

# Mediciones Directas e Indirectas

Carreira Leandro Emmanuel, Krick Javier Agustín, Moran Matias Nicolas  
*Laboratorio 2 - Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA*

## Resumen

Este estudio se centra en la percepción temporal y la propagación de errores en mediciones espaciales. Se llevaron a cabo tres experimentos: dos de mediciones directas (1A y 1B) y uno de mediciones indirectas (2). En los experimentos directos, se empleó un cronómetro para medir el tiempo entre eventos idénticos, utilizando un diodo LED en el 1A y un buzzer en el 1B como marcadores de inicio/fin. Se encontró que las mediciones en el experimento 1B fueron más precisas que en el 1A. El experimento 2 implicó realizar tres mediciones indirectas para determinar el volumen de un cuerpo. Se calculó el volumen a partir de las dimensiones métricas del objeto, el volumen basado en la masa y densidad del aluminio, y el volumen desplazado por inmersión en agua. La propagación de incertidumbres se utilizó para estimar la precisión de las mediciones. El método de desplazamiento de agua resultó ser el más preciso. Los objetivos incluyen explorar metodologías de medición, comprender sus ventajas y suposiciones, propagar incertidumbres y aplicar conceptos como precisión y exactitud. Estos serán fundamentales para el análisis de resultados.

## I. Introducción

Este informe tiene como objetivo comparar los estadísticos derivados de las mediciones realizadas por los observadores en dos experimentos: el Experimento 1A, que involucra el uso de un diodo LED como marcador temporal, y el Experimento 1B, que utiliza un buzzer para el mismo propósito. Para llevar a cabo esta comparación, nos basaremos en las siguientes ecuaciones ampliamente reconocidas en el campo de la estadística descriptiva:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{N} \quad (1)$$

$$S = \sum_{i=1}^N \frac{(x_i - \bar{x})^2}{N} \quad (2)$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad (3)$$

Criterio de Scott [\[1\]](#):

$$Fc = \frac{3.49S}{\sqrt[3]{N}} \quad (4)$$

Expresión de Medida o Lectura:

$$\left( \bar{X} \pm \sqrt{\epsilon_{inst}^2 + \epsilon_{est}^2} \right) \quad (5)$$

con:

$$\epsilon_{est}^2 = \frac{S}{\sqrt{N}}$$

Respecto al segundo experimento se comparan tres métodos indirectos para medir el volumen de un objeto de aluminio con forma de prisma rectangular y un orificio cilíndrico pasante. Estos métodos incluyen: (1) cálculo a partir de dimensiones métricas del prisma, (2) cálculo a partir de la masa del objeto y la densidad conocida del aluminio, y (3) medición del volumen desplazado en agua. A través de estos métodos, determinó la precisión de cada técnica, destacando las ventajas y limitaciones de cada enfoque. La propagación de incertidumbres se utiliza para evaluar la precisión de las mediciones.

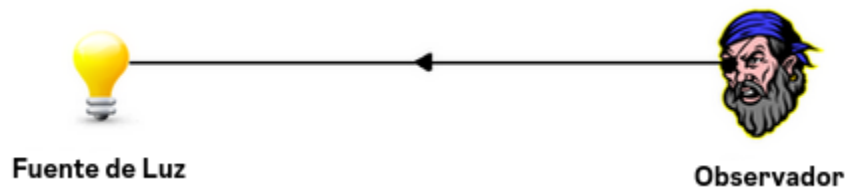
## II. Desarrollo experimental

### Parte 1 - Mediciones Directas

En esta fase experimental, los observadores iniciarán y detendrán el cronómetro en respuesta a estímulos asociados con los eventos de interés. El objetivo es comparar los resultados obtenidos y determinar si existen diferencias significativas en los tiempos observados.

#### Actividad 1A : Observación y Registro de una Misma Magnitud

El Experimento 1A implica que el observador visualice un emisor de luz LED apagado (*Diagrama 1*). Cuando el observador detecte que el emisor se enciende, deberá presionar el botón del cronómetro para iniciar la medición del tiempo. Posteriormente, al observar que el emisor se enciende nuevamente después de un cierto intervalo de tiempo, el observador presionará nuevamente el botón para detener el cronómetro y registrar el tiempo transcurrido.



*Diagrama 1: Experimento 1A*

Se llevaron a cabo 100 mediciones, distribuidas equitativamente entre tres observadores. Con el objetivo de evitar sesgos introducidos por los observadores, se modificó aleatoriamente el orden de las mediciones utilizando código simple en el lenguaje de programación Python [\[2\]](#).

Se generaron histogramas para las primeras 20 observaciones (Figura 1.x), las primeras 60 observaciones (Figura 2.x) y para el conjunto completo de mediciones (Figura 3.x).

Para cada uno de estos histogramas, se exploraron tres variantes: la primera utilizando el Criterio de Scott (Ecuación 3) para determinar la cantidad de intervalos (bins), la segunda utilizando la mitad del Criterio de Scott y la tercera utilizando el doble del Criterio de Scott.

