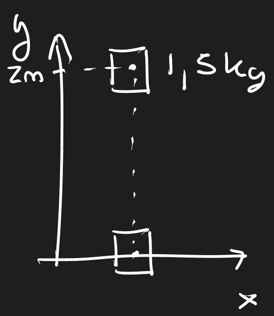
Mecánica y Termodinámica B
Profesor: Diego Wisniacki

1er Cuatrimestre 2024
JTP: Fernando Ezequiel Cornes

Práctica N° 5: conservación de la energía

1. Imagine que se levanta un libro de 1.5kg desde el suelo para dejarlo sobre un estante situado a 2m de altura. ¿Qué fuerza tiene que aplicarse para mover el libro a velocidad constante? ¿Qué trabajo se realiza sobre el libro?



$$F - m.g = m.\ddot{y}$$

Como MRU $\Rightarrow \ddot{y} = 0$

$$\Rightarrow F = m.g$$

$$\boxed{F = 15N}$$

$$W_F = F.d$$

$$= 15N.2m$$

$$\boxed{W_F = 30\ J} \qquad J = N.m$$

(2) Un bloque de 44.5kg resbala desde el punto más alto de un plano inclinado de 1.5m de base y 0.9m de altura. Una persona lo sostiene con un hilo paralelamente al plano, de modo que el bloque se desliza con velocidad constante. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el bloque y el plano es $\mu_d = 0.1$. Encuentre:

(a) La fuerza ejercida por la persona.

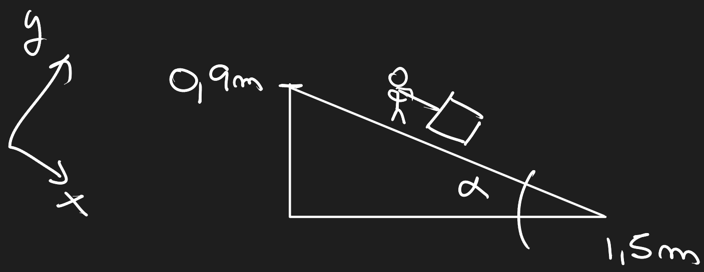
(b) El trabajo realizado por la persona sobre el bloque.

(c) El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria.

(d) El trabajo realizado por la superficie del plano inclinado

(e) El trabajo de la fuerza resultante.

(f) La variación de energía cinética del bloque.



$m = 44{,}5\,kg$

$\mu d = 0{,}1$

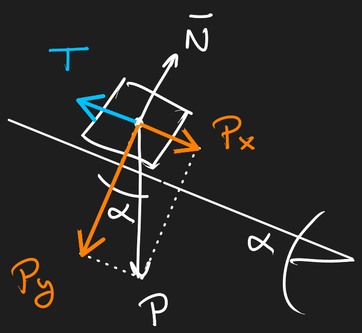
TOA

$$tg\,\alpha = \frac{0{,}9}{1{,}5} = 0{,}6$$

$$\Rightarrow \alpha = 0{,}5404\ Rad$$

2π — 360

$0{,}54$ — $x = 30{,}964°$

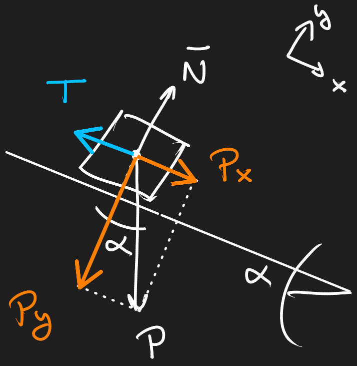


SOA CAH

$$\sin\alpha = \frac{P_x}{P} \qquad \cos\alpha = \frac{P_y}{P}$$

$P_x = 0{,}5145 \cdot 445N$ $\qquad$ $P_y = 0{,}8575 \cdot 445N$

$P_x = 228{,}943\ N$ $\qquad$ $P_y = 381{,}589\ N$



$\hat{x}: \quad P_x - T - \mu_d \cdot N = m \cdot \ddot{x}$

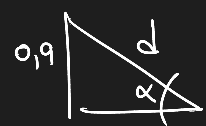
$\ddot{x} = 0$ pues MRU

$228,943\ N - T - 0,1 \cdot 381,589\ N = 0$

$$\boxed{T = 190,784\ N}$$

Recordar!

b) $W_T = -T \cdot d$ con $d = \dfrac{0,9\ m}{\sin \alpha}$



en sentido opuesto
al desplazamiento

$d = 1,749\ m$

$\Rightarrow W_T = -190,784\ N \cdot 1,749\ m$

$$\boxed{W_T = -333,747\ J}$$

$J = N \cdot m$

c) $W_g = m \cdot g \cdot h$

$= 44,5\ kg \cdot 10\ \dfrac{m}{s^2} \cdot 0,9\ m$

$W_g = 400,5\ J$

d) $W_{F_{ROZ}} = F_{ROZ} \cdot d$

$= -0,1 \cdot 381,589\ N \cdot 1,749\ m$

$$\boxed{W_{F_{ROZ}} = -66,74\ J}$$

e) Como $\ddot{x} = 0$

$$\Rightarrow F_{Res} = \sum F = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{W_{F_{Res}} = 0}$$

f) $E_c = \frac{1}{2} m \cdot |\bar{v}|^2$

$$\Delta E = E_{c\,final} - E_{c\,inicial}$$

$$= \frac{1}{2} m \cdot |\bar{v}|^2 - \frac{1}{2} m \cdot |\bar{v}|^2$$

$$\boxed{\Delta E = 0}$$

③ Use el teorema trabajo-energía para resolver los siguientes problemas. Puede utilizar también, si quiere, las leyes de Newton para comprobar sus respuestas. Ignore la resistencia del aire en todos los casos.

(a) Una rama cae desde la parte superior de un alerce de 50m de altura, partiendo del reposo. ¿Con qué velocidad se mueve cuando llega al suelo?

(b) Un volcán expulsa una roca directamente hacia arriba 525m en el aire. ¿Con qué velocidad se movía la roca justo al salir del volcán?

(c) Una esquiadora que se mueve a 5m/s llega a una zona horizontal de nieve áspera, cuyo coeficiente de rozamiento dinámico con los esquís es de 0.22. ¿Qué tan lejos viaja ella sobre esta zona antes de detenerse?

(d) Suponga que la zona áspera del inciso (c) sólo tiene 2.9m de longitud. ¿Con qué velocidad se movería la esquiadora al llegar al extremo de dicha zona?

(e) En la base de una colina congelada sin fricción que se eleva a 25° sobre la horizontal, un trineo tiene una velocidad de 12m/s hacia la colina. ¿A qué altura vertical sobre la base llegará antes de detenerse?

a) 50m — A Todo E_p

B Todo E_c

$$E_{MA} = E_{MB}$$

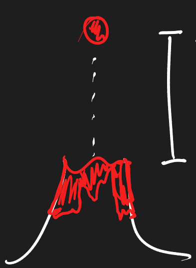
$$E_{PA} = E_{CB}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot |\vec{v}|^2$$

$$2 \cdot g \cdot h = |\vec{v}|^2$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{2 g \cdot h}$$

$$= 10\sqrt{10}\ \frac{m}{s} \cong 31{,}623\ \frac{m}{s}$$

b) 

525m Todo E_p

0m Todo E_c

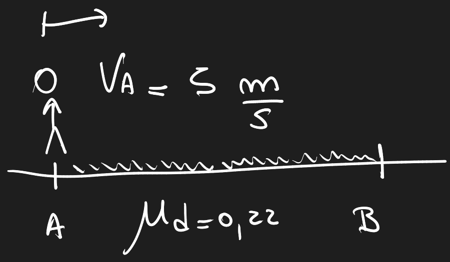
$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot |\vec{v}|^2 = m \cdot g \cdot h$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{2 g \cdot h}$$

$$|\vec{v}| = 10\sqrt{105}\ \frac{m}{s} \simeq 102{,}47\ \frac{m}{s}$$

(c) Una esquiadora que se mueve a 5m/s llega a una zona horizontal de nieve áspera, cuyo coeficiente de rozamiento dinámico con los esquís es de 0.22. ¿Qué tan lejos viaja ella sobre esta zona antes de detenerse?

c)



$$E_M^B - E_M^A = W_{Res}$$

$$\left(E_C^B + \underbrace{E_P^B}_{=0}\right) - \left(E_C^A + \underbrace{E_P^A}_{=0}\right) = W_{Res}$$

$$E_C^B - E_C^A = W_{Res}$$

Uso que:

$$\boxed{W_{F_{Res}} = E_C^B - E_C^A}$$

$$\frac{1}{2} m \cdot V_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot V_A^2 = \underbrace{-\overbrace{\mu_d \cdot \overbrace{m \cdot g}^{N}}^{F_{Roz}} \cdot d_{AB}}_{W_{F_{Roz}}}$$

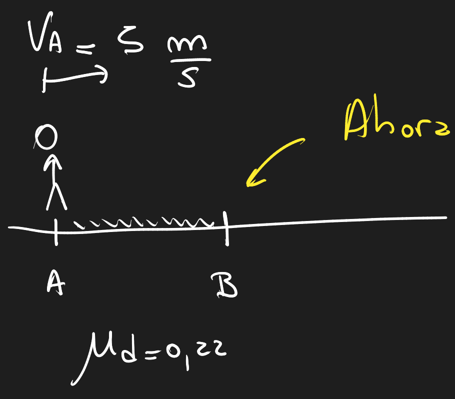
$$\underbrace{\frac{V_B^2}{2}}_{=0} - \frac{V_A^2}{2} = -\mu_d \cdot g \cdot d_{AB}$$

$$12{,}5\ \frac{m^2}{s^2} = 0{,}22 \cdot 10\ \frac{m}{s^2} \cdot d_{AB}$$

$$d_{AB} = 5{,}68\ m \quad //$$

(d) Suponga que la zona áspera del inciso (c) sólo tiene 2.9m de longitud. ¿Con qué velocidad se movería la esquiadora al llegar al extremo de dicha zona?

d)



Ahora B cambia!

$d_{AB} = 2{,}9\ m$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\cdot V_B^2 - \frac{1}{2}\cancel{m}\cdot V_A^2 = -\mu_d\cdot \cancel{m}\cdot g\cdot d_{AB}$$

$$V_B^2 - V_A^2 = -2\mu_d\cdot g\cdot d_{AB}$$

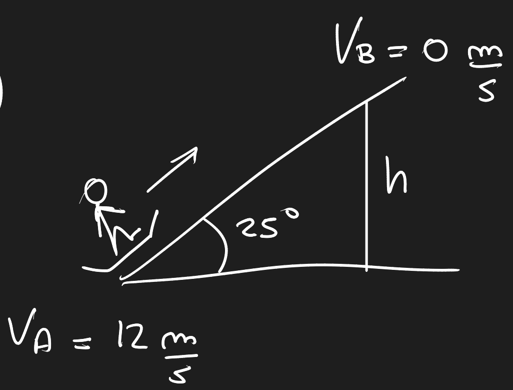
$$V_B^2 - 25\ \frac{m^2}{s^2} = -2\cdot 0{,}22\cdot 10\ \frac{m}{s^2}\cdot 2{,}9\ m$$

$$V_B^2 = 12{,}24\ \frac{m^2}{s^2}$$

$$\boxed{V_B = 3{,}5\ \frac{m}{s}}$$

(e) En la base de una colina congelada sin fricción que se eleva a 25° sobre la horizontal, un trineo tiene una velocidad de 12m/s hacia la colina. ¿A qué altura vertical sobre la base llegará antes de detenerse?

e)



$$\boxed{W_{F_{Res}} = E_C^B - E_C^A}$$

$$E_c^B - E_c^A = -m\cdot g\cdot h$$

(no hay Rozamiento)

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\cdot\left(V_B^2 - V_A^2\right) = -\cancel{m}\cdot 10\,\frac{m}{s^2}\cdot h$$

$$144\,\frac{m^2}{s^2} = 2\cdot 10\,\frac{m}{s}\cdot h$$

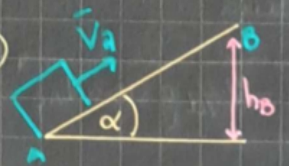
$$\boxed{h = 7{,}2\ m}$$

c)

$$\frac{1}{2}m(\underbrace{V_B^2}_{0}-V_A^2) = -\mu_d\, m g L_{AB} \rightarrow L_{AB} = \frac{V_A^2}{2g\mu_d} \rightarrow \boxed{L_{AB} = 5{,}68\ m}$$

d) $$\frac{1}{2}m(V_C^2-V_A^2) = -\mu_d\, m g L_{AC} \rightarrow V_C = \sqrt{V_A^2 - 2\mu_d\, g L_{AC}} \rightarrow \boxed{V_C = 3{,}5\ m/s}$$

e)

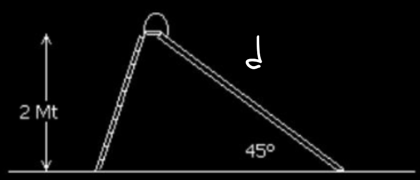


$$\frac{1}{2}m(\underbrace{V_B^2}_{0}-V_A^2) + mgh_B = 0 \rightarrow h_B = \frac{V_A^2}{2g} \rightarrow \boxed{h_B = 7{,}2\ m}$$

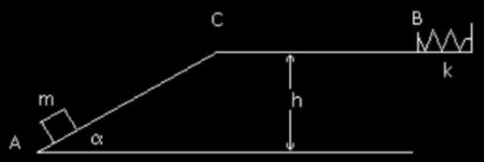
④ Un niño de 20kg se desliza desde un tobogán de 2 metros de altura inclinado 45°.

(a) Partiendo del reposo el niño se frena con sus manos hasta detenerse justo al llegar al piso. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento?

(b) Si baja por el tobogán sin apoyar las manos, llega al piso con una velocidad de 6m/s. Halle el coeficiente de rozamiento dinámico en esta situación.



Ejercicio ④



Ejercicio ⑤

$$E_c^B - E_c^A = W_{F_{Res}}$$

hay más de una fuerza!

$$\frac{1}{2} m \cdot (\underbrace{V_B^2}_{=0} - \underbrace{V_A^2}_{=0}) = W_{F_{Res}}$$

Entonces uso:

No Conservativa

$$E_M^B - E_M^A = W_{F_{Roz}}$$

$$\underbrace{E_c^B}_{=0} + E_p^B - (\underbrace{E_c^A}_{=0} + E_p^A) = W_{F_{Roz}}$$

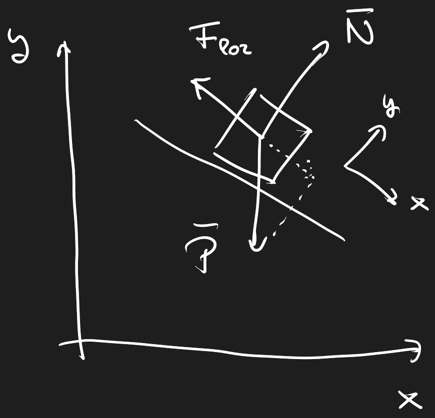
$$E_p^B - E_p^A = W_{F_{Roz}}$$

$$m \cdot g \cdot h_B - m \cdot g \cdot h_A = W_{F_{Roz}}$$

$$-20\,kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 2\,m = W_{F_{Roz}}$$

$$\boxed{-400\ N \cdot m = W_{F_{Roz}}}$$

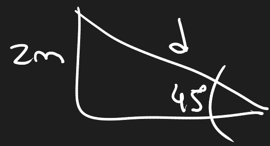
Puedo calcular lo mismo con:



$\hat{x}: \quad -F_{Roz} + P_x = m \cdot \ddot{x}$

$\ddot{x} = 0$ por MRU

$P_x = F_{Roz}$



SOH CAH

$\sin 45° = \frac{P_x}{\bar{P}}$

$\sin 45° = \frac{2m}{d}$

$d = \frac{2m}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4m}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}\ m$

$\approx 2{,}83\ m$

$P_x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 200\,N = 100\sqrt{2}\ N$

$\approx 141{,}42\,N$

$W_{F_{Roz}} = -100\sqrt{2}\ N \cdot 2\sqrt{2}\ m$

$$\boxed{W_{F_{Roz}} = -400\ N \cdot m}$$

(b) Si baja por el tobogán sin apoyar las manos, llega al piso con una velocidad de 6m/s. Halle el coeficiente de rozamiento dinámico en esta situación.

$E_c^B - E_c^A = W_{F_{Res}}$ Atent:

$\frac{1}{2} m \cdot (V_B^2 - \underbrace{V_A^2}_{=0}) = W_{F_{NC}} + W_{F_{Con}}$

$10kg \cdot 36\,\frac{m^3}{s^2} = W_{F_{Ros}} + W_P$

$360\,N \cdot m = -\mu_d \cdot \bar{N} \cdot d + m \cdot g \cdot h$

$$\cos 45° = \frac{P_y}{P}$$

$$\sin 45° = \frac{h}{d} = \frac{2m}{d}$$

$$\bar{N} = P_y = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 200\ N$$

$$d = 2\sqrt{2}\ m$$

$$\bar{N} = 100\sqrt{2}\ N$$

$$360\ N.m = -\mu d \cdot 100\sqrt{2}\ N \cdot 2\sqrt{2}\ m + 20kg \cdot 10\ \frac{m}{s^2} \cdot 2m$$

$$360\ N.m = -\mu d \cdot 400\ N.\ m + 400\ N.m$$

$$-40\ N.m = -\mu d \cdot 400\ N.\ m$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu d = 0,1}$$

Abajo lo calculo tambien sin usar los conceptos de energía:

b) $|F_{ROZ}| = \mu_d \cdot |\vec{N}|$

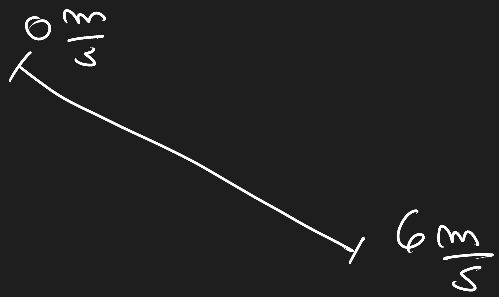
$$\mu_d = \frac{|F_{ROZ}|}{P_y}$$

Con $\cos 45° = \frac{P_y}{P}$

$$P_y = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 200\ N$$

$$= 100\sqrt{2}\ N$$

Calculo nuevo F_{ROZ}



$$-F_{ROZ} + P_x = m \cdot \ddot{x}$$

$$v(t) = v_0 + a \cdot t$$

$$6\frac{m}{s} = 0\frac{m}{s} + a \cdot t$$

$$a = 6\frac{m}{s} \cdot \frac{1}{t} \qquad t \neq 0$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$2\sqrt{2}m = 0m + 0 + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$a = 4\sqrt{2}m \cdot \frac{1}{t^2}$$

$$6\frac{m}{s} \cdot \frac{1}{t} = 4\sqrt{2}m \cdot \frac{1}{t^2}$$

$$\frac{1}{4\sqrt{2}} \frac{1}{\cancel{m}} \cdot t^2 - \frac{1}{6}\frac{s}{\cancel{m}} \cdot t = 0$$

$$t\left(\frac{1}{4\sqrt{2}} \cdot t - \frac{1}{6} s\right) = 0$$

Como $t > 0$

$$\frac{1}{4\sqrt{2}} \cdot t = \frac{1}{6} s$$

$$\Rightarrow t = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2}{3}\sqrt{2} \text{ s}$$

$$\Rightarrow a = 6\frac{m}{s} \cdot \frac{1}{t}$$

$$= 6\frac{m}{s} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{s}$$

$$a = \frac{9}{\sqrt{2}} \cdot \frac{m}{s^2} \approx 6{,}36 \frac{m}{s^2}$$

$$\ddot{x} = a$$

$$\Rightarrow -F_{Roz} + P_x = m \cdot \ddot{x}$$

$$-F_{Roz} = 20kg \cdot \frac{9}{\sqrt{2}} \cdot \frac{m}{s^2} - 100\sqrt{2} \cdot N$$

$$-F_{Roz} = 90\sqrt{2}\frac{m}{s^2} - 100\sqrt{2} \text{ N}$$

$$F_{Roz} = 10\sqrt{2} \text{ N}$$

$$\Rightarrow \mu_d = \frac{|F_{Roz}|}{P_y} = \frac{10\sqrt{2}\text{ N}}{100\sqrt{2}\text{ N}}$$

$$\boxed{\mu_d = 0{,}1}$$

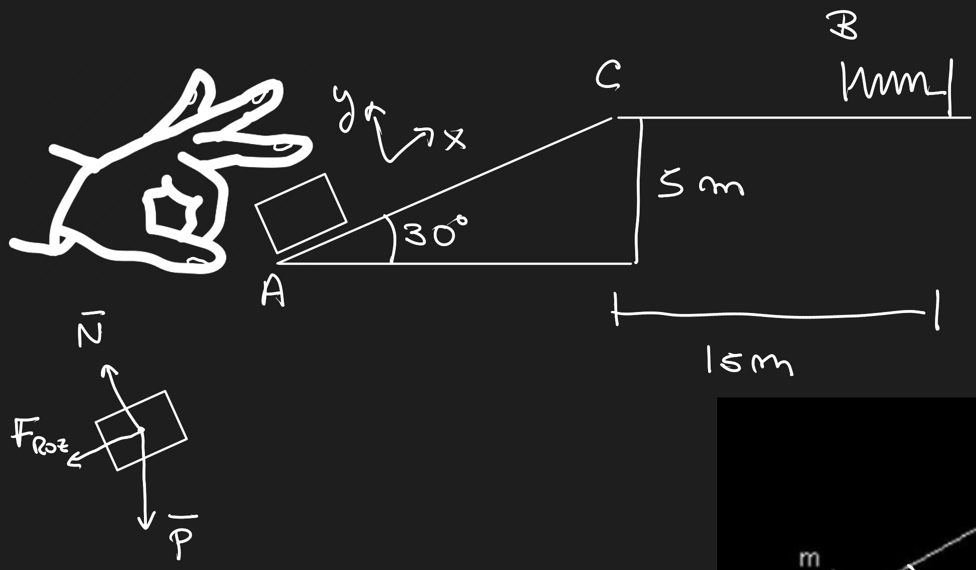
(5) Un cuerpo de masa $m = 1\text{kg}$ parte de la posición A, ubicada en la base de un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal, con una velocidad inicial de 20m/s. Sube por el plano inclinado hasta llegar al extremo superior que se encuentra a una altura de $h = 5\text{m}$ respecto de la base del plano, desde donde sigue una trayectoria horizontal. En el punto B, situado a 15m del tope del plano, choca con un resorte de constante $k = 2000\text{N/m}$. Entre A y B existe rozamiento siendo el valor del coeficiente $\mu_d = 0.2$.

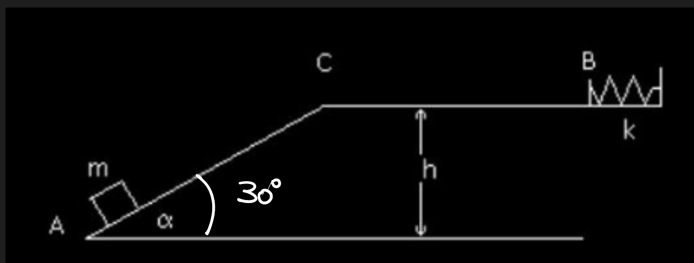
(a) ¿Con qué velocidad pasa por primera vez por el punto C? ¿Vuelve a pasar?

(b) ¿Cuál es la variación de energía cinética entre A y la posición de compresión máxima?

(c) ¿Cuál es la variación de energía total entre A y la posición de compresión máxima?

(d) Halle la compresión máxima del resorte.





Ejercicio (5)

Si quiero calcular la velocidad en el punto B de una, falla:

$$E_c^B - E_c^A = W_{F_{Roz}}$$

$$\frac{1}{2} m \cdot \left(V_B^2 - V_A^2\right) = W_{F_{Roz}} + W_{\bar{P}}$$

$$0{,}5\,kg \left(V_B^2 - 400\,\frac{m^2}{s^2}\right) = -\mu_d \cdot \bar{N} \cdot d_{AB} + m \cdot g \cdot h_B$$

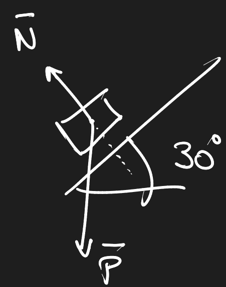
Acá estoy en problemas, por que la normal cambia
según si estoy en el plano inclinado o en el plano horizontal

Por eso, separo el problema en 2: Primero de A a C, y luego de C a B

$$\frac{1}{2} m \cdot \left(V_C^2 - V_A^2\right) = W_{F_{ROZ}} + W_{\bar{P}}$$

Atenti a los signos!

$$\frac{1}{2} m \left(V_C^2 - 400 \frac{m^2}{s^2}\right) = - \mu_d \cdot \bar{N} \cdot d_{AC} - m \cdot g \cdot h_C$$



SOH CAH

$$\cos 30° = \frac{P_y}{P} = \frac{P_y}{m \cdot g}$$

$$\underbrace{\sin 30°}_{=\frac{1}{2}} = \frac{5\ m}{d_{AC}}$$

$$|N| = P_y = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot m \cdot g$$

$$\Rightarrow d_{AC} = 10\ m$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} \left(V_C^2 - 400 \frac{m^2}{s^2}\right) = -\mu_d \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cancel{m} \cdot g \cdot d_{AC} + \cancel{m} \cdot g \cdot h_C$$

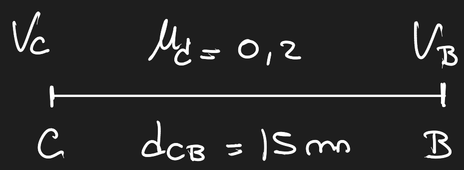
$$V_C^2 = 400 \frac{m^2}{s^2} - 2 \cdot 0{,}2 \cdot 5 \sqrt{3} \frac{m}{s^2} \cdot 10\ m - 2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 5\ m$$

$$V_C^2 = 400 \frac{m^2}{s^2} - 20\sqrt{3} \frac{m^2}{s^2} + 100 \frac{m^2}{s^2}$$

$$V_C = \sqrt{265{,}36 \frac{m^2}{s^2}}$$

$$\boxed{V_C = 16{,}29 \frac{m}{s}}$$

Y ahora tengo un problema como el de la patinadora de antes, sobre una superficie horizontal con rozamiento, con velocidad inicial V_C y velocidad final V_B (incógnita)



$$E_c^B - E_c^C = W_{F_{ROZ}}$$ ← Unica Fuerza

$$\frac{1}{2} \cancel{m} \left(V_B^2 - V_C^2 \right) = -\mu_d \cdot \cancel{m} \cdot g \cdot d_{CB}$$

$$V_B^2 - 265{,}36 \frac{m^2}{s^2} = -2 \cdot 0{,}2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 15\,m$$

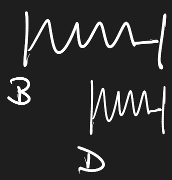
$$V_B^2 = 205{,}36 \frac{m^3}{s^2}$$

$$V_B = 14{,}33 \frac{m}{s}$$

Como $V_B > 0 \Rightarrow$ Rebota contra el resorte.

Ahora el resorte se comprime una distancia d_BD, pero lo que no dice el ejercicio, es que en esa superficie NO hay rozamiento...
Si asumimos que no hay rozamiento, entonces no hay trabajos de fuerzas NO Conservativas (porque no existen fuerzas NC ahi), con lo que puedo igualar las energías mecánicas en ambos puntos.

$$E_M^B = E_M^D$$



$$E_c^B + \underbrace{E_p^B}_{=0} = \underbrace{E_c^D}_{=0} + E_p^D$$

$$E_c^B = E_p^D$$

$$E_{p\,Resorte} = \frac{1}{2} k \cdot (\Delta x)^2$$

Pero todos estos datos ya los tengo, yo sé que el resorte, al no haber rozamiento, hace rebotar al cuerpo con la misma velocidad con la que entró (pues es un sistema conservativo, no pierde energía).
Por lo tanto, la velocidad con la que va desde B hacia C es V_B pero con en sentido opuesto.

$$E_c^C - E_c^B = W_{F_{ROZ}}$$ ← mismo que antes

$$\frac{1}{2} \cancel{m} \left(V_C^2 - V_B^2 \right) = -\mu_d \cdot \cancel{m} \cdot g \cdot d_{CB}$$

$$V_C^2 - \left(14{,}33\ \frac{m}{s}\right)^2 = -2 \cdot 0{,}2 \cdot 10\ \frac{m}{s^2} \cdot 15\,m$$

$$V_C^2 = 145{,}35\ \frac{m^2}{s^2}$$

$$\boxed{V_C = 12{,}06\ \frac{m}{s}}$$

Como la velocidad con la que vuelve a C es mayor a cero, entonces esto quiero decir que vuelve a pasar por ese punto.

Notar que antes Vc era 16.3 m/s, pero perdió energía en el trayecto ida y vuelta de la superficie horizontal.

b) (b) ¿Cuál es la variación de energía cinética entre A y la posición de compresión máxima?

$$E_C^D - E_C^A = W_{F_{Resul}}$$

$$\frac{1}{2} m \cdot (\underbrace{V_D^2}_{=0} - V_A^2) = W_{F_{Resul}}$$

$$-0{,}5\,kg \cdot 400\ \frac{m^2}{s^2} = -200\ N \cdot m$$

$$E_C^D - E_C^A = -200\ N \cdot m = -200\ J$$

c) $$E_M^D - E_M^A = E_C^D - E_P^D - (E_C^A - E_P^A)$$

$$\Delta E_M = E_C^D - E_C^A - (E_P^D - E_P^A)$$

$$\Delta E_M = \Delta E_C - \Delta E_P$$

$$\Delta E_M = -200\,J - \Delta E_P$$

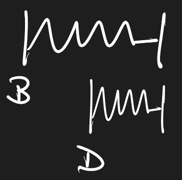
$$\Delta E_P = E_P^D - \underbrace{E_P^A}_{=0}$$

$$\Delta E_p = E_p^D = \underbrace{m \cdot g \cdot h}_{\text{Gravitatoria}} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot k \cdot (\Delta x)^2}_{\text{Elástica}}$$

$$= 1\,kg \cdot 10\,\frac{m}{s^2} \cdot 5\,m + \frac{1}{2} \cdot 2000\,\frac{N}{m} \cdot (\Delta x)^2$$

De antes tenía

$$E_M^B = E_M^D$$



$$E_c^B + \underbrace{E_p^B}_{=0} = \underbrace{E_c^D}_{=0} + E_p^D$$

$$E_c^B = E_p^D \qquad E_{p\,Resorte} = \frac{1}{2} k \cdot (\Delta x)^2$$

$$\frac{1}{2} m \cdot V_B^2 = \frac{1}{2} k \cdot (\Delta x)^2$$

$$0{,}5\,kg \cdot 205{,}36\,\frac{m^2}{s^2} = \frac{1}{2} \cdot 2000\,\frac{N}{m} \cdot (\Delta x)^2$$

$$102{,}68\,N \cdot m = 1000\,\frac{N}{m} \cdot (\Delta x)^2$$

$$(\Delta x)^2 = \frac{102{,}68\,\cancel{N} \cdot m}{1000\,\frac{\cancel{N}}{m}} = 0{,}10268\,m^2$$

$$\Delta x = 0{,}32\,m$$

$$\Rightarrow \quad E_p^D = 1\,kg \cdot 10\,\frac{m}{s^2} \cdot 5\,m + \frac{1}{2} \cdot 2000\,\frac{N}{m} \cdot (\Delta x)^2$$

$$E_p^D = 152{,}68 \ N.m$$

Preguntar sobre el signo!

¿?

$$\Delta E_M = -200 \ J + \Delta E_p$$

$$= -200 \ J + 152{,}68 \ J$$

$$\boxed{\Delta E_M = -47{,}32 \ J}$$

d) Δx lo calculé arriba.

$$\boxed{\Delta x = 0{,}32 \ m}$$

⑥ Un resorte de constante elástica $k = 1600\text{N/m}$ se comprime 15mm. Luego se coloca sobre él una bolita de 75g y se lo libera.

(a) Si se supone que no hay rozamiento ¿A qué altura llegará la bolita?

(b) Si en cambio el sistema tiene rozamiento y la bolita llega a 2/3 partes de la altura máxima alcanzada en el punto anterior, halle el trabajo de la fuerza de rozamiento.

$$E_C^B - E_C^A = W_{F_{Res}}$$

$$\frac{1}{2} m \left(V_B^2 - \underbrace{V_A^2}_{=0}\right) = \frac{1}{2} k . (\Delta x)^2 - m . g . h$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{75}{1000} kg \cdot V_B^2 = \frac{1}{2} \cdot 1600 \frac{N}{m} \cdot \left(\frac{15}{1000} m\right)^2 - \underbrace{\frac{75}{1000} kg \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{15}{1000} m}$$

Notar que esto aporta MUY poco: $\frac{9}{800}$

$\left(0{,}18 \text{ si } V_B^2 = 4{,}8 \frac{m^2}{s^2}\right)$ 0,18

$$V_B^2 = \frac{0{,}16875 \; N . m}{\frac{75}{2000} \; kg}$$

$$V_B^2 = 4{,}5 \frac{m^2}{s^2}$$

$$V_B = 2{,}12 \frac{m}{s}$$

Y ahora calculo desde B hasta C: La altura máxima

$$E_C^C - E_C^B = W_{F_{Res}}$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} \left(\underbrace{V_C^2}_{=0} - V_B^2\right) = -\cancel{m} \cdot g \, h_{BC}$$

$$-\frac{1}{2} \cdot 4{,}5 \ \frac{m^2}{s^2} = -10 \ \frac{m}{s^2} \cdot h_{BC}$$

$$h_{BC} = 0{,}225 \ m$$

$$h = h_{BC} + \Delta x = 0{,}225 \ m + 0{,}015 \ m$$

$$h = 0{,}24 \ m$$

Mucho más simple!

De igual que:

$$a) \quad mgh = \frac{1}{2} k \Delta x^2 \rightarrow h = \frac{k \Delta x^2}{2mg} \rightarrow \boxed{h = 0{,}24 \, m}$$

$$b) \quad W_{F_{Reso}} + W_{F_{Roz}} + W_{F_g} = 0$$

$$\frac{1}{2} k \cdot (\Delta x)^2 = -\mu_d \cdot \bar{N} \cdot h - m \cdot g \cdot h$$

$$W_{F_{Roz}} = -W_{F_{Reso}} - W_{F_g}$$

$$W_{F_{Roz}} = -\frac{1}{2} k \cdot (\Delta x)^2 + m \cdot g \cdot h$$

$$= -800 \ \frac{N}{m} \cdot \left(\frac{15}{1000} m\right)^2 + \frac{75}{1000} g \cdot 10 \ \frac{m}{s^2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 0{,}24 \ m$$

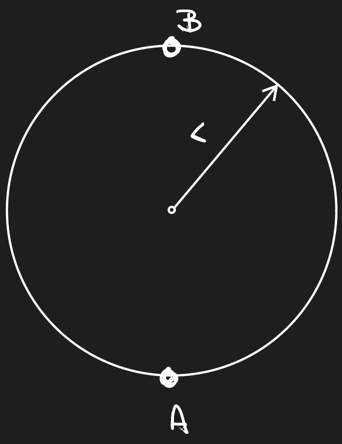
$$\boxed{W_{F_{Roz}} = -0{,}06 \ N \cdot m}$$

7. Un cuerpo de $m = 1\text{kg}$ cuelga de un hilo de un metro de longitud. Tiene libertad para realizar una vuelta completa en el plano vertical

(a) ¿Cuál es la mínima velocidad v para que sea posible dar la vuelta completa con el hilo siempre tensado? ¿Puede realizar un movimiento circular uniforme?

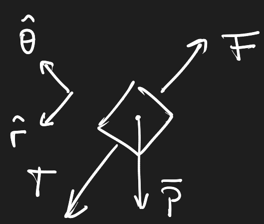
(b) Halle el trabajo realizado por cada una de las fuerzas actuantes al moverse desde la posición inicial hasta la de altura máxima.

(c) En lugar de un hilo se tiene una varilla rígida de masa despreciable que le imprime un movimiento de rotación con $\omega = 10\text{seg}^{-1}$. Halle el trabajo que realiza la fuerza de vínculo desde la posición inicial hasta la de altura máxima y de ésta a la inicial para dar una vuelta completa.



Repasar!

T debe ser > 0 en B



$$\hat{r}: \; -T - m \cdot g = -m \cdot \frac{V_B^2}{r}$$

$$T = m\left(\frac{V_B^2}{r} - g\right)$$

$$T = 1\,\text{kg} \cdot \left(\frac{V_B^2}{1\,\text{m}} - 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

Como quiero $T > 0 \Rightarrow \frac{V_B^2}{1\,\text{m}} - 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} > 0$

$$\Rightarrow V_B^2 > 10\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$V_B > \sqrt{10}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Como no hay Rozamiento ni otras fuerzas No Cons.

$$\Rightarrow E_M^A = E_M^B$$

$$E_c^A + \underbrace{E_p^A}_{=0} = E_c^B + E_p^B$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\cdot V_A^2 = \frac{1}{2}\cancel{m}\cdot V_B^2 + \cancel{m}\cdot g\cdot 2\cdot r$$

$$V_A^2 = V_B^2 + 40\,\frac{m^2}{s^2}$$

$$V_A = \sqrt{V_B^2 + 40\,\frac{m^2}{s^2}}$$

$$V_B^2 > 10\,\frac{m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow V_A > \sqrt{10\,\frac{m^3}{s^2} + 40\,\frac{m^2}{s^2}}$$

$$V_A > \sqrt{50}\,\frac{m}{s}$$

$$V_A > 7{,}07\,\frac{m}{s}$$

$\therefore$ V_A mínima es $7{,}07\,\frac{m}{s}$

No puede realizar un MCU pues cuando baja acelera y cuando sube se frena por fuerza de gravedad hacia abajo.

b) $W_T = 0$ (símil al trabajo de la normal en un plano)

$$W_{Fg} = -m\cdot g\cdot h = -1\,kg\cdot 10\,\frac{m}{s^2}\cdot 2\cdot 1\,m$$

$$= -20\,N\cdot m = -20\,J$$

c) $\omega = 10\,\frac{1}{s} \Rightarrow V = \omega\cdot 2r = 10\,\frac{1}{s}\cdot 2\cdot 1\,m = 20\,\frac{m}{s}$

Fuerza externa que actua sobre el objeto

$$E_M^B - E_M^A = W_{F_V}^{AB} = m \cdot g \cdot 2r = 20\ N \cdot m$$

$$E_M^A - E_M^B = W_{F_V}^{BA} = -m \cdot g \cdot 2r = -20\ N \cdot m$$

(8) Suponga que un objeto que se mueve a lo largo del eje z experimenta una fuerza dada por $F(z) = -C/z^2$, donde C es una constante. Halle el trabajo realizado por esta fuerza cuando el objeto se mueve desde z_1 hasta z_2, y escriba el potencial correspondiente a esta fuerza.

$$W_F = \int_{z_1}^{z_2} -\frac{C}{z^2}\, dz = -C \cdot \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{z^2} \cdot dz$$

CA:

$$\frac{d}{dz} z^{-1} = -z^{-2}$$

$$= C \cdot \left[\frac{1}{z} \right]_{z_1}^{z_2}$$

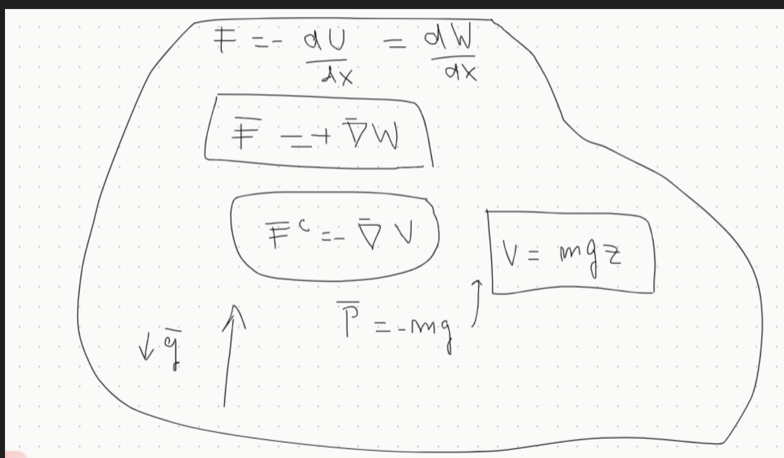
$$\boxed{W_F = C \cdot \left(\frac{1}{z_2} - \frac{1}{z_1} \right)}$$

Potencial = Primitiva de F ?

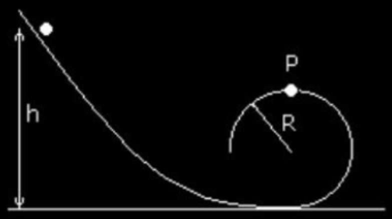
?

Por qué $U(z) = -\frac{C}{z}$ y no $+\frac{C}{z}$

Es convención: Cuando se habla de "Potencial" se le agrega un signo menos adelante



9. Un cuerpo se deja deslizar desde una cierta altura h por el sistema indicado en la figura. ¿Desde qué altura deberá soltarse para que de una vuelta completa sin despegarse del riel en el punto P?



En un primer momento uno podria pensar que con soltarlo desde la altura de P alcanza para que vuelva a llegar a esa posicion.

Eso es cierto, pero no solamente queremos que llegue a la altura P, sino que tiene que hacerlo con velocidad suficiente para que la Normal en ese punto se AL MENOS ligeramente mayor a cero.

De esa forma nos aseguramos que el cuerpo sigue "pegado" a la rampa y completa el resto del bucle, en vez de caer directamente hacia abajo una vez alcanzado el punto P.

Sé que $E_M^0 = E_M^P$ pues sólo F conservativas

$$E_M^0 = E_P^0 = m \cdot g \cdot h_0$$

$$E_M^P = E_P^0 + E_C^0$$

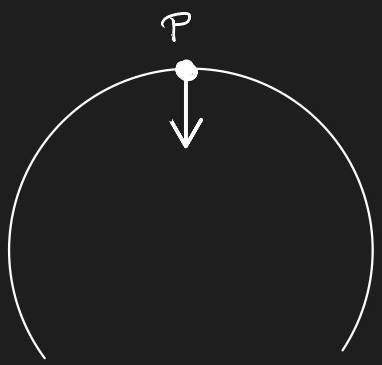
$$= m \cdot g \cdot h_P + \frac{1}{2} m \cdot |v_P|^2$$

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h_0 = \cancel{m} \cdot g \cdot h_P + \frac{1}{2} \cancel{m} \cdot |\bar{v}_P|^2$$

$$g \cdot h = 2 \cdot g \cdot R + \frac{V_P^2}{2}$$

$$h = 2R + \frac{V_P^2}{2g}$$

Necesito V_P



$$F^{P}_{Res} = m \cdot a_P$$

Aceleración en Mov Circular

$$-F_P - \bar{N} = -m \cdot \frac{|v_P|^2}{R}$$

$$m \cdot g + \bar{N} = m \cdot \frac{|v_P|^2}{R}$$

$$|v_P|^2 = R\left(g + \frac{\bar{N}}{m}\right)$$

Como quiero una Normal positiva para que el objeto no se despegue del techo, pero también quiero la MÍNIMA velocidad posible en P, entonces voy a buscar la mínima fuerza Normal en P.

Para eso tomo límite con N -> 0 (que NO es lo mismo que igualar N a 0)

$$\lim_{\bar{N} \to 0} |v_P|^2 = R \cdot g$$

Volviendo:

$$h = 2R + \frac{V_P^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \lim_{\bar{N} \to 0} h = 2R + \frac{R \cdot g}{2g}$$

$$\lim_{\bar{N} \to 0} h = 2R + \frac{R}{2} = \frac{5}{2} R$$

$$\boxed{h \geq \frac{5}{2} R}$$

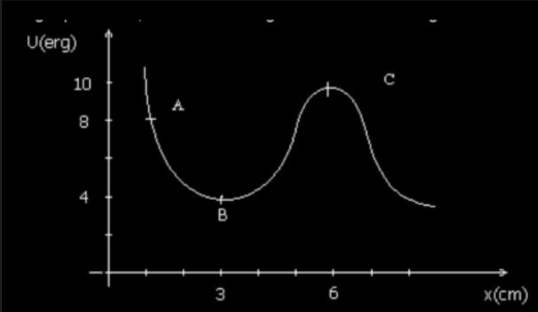
(10) Una partícula de masa $m = 4$g penetra en una región en la cual su energía potencial es indicada en la figura. Proviene de la derecha y, para valores grandes de x en los cuales es nula su energía potencial, tiene una energía cinética de 16erg.

(a) ¿Cuál es su energía cinética en los puntos A, B, C?

(b) Estando en el punto A, la partícula pierde bruscamente la mitad de su energía total (la gráfica de la energía potencial no se ve afectada). En estas condiciones describa cualitativamente el movimiento subsiguiente, dando el dominio de valores de x en los cuales puede moverse la partícula.

$E_c = T$

$E_p = U$



Ejercicio (10)

La energía mecánica debe mantenerse constante siempre (no hay fuerzas NO conservativas).

E_M = E_C + E_P

El dato nos dice que E_M es 16erg = 16 x 10^-7 Joules

La energía cinética en los puntos ABC es igual a 16 - la energía Potencial en esos puntos.

La parte b) es medio falopa.

Si es todo energia potencial y pierde toda la energia cinética, se mueve hacia la derecha para reducir su energia potencial y equilibrarse con la cinética, pero seguiría hacia C sin llegar hasta arriba, solo llegando a la altura de A, oscilando hacia atras y adelante de A hacia medio camino de C (llegando a la altura de A)

11 Sobre un autito a escala de 2kg, manejado a control remoto, se aplica una fuerza F paralela al eje x mientras el autito se mueve por una pista recta. La componente x de la fuerza varía con la coordenada x del juguete, como se indica en la figura.

(a) Calcule el trabajo efectuado por la fuerza F cuando el autito se mueve de: i) $x = 0\text{m}$ a $x = 3\text{m}$; ii) $x = 3\text{m}$ a $x = 4\text{m}$; iii) $x = 4\text{m}$ a $x = 7\text{m}$; iv) $x = 0\text{m}$ a $x = 7\text{m}$.

(b) Suponga que el autito está inicialmente en reposo en $x = 0\text{m}$ y que F es la fuerza neta que actúa sobre él. Determine la velocidad del auto en: i) $x = 3\text{m}$; ii) $x = 4\text{m}$; iii) $x = 7\text{m}$.

Ejercicio **11**

Para calcular el trabajo, integro la F

a) $$\int_{x=0}^{x=2} F_{02}(x)\, dx =$$

$$= \int_0^2 x \cdot dx = x^2 \Big|_0^2 = 4$$

$$\int_{x=2}^{x=3} F_{23}(x)\, dx = \int_2^3 2\, dx = 2x \Big|_2^3 = 2(3-2) = 2$$

$$\int_0^3 F(x) = \int_{x=0}^{x=2} F_{02}(x)\, dx + \int_{x=2}^{x=3} F_{23}(x)\, dx$$

$$= 4 + 2 = 6 \;//$$

Para el resto es igual, se integra por segmentos segun la funcion F (son todas lineales)

O sea:

F_02(x) = x
F_23(x) = 2
F_34(x) = 0
F_46(x) = -1/2 (x - 4)
F_67(x) = 0