Parte II: movimiento 2D

(8) La posición de una partícula en el espacio se puede describir con el siguiente vector posición $\mathbf{r}(t) = (t^3 + 2t + 1, -e^{2t}, cos(3t))$ [reflexione sobre cuál es la unidad de t en este caso]. Calcule :

(a) $\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$; (b) $|\mathbf{v}(t)| = |\frac{d\mathbf{r}}{dt}|$; (c) $\mathbf{a}(t) = \frac{d\mathbf{r}}{d^2t}$.

En los tres casos especializar en $t = 0$ y en $t = \pi/6$.

a) $v(t) = \frac{dr}{dt} = \left(3t^2 + 2, -2e^{2t}, -3\sin 3t\right)$

b) $|v(t)| = \sqrt{(3t^2+2)^2 + (-2e^{2t})^2 + (-3\sin 3t)^2}$

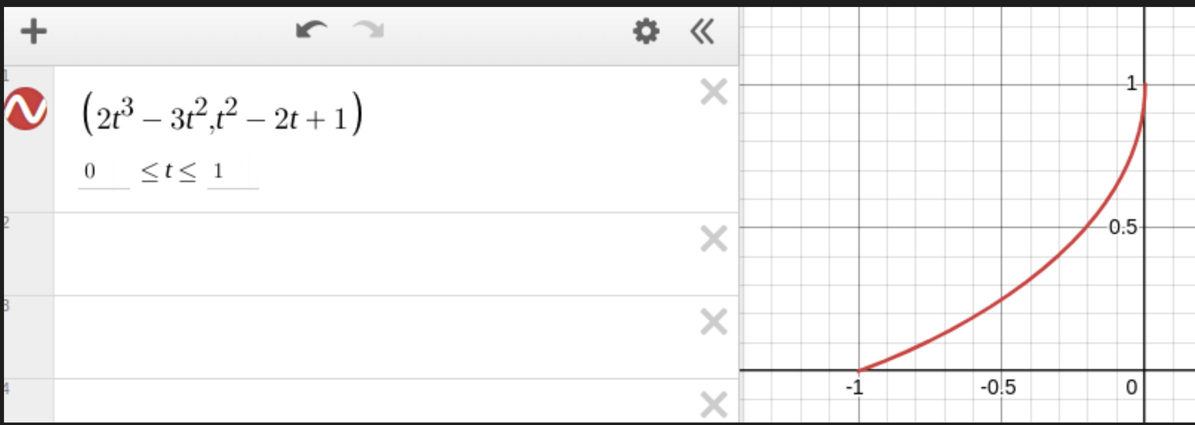
c) $a(t) = \frac{dr}{d^2t} = \left(6t, -4e^{2t}, -9\cos 3t\right)$

(9) Un coche viaja a lo largo de una curva sobre un plano. Sus coordenadas cartesianas en función del tiempo están dadas por las ecuaciones: $x(t) = 2\frac{m}{s^3}t^3 - 3\frac{m}{s^2}t^2$, $y(t) = \frac{m}{s^2}t^2 - 2\frac{m}{s}t + 1m$. Halle:

(a) La posición del coche en $t = 1$ segundo.

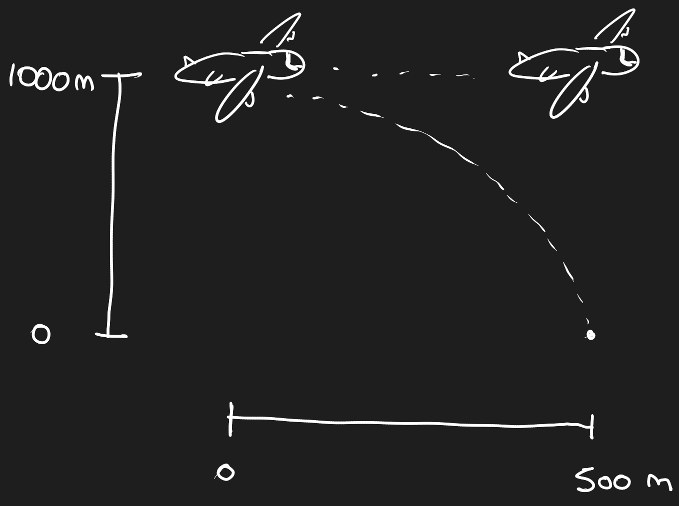
(b) Los vectores $\mathbf{v}(t)$ y $\mathbf{a}(t)$.

(c) Los instantes en que $\mathbf{v} = 0$.



a) reemplazo t=1
b) derivo 1 y 2 veces con respeto a t
c) igualo v(t)=0 y calculo el t o los t

10 Una avioneta vuela horizontalmente a 1000m de altura y deja caer un paquete. Este golpea el suelo 500m más adelante del lugar donde fue arrojado. Calcule la velocidad del avión y a qué altura está el paquete cuando avanzó 100m en la dirección horizontal.



MRU en eje horizontal

MRUV en eje vertical

$$X_y(t) = X_y^0 + v_y^0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} g \cdot (t - t_0)^2$$

$$0\,m = 1000\,m - 5\,\frac{m}{s^2} \cdot t^2$$

$$200\,s^2 = t^2$$

$$\Rightarrow t = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot s$$

MRU

$$X_x(t) = X_x^0 + v_x \cdot (t - t_0)$$

$$500\,m = 0 + v_x \cdot 10\sqrt{2} \cdot s$$

$$\frac{50}{\sqrt{2}} \cdot \frac{m}{s} = 25 \cdot \sqrt{2}\,\frac{m}{s} = v_x$$

$$\boxed{v_x = 25 \cdot \sqrt{2}\ \frac{m}{s}}$$

Avanzar 100 metros en la dirección horizontal es equivalente a decir que avanzó 1/5 del recorrido (pues en el eje horizontal es MRU).

Entonces puedo tomar el tiempo total y dividirlo por 5.

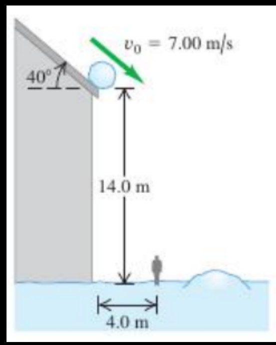
Y luego evalúo a qué altura está el paquete en ese t/5

11 Una bola de nieve rueda del techo de un granero con inclinación hacia abajo de 40°.El borde del techo está a 14m del suelo y la bola tiene una rapidez de 7m/s al salir del techo. Puede despreciarse la resistencia del aire.

(a) ¿A qué distancia del borde del granero golpea la bola el piso si no golpea otra cosa al caer?

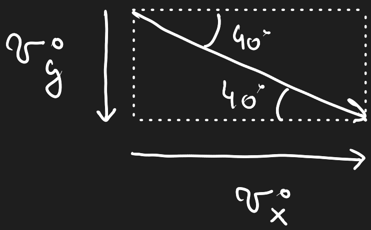
(b) Dibuje los gráficos $x(t)$, $y(t)$, $v_x(t)$ y $v_y(t)$ para el movimiento de la bola.

(c) Un hombre de 1.9m de estatura está parado a 4m del granero. ¿Lo golpeará la bola?



$$v_0 = (v_x^0, v_y^0)$$

SOH CAH TOA



$$\sin 40° = \frac{v_y^0}{7\,\frac{m}{s}} \qquad \cos 40° = \frac{v_x^0}{7\,\frac{m}{s}}$$

$$v_y^0 = 4{,}5\ \frac{m}{s} \qquad v_x^0 = 5{,}36\ \frac{m}{s}$$

Con esto ya tengo velocidades iniciales para el desplazamiento horizontal (MRU) y el desplazamiento vertical (MRUV)

a) Calculo el tiempo de la caída con velocidad inicial (MRUV) y uso ese tiempo para calcular el desplazamiento horizontal con la velocidad inicial horizontal (MRU)

c) Veo a qué altura está la bola cuando su posición horizontal está a 4 m del granero.

(12) Se lanza una pelota con una dirección α respecto a la horizontal y con una velocidad inicial de 20m/s desde el borde de un cantilado de 45m de altura. En el instante de lanzamiento, una mujer comienza a correr alejándose de la base del acantilado con velocidad constante de 6m/s. La mujer corre en línea recta sobre suelo plano, y puede despreciarse la acción de la resistencia del aire sobre la pelota.

(a) ¿Con qué ángulo α por arriba de la horizontal deberá lanzarse la pelota para que la corredora la atrape justo antes de que toque el suelo?

(b) Calcule la distancia que recorre la mujer justo antes de atrapar la pelota. ¿Cuál es el tiempo que tardó en atraparla?

(c) Calcule la velocidad de la pelota, en módulo y dirección, en el momento en que es atrapada por la mujer.

(d) ¿Cuál es la componente horizontal de la velocidad de la pelota *relativa* a la mujer?

Para la corredora pienso MRU con v = 6 m/s
Para la pelota tengo un tiro oblicuo.
Quiero usar su posicion horizontal e igualar el tiempo con la corredora.

$$\sin\alpha = \frac{v_y^0}{20\frac{m}{s}}$$

a) $$x_y(t) = x_y^0 + v_y^0 \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} g \cdot (t - t_0)^2$$

$$0m = 45m + 20\frac{m}{s} \cdot \sin\alpha \cdot t - 5\frac{m}{s} t^2$$

$$x_x(t) = x_x^0 + v_x^0 \cdot (t - t_0)$$

$$x_x(t) = 20\frac{m}{s} \cdot \cos\alpha \cdot t$$

Chica:

$$x_x(t) = 6\frac{m}{s} \cdot t$$

$$\Rightarrow 20\,\frac{m}{s} \cdot \cos\alpha \cdot t = 6\,\frac{m}{s} \cdot t$$

$$20\,\frac{m}{s} \cdot \cos\alpha = 6\,\frac{m}{s}$$

$$\cos\alpha = 0{,}3$$

$$\alpha = 80{,}603^{\circ}$$

Con esto ya puedo calcular todo lo demás.