### Actividad 1B: Importancia de las Variables del Problema

El Experimento 1B sigue un procedimiento similar al del Experimento 1A, con la diferencia de que el estímulo utilizado será el sonido de un buzzer en lugar del emisor LED (*Diagrama 2*)

Tanto el buzzer como el emisor LED son componentes simples conectados a la misma fuente de corriente eléctrica para garantizar que los tiempos reales de ambos estímulos sean consistentes. Ambos dispositivos se ubicaron a una distancia de 1 metro del observador. El cronómetro utilizado fue el de un dispositivo móvil, con una precisión de 0.01 segundo (10 milisegundos).



*Diagrama 2: Experimento 1B*

Se generaron histogramas para las primeras 20 observaciones (*Figura 4.x*), las primeras 60 observaciones (*Figura 5.x*) y para el conjunto completo de mediciones (*Figura 6.x*).

Para cada uno de estos histogramas, se exploraron tres variantes: la primera utilizando el Criterio de Scott para determinar la cantidad de intervalos (bins), la segunda utilizando la mitad del Criterio de Scott y la tercera utilizando el doble del Criterio de Scott.

Finalmente, se compararon los histogramas resultantes de ambos experimentos con el conjunto completo de observaciones en la *Figura 7*.

### Parte 2 - Mediciones Directas del Prisma

El objeto estudiado tiene forma de prisma rectangular con un orificio pasante cilíndrico que atraviesa sus dos caras más pequeñas. Para evaluar sus dimensiones externas y las del orificio interno, se utilizó un calibre. Luego, se midió la masa del objeto con una balanza. Para medir el volumen desplazado, se insertó el objeto en un tubo lleno de agua y se registraron los niveles antes y después de sumergir el objeto.

Para determinar las dimensiones del prisma, se tomaron medidas ortogonales desde diversas ubicaciones para los lados  $l$  como lo muestra el diagrama 3. Para la altura, designada como  $h$  (ver el diagrama 3), se realizaron mediciones desde diferentes caras y posiciones también de manera

ortogonal. El diámetro del orificio pasante, denominado  $d$ , se midió varias veces para obtener un valor preciso (ver diagrama 4).

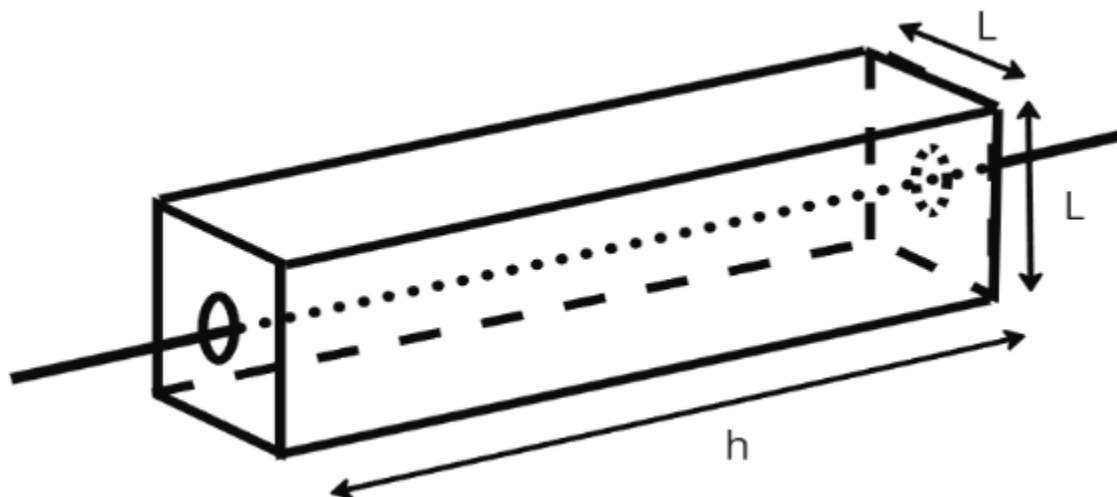


Diagrama 3: Experimento 2

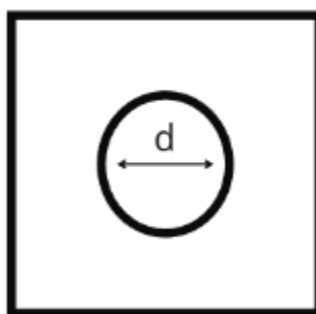


Diagrama 4: Experimento 2

En la balanza, se realizaron tres mediciones para obtener un valor consistente de la masa del objeto. En cuanto al volumen de agua en el tubo, se midió inicialmente sin el objeto y posteriormente con él, registrando la diferencia. Durante este proceso, se tomaron precauciones para evitar errores, como asegurarse de que el objeto no tuviera burbujas atrapadas en el orificio cilíndrico pasante. La temperatura del día se encontraba en un rango adecuado para poder medir adecuadamente con el tubo.

## Parte 2 - Mediciones Indirectas

Dado que las mediciones directas indican consistencia independientemente del punto de medición en el lado, se decidió calcular primero el volumen a través de sus dimensiones asumiendo que la pieza tenía la forma de un prisma rectangular con un orificio cilíndrico pasante. Este modelo tiene limitaciones: no considera posibles huecos de aire o vacíos en el prisma que podrían reducir la cantidad de aluminio presente. Además, las esquinas estaban ligeramente redondeadas, lo que podría llevar a una sobreestimación del volