente calculado

Problema 3: Un cubito de 50g se deja caer desde el punto A de la pista de la figura. Sólo hay rozamiento no despreciable en la superficie horizontal entre C y D que mide 6 cm. B, E y F están 10 cm mas bajos que C, D y G, mientras que A se encuentra 5 cm mas alto que C.

1. ¿Qué velocidad alcanza el cubito en los puntos B y C?
2. Calcule el trabajo de la fuerza de rozamiento sabiendo que el cubito llega a G con velocidad nula. ¿Cuanto vale μ_d entre C y D?
3. Si se colocara un resorte de constante elástica 1 N/cm en el punto F. ¿Cuánto sería su compresión máxima debido al choque del cubito?
4. (*Opcional*) Grafique cualitativamente la energía potencial y cinética a partir del punto C cuando no está el resorte.



1) $E_M^A = E_M^B = E_M^C$ Pues no existen fuerzas no conservativas involucradas

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cancel{m} \cdot V_B^2$$

$$V_B^2 = 3 \frac{m^2}{s^2} \Rightarrow \boxed{V_B = \sqrt{3} \frac{m}{s}}$$

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h_A = \cancel{m} \cdot g \cdot h_C + \frac{1}{2} \cancel{m} \cdot V_C^2$$

$$2 \cdot g (h_A - h_C) = V_C^2$$

$$V_C^2 = 1 \frac{m^2}{s^2}$$

$$\boxed{V_C = 1 \frac{m}{s}}$$

2) $\underbrace{E_M^G}_{E_C^G=0} - \underbrace{E_M^A}_{E_C^A=0} = W_{F_{Roz}}$

$$m \cdot g \cdot h_G - m \cdot g \cdot h_A = W_{F_{Roz}}$$

$$\boxed{W_{F_{Roz}} = -0{,}025 \ N \cdot m}$$

$N \cdot m = J$

Además

$$W_{F_{Roz}} = -\mu \cdot |\bar{N}| \cdot d$$

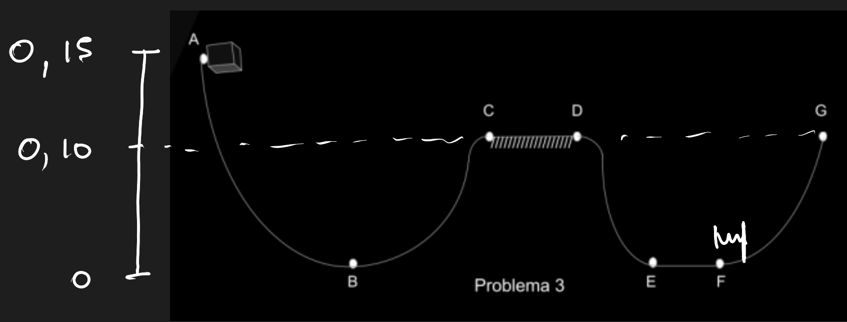
$$\mu = \frac{-W_{F_{Roz}}}{m \cdot g \cdot 0{,}06 \ m}$$

$$\mu = \frac{5}{6}$$

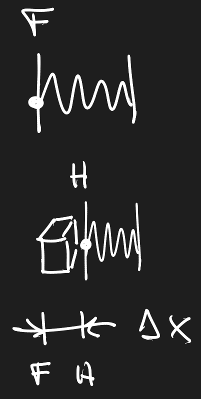
$$\boxed{\mu = 0{,}833}$$

3) $K = 1 \ \frac{N}{cm} = \frac{1 \ N}{0{,}01 \ m}$

$$K = 100 \ \frac{N}{m}$$



$$E_P^H = \frac{1}{2} k \cdot (\Delta x)^2$$



$$E_C^H = 0$$

$$E_M^H = E_P^H$$

$$E_M^A - E_M^H = W_{F_{ROZ}}$$

$$m \cdot g \cdot h_A - \frac{1}{2} k \cdot (\Delta x)^2 = -0{,}025 \text{ N.m}$$

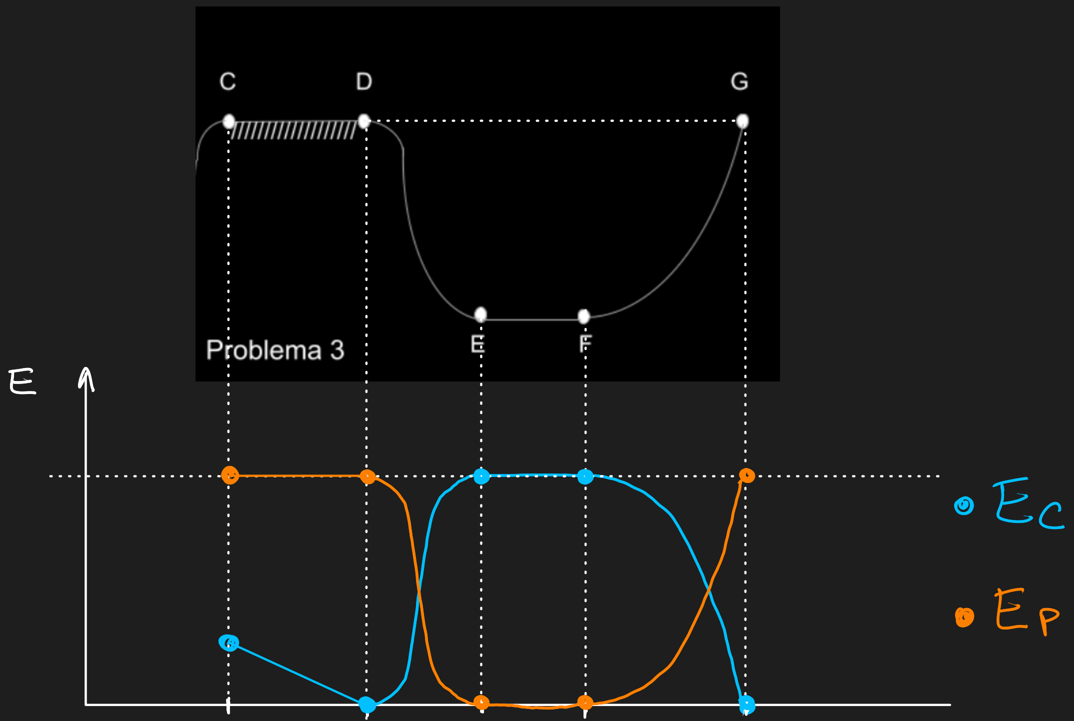
$$-0{,}075 \text{ J} + \frac{1}{2} k \cdot (\Delta x)^2 = 0{,}025 \text{ J}$$

$$\frac{1}{2} 100 \frac{N}{m} (\Delta x)^2 = 0{,}1 \text{ N.m}$$

$$(\Delta x)^2 = \frac{0{,}2}{100} \frac{\cancel{N} \cdot m}{\cancel{N}} \cdot m$$

$$\Delta x = 0{,}045 \text{ m}$$

$$\boxed{\Delta x = 2\sqrt{5} \text{ cm} = 4{,}47 \text{ cm}}$$



$$E_p^C = E_p^D$$

$E_c^D = 0$ pero $E_c^C \neq 0$ pues se desplaza horizontalmente hasta D.

Como

$$E_M^D - E_M^C = W_{F_{Roz}} = -F_{Roz} \cdot d_{CD}$$

$$\underbrace{E_c^D}_{=0} + E_p^D - \left(E_c^C - E_p^C\right) =$$

$$\underbrace{E_p^D + E_p^C}_{\text{Como son iguales}} - E_c^C =$$

$$\underbrace{2 \cdot m \cdot g \cdot h_c}_{\text{Constante entre C y D}} - E_c^C = -F_{Roz} \cdot d_{CD}$$

$\Rightarrow$ lo llamo b

$$E_c^c = -F_{ROZ} \cdot d_{CD} + b$$

si llamo $a := F_{ROZ}$

$$E_c^c = -a \cdot d_{CD} + b$$

Función lineal con coef. negativo