Primer Parcial Mecánica y Termodinámica (ByG)
Verano 2022 - Cátedra Balenzuela

Ponga nombre en todas las hojas. Entregue los problemas en hojas separadas.

Problema 1: Un esquiador parado sobre una colina junta nieve en un balde que lleva en sus manos, y lo hace unido a un bloque de masa M que, a diferencia de sus esquis, presenta un rozamiento no despreciable con la nieve.

1. Realice los diagramas de cuerpo libre y escriba las ecuaciones de Newton para el bloque y el esquiador.
2. ¿Cuánta masa de nieve puede juntar en el balde antes de comenzar a descender?
3. Una vez que inicia el descenso, ¿con que aceleración cae?¿cuánto vale la tensión de la soga?
4. ¿Cuánta nieve debe quitar del balde, una vez en movimiento, para seguir a velocidad constante?

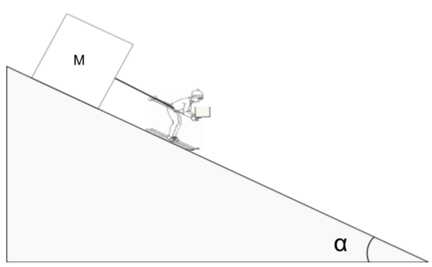
Datos: α=20°, masa del esquiador con el balde vacío = 60 kg, μ_e=0.6042, μ_d=0.5933, M=100 kg

Problema 2: Una cajita de 50g se encuentra unida a un resorte de masa despreciable y longitud natural l_0= 10cm, que tiene un extremo fijo a una mesa horizontal. Si se aparta la cajita de la posición de equilibrio y se la deja luego oscilar en una dirección, pasa por la posición de equilibrio una vez por segundo.

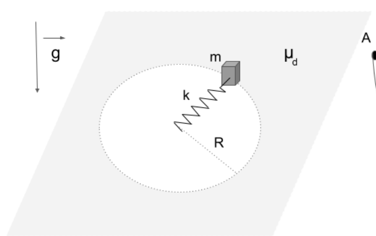
1. Calcule la frecuencia angular de la oscilación y la constante elástica del resorte.
2. Se encuentra luego el mismo sistema con la cajita describiendo un movimiento circular uniforme de radio R=4l_0, ¿cuál será su velocidad angular de giro?
3. Ahora suponga que se corta el resorte y que toda la mesa por fuera de ese círculo de radio R ofrece rozamiento. Describa cualitativa y esquemáticamente el movimiento de la cajita desde que se corta el resorte hasta detenerse, indicando los vectores velocidad y aceleración.
4. (*Opcional*) Calcule por cinemática la distancia recorrida hasta detenerse si μ_d=0.0197. Confirme el resultado con otras de las herramientas aprendidas.

Problema 3: Un cubito de 50g se deja caer desde el punto A de la pista de la figura. Sólo hay rozamiento no despreciable en la superficie horizontal entre C y D que mide 6 cm. B, E y F están 10 cm mas bajos que C, D y G, mientras que A se encuentra 5 cm mas alto que C.

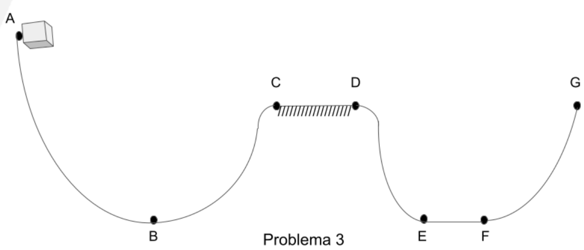
1. ¿Qué velocidad alcanza el cubito en los puntos B y C?
2. Calcule el trabajo de la fuerza de rozamiento sabiendo que el cubito llega a G con velocidad nula. ¿Cuanto vale μ_d entre C y D?
3. Si se colocara un resorte de constante elástica 1 N/cm en el punto F. ¿Cuánto sería su compresión máxima debido al choque del cubito?
4. (*Opcional*) Grafique cualitativamente la energía potencial y cinética a partir del punto C cuando no está el resorte.



Problema 1

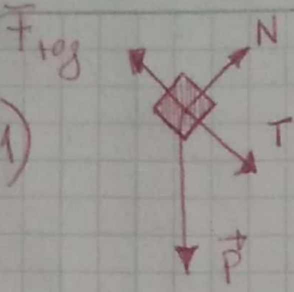


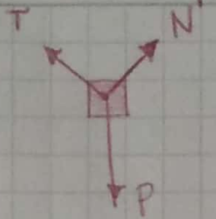
Problema 2

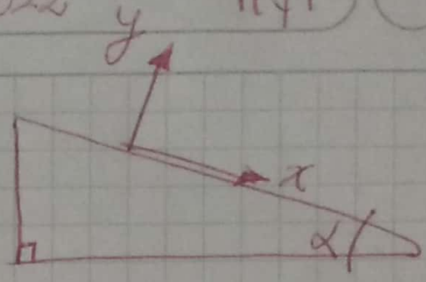


Problema 3

Problema 1 - 1er parcial Verano 2022 MyT

1) 





① $T + Mg\,sen\alpha - F_{roz} = M\cdot\ddot{x}$ ② $(m+x)\,g\,sen\alpha - T = (m+x)\cdot\ddot{x}$

$N - Mg\cos\alpha = M\ddot{y}$ $N' - (m+x)\,g\cos\alpha = (m+x)\,\ddot{y}$

2) Sumando ①+② resulta

$$Mg\,sen\alpha - F_{roz} + (m+x)\,g\,sen\alpha = (m+x+M)\,\ddot{x} \quad ③$$

Máxima masa x cuando $F_{roz} = \mu_e \cdot N = \mu_e \cdot Mg\cos\alpha$

Condición de equilibrio $\Sigma F = 0 \Rightarrow \ddot{x} = 0$ y queda

$$(M+m+x)\,\cancel{g}\,sen\alpha = \mu_e\, M\,\cancel{g}\cos\alpha$$

$$x = \frac{\mu_e}{Tg\alpha}\cdot M - M - m$$

$$x = \frac{0.6042}{0.3640}\cdot 100kg - 100kg - 60kg \Rightarrow x = 6\,kg$$

3) despejando la aceleración de la ecuación ③

$$\ddot{x} = \frac{Mg\,sen\alpha - \mu_d\,Mg\cos\alpha + (m+x)\,g\,sen\alpha}{M+m+x}$$

$$\ddot{x} = \frac{342\,N - 557.5\,N + 225.7\,N}{166\,kg} \Rightarrow a = 0.0616\,m/s^2$$

usamos μ_d porque está en movimiento.

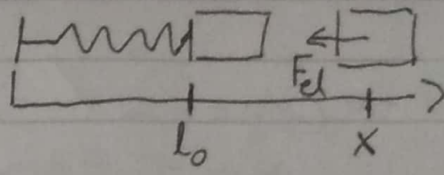
4) $N = cte \Rightarrow a = 0$, uso ③ de nuevo y despejo x'

$$M\cancel{g}\,sen\alpha - \mu_d\,M\cancel{g}\cos\alpha + (m+x')\,\cancel{g}\,sen\alpha = 0$$

$$m + x' = \frac{\mu_d\,M\cos\alpha - M\,sen\alpha}{sen\alpha} \Rightarrow x' = \frac{\mu_d\,M}{Tg\alpha} - M - m$$

$$x' = 3\,kg.$$

① $\mathcal{T} = 2s$ $\quad \omega = \frac{2\pi}{\mathcal{T}}$ ✓



$$\Sigma F\ \hat{x} \quad -K(x-l_0) = m.\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = -\frac{K}{m}x + \frac{K}{m}l_0$$

$$\ddot{x} + \frac{K}{m}x = \frac{K}{m}l_0 \qquad \omega^2 = \frac{K}{m} ✓$$

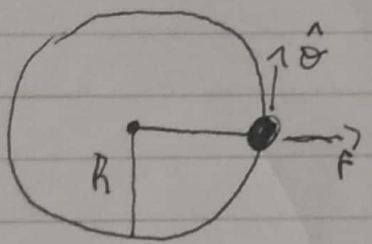
$$\left(\frac{2\pi}{\mathcal{T}}\right)^2 . m = K$$

$\boxed{\omega = \pi/s = 3{,}14\,s^{-1}} \rightarrow$ Rta ✓

$\boxed{K = 0{,}49\ N/m} \rightarrow$ Rta

✓ bien!

②

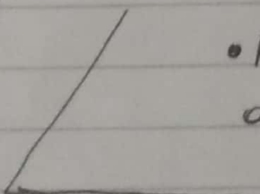


$$\Sigma F\ \hat{r}: \quad -K(x-l_0) = m(-R\omega^2) ✓$$

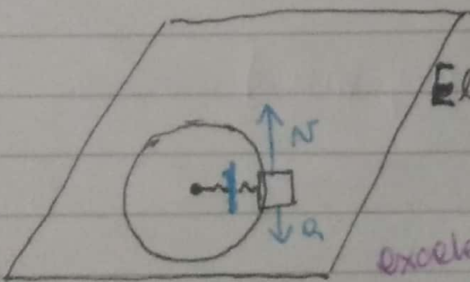
$$\sqrt{\frac{-K\,3l_0}{-mR}} = \omega$$

$\boxed{\omega = 2{,}71\,s^{-1}} \rightarrow$ Rta ✓

③



• Al cortarse el resorte, como esta era la única fuerza que actuaba como centripeta, la cajita seguirá un mov. en linea recta en la dirección tangencial al punto de la circunferencia en la que se encontraba en ese instante. El vector velocidad apuntará en esa misma dirección y sentido y el vector aceleración apuntará en sentido opuesto ya que la cajita se irá desacelerando hasta frenarse por el rozamiento con la superficie. El vector velocidad irá disminuyendo en módulo hasta llegar a cero cuando la cajita se frene. El módulo del vector aceleración permanece cte y se hace cero cuando se frena.



excelente! ✓

4 ~~[illegible]~~

$\Sigma F\ \hat{x} \quad -\mu_d \cancel{m} g = \cancel{m} a$

$\boxed{a = -0{,}197\ m/s^2}$

$\boxed{v_0 = \omega . R = 1{,}084\ m/s}$

$x(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ (1)

$v(t) = v_0 + a t$ (2)

• a t_F en (2) $\quad -\frac{v_0}{a} = t_F$

$\boxed{t_F = 5{,}5\ s}$

• reemp t_F en (1)

$x_{(t_F)} = v_0 t_F + \frac{1}{2} a t_F^2$

$\boxed{x_{(t_F)} = 2{,}98\ m} \longrightarrow$ Rta

~~$\Delta E_m^{i-F} = W_{FNC}$~~ $\quad W_{FR}^{i-F} = \Delta K^{i-F}$

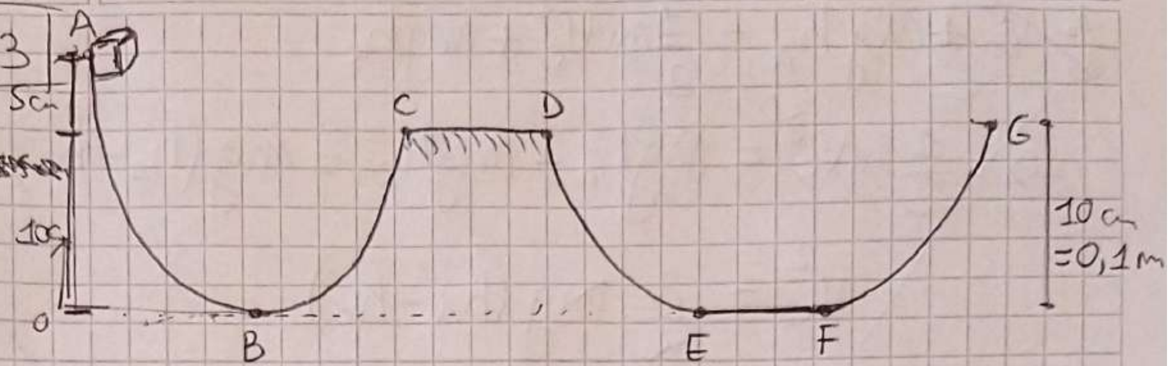
$+\mu_d m g \Delta x = +\frac{1}{2} m v_0^2$

$\Delta x = \frac{m v_0^2}{2 \mu_d m g}$

$\boxed{\Delta x = 2{,}98\ m}$

Muy bien :)

PROBLEMA 3



DATOS:

$m = 50\,g = 0{,}05\,kg$

$d_{CD} = 6\,cm = 0{,}06\,m$

$h_C = h_D = h_G = 10\,cm = 0{,}1\,m$

$h_A = 15\,cm = 0{,}15\,m$

$h_B = h_E = h_F = 0\,m$

1) $V_B = ?$, $V_C = ?$

SÉ QUE ENTRE A Y C NO HAY FUERZAS NO CONSERVATIVAS HACIENDO TRABAJO, PUES EL PESO ES CONSERVATIVA, Y LA NORMAL SIEMPRE ES PERPENDICULAR AL MOVIMIENTO. NO HAY FUERZA DE ROZAMIENTO ANTES DE LLEGAR A C. ENTONCES:

$\Delta E_{M_{AC}} = W_{FNC_{AC}} = 0$. EN PARTICULAR, TAMBIÉN VALE:

$\Delta E_{M_{AB}} = W_{FNC_{AB}} = 0$.

LUEGO CALCULO: $\Delta E_{M_{AB}} = E_{M_B} - E_{M_A} = 0 \Rightarrow E_{M_A} = E_{M_B}$

$$\overbrace{\frac{1}{2}m\underbrace{\cancel{V_A^2}}_{=0} + mgh_A}^{E_{MA}} = \overbrace{\frac{1}{2}mV_B^2 + \underbrace{\cancel{mgh_B}}_{=0}}^{E_{MB}} \Rightarrow$$

ARRANCA EN REPOSO.

$$\cancel{m}gh_A = \frac{1}{2}\cancel{m}V_B^2 \Rightarrow V_B^2 = 2gh_A$$

$$V_B = \sqrt{2gh_A}$$

$$V_B = \sqrt{2 \cdot 10\,\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}15\,m}$$

$$\boxed{V_B = \sqrt{3\,\frac{m^2}{s^2}} = \sqrt{3}\,\frac{m}{s} = 1{,}73\,\frac{m}{s}}$$

ANÁLOGAMENTE USO LA ECUACIÓN $\Delta M_{AC} = 0 = E_{M_C} - E_{MA}$

$$\frac{1}{2} m V_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2} m V_C^2 + mgh_C$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m V_C^2 = mgh_A - mgh_C = mg(h_A - h_C)$$

$$V_C^2 = \frac{2}{m} \cdot mg(h_A - h_C)$$

$$V_C = \sqrt{2g(h_A - h_C)} = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}05\, m}$$

$$\boxed{V_C = 1 \frac{m}{s}}$$

OBS: PODRÍA TAMBIÉN HABER CALCULADO A PARTIR DE LA EC: $\Delta E_{M_{BC}} = 0$, PERO TENÍA QUE USAR LA V_B CALCULADA PREVIAMENTE.

2) $W_{Froz} = ?$ $\mu_{d_{CD}} = ?$

SI LLEGA A G CON VELOCIDAD NULA QUIERE DECIR QUE EN G TODA LA E_M ES ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA: $E_{M_G} = mgh_G$

SABIENDO QUE ENTRE C Y G LA ÚNICA FNC QUE HACE TRABAJO ES EL ROZAMIENTO ENTRE C Y D, PUEDO CALCULAR:

$$\Delta E_{M_{CG}} = W_{FNC} = \underset{\text{ENTRE C Y D}}{W_{Froz}}$$

$$\Rightarrow W_{Froz} = E_{M_G} - E_{M_C} = mgh_G - \left(mgh_C + \frac{1}{2} m V_C^2\right)$$

$$h_C = h_G$$

$$W_{Froz} = \cancel{mgh_G} - \cancel{mgh_G} - \frac{1}{2} m V_C^2$$

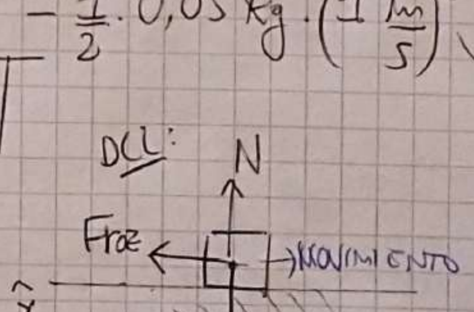
$$W_{Froz} = -\frac{1}{2} m V_C^2 = -\frac{1}{2} \cdot 0{,}05\, kg \cdot \left(1 \frac{m}{s}\right)^2$$

CHEQUEO UNIDADES: $kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = N \cdot m = J$ ✓

$$\boxed{W_{Froz} = -0{,}025\, J}$$

$$W_{Froz} = \int_C^D F_{Froz}\, dx$$

DCL:



$\Rightarrow F_{Froz} = -N \mu_d$

NEWTON

$\hat{y}$) $N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$

$$\Rightarrow W_{FROZ} = \int_C^D -N\mu_d \cdot \hat{x} \cdot dx \cdot \hat{x} = -\mu_d mg \underbrace{\int_C^D dx}_{\Delta x \equiv d_{CD}}$$

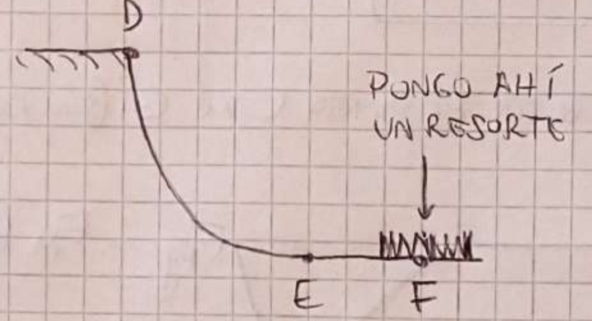
DESPEJO:

$$\Rightarrow \mu_d = -\frac{W_{FROZ}}{mg \cdot d_{CD}} = -\frac{(-0{,}025\,J)}{0{,}05\,kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}06\,m}$$

$$\boxed{\mu_d = \frac{5}{6} = 0{,}833}$$

CHEQUEO UNIDADES

$$\frac{J}{kg\frac{m}{s^2}m} = \frac{J}{N \cdot m} = \frac{J}{J}$$ ✓

3) 

$k = 1\,N/cm$

$$1\frac{N}{cm} \cdot \underbrace{\frac{100\,cm}{1\,m}}_{=1} = 100\frac{N}{m}$$

EN EL MOMENTO DE COMPRESIÓN MÁXIMA DEL RESORTE, LA VELOCIDAD ES NULA. ENTONCES PUEDO PLANTEAR:

$\Delta E_{M_{DF}} = 0$ (NO HAY F_{NC} HACIENDO TRABAJO)

Y ADEMÁS SÉ QUE $\Delta E_{M_{DG}} = 0 = E_{M_G} - E_{M_D}$

$$\Rightarrow mgh_G = mgh_D + \frac{1}{2}mv_D^2 \quad \text{PERO } h_D = h_G$$

$$\underbrace{\cancel{mgh_G} - \cancel{mgh_G}}_{=0} = \frac{1}{2}mv_D^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_D^2 = 0$$

$$v_D = 0$$

OBS: ESTO PODRÍA HABER RESULTADO CLARO YA DEL PUNTO ANTERIOR Y HABER CALCULADO $\Delta E_{M_{CD}} = W_{FROZ}$

TAMBIÉN PODRÍA HABER PENSADO $\Delta E_{M_{FG}} = 0 \Rightarrow E_{M_F} = E_{M_G}$

O PODRÍA HABER CALCULADO $\Delta E_{M_{CF}} = \underbrace{W_{FROZ}}_{\text{YA CALCULADO.}}$

NOTA TODAS ESTAS OPCIONES SON VÁLIDAS.

YO CALCULO: $\Delta E_{M_{DF}} = 0 = E_{M_F} - E_{M_D}$

$$\frac{1}{2}k\Delta x^2 + \underbrace{\cancel{mgh_F}}_{=0} + \underbrace{\cancel{\frac{1}{2}mv_F^2}}_{=0} = mgh_D$$

$$\Delta x^2 = \frac{2mgh_D}{k} \Rightarrow \Delta x = \sqrt{\frac{2mgh_D}{k}}$$

$$\Delta x = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}05\,kg \cdot 10\,\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}1\,m}{100\,\frac{N}{m}}}$$

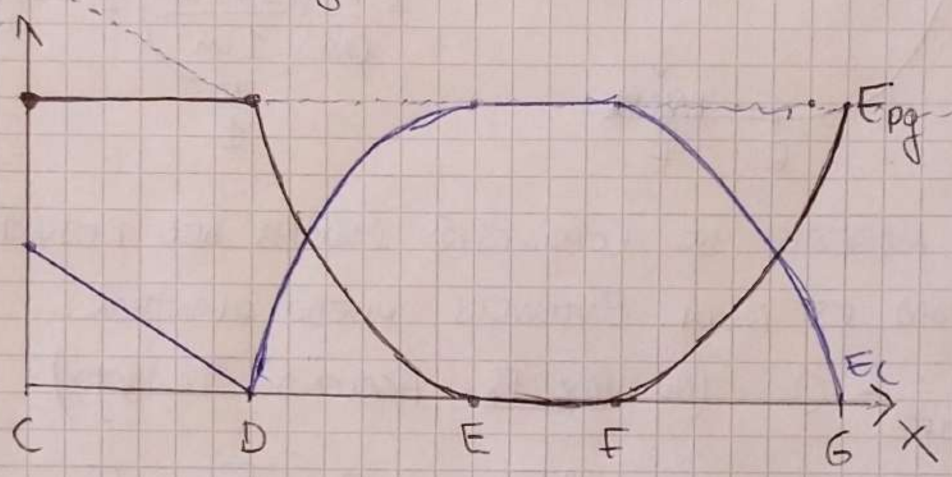
$$\boxed{\Delta x = 0{,}0316\,m = 3{,}16\,cm}$$

CHEQUEO UNIDADES

$$\sqrt{\frac{\overbrace{kg \cdot \frac{m}{s^2}}^{N} \cdot m}{\frac{N}{m}}} = \sqrt{\frac{N \cdot m}{\frac{N}{m}}} = \sqrt{m^2} = m \checkmark$$

GRAFICO E_c, E_{pg} Y E_M DESDE EL PUNTO C AL G (SIN RESORTE)

4)



LA E_{pg} DEPENDE LINEALMENTE DE LA ALTURA h, POR LO TANTO SIGUE LA MISMA FORMA QUE EL DIBUJO DE LA PISTA.

LA ENERGÍA CINÉTICA EN C ES $\neq 0$ Y DISMINUYE LINEALMENTE A MEDIDA QUE AVANZA POR LA ZONA CON ROZAMIENTO, PUES

$$\Delta E_{M_{CD}} = \Delta E_{c_{CD}} = \underline{-F_{roz} \cdot \Delta x}$$

RELACIÓN LINEAL CON PENDIENTE NEGATIVA.

LUEGO ~~COMIENZA~~ LLEGA A CERO EN D Y EMPIEZA A CRECER HASTA SU MÁXIMO ENTRE E Y F. LUEGO VUELVE A BAJAR A CERO EN G.

ES IMPORTANTE NOTAR QUE $E_c + E_{pg} = E_M$, POR LO TANTO LA SUMA DE LOS VALORES DE LAS CURVAS PARA TODO X DEBE SER IGUAL A E_M.

E_M DISMINUYE ENTRE C Y D Y LUEGO ES CONSTANTE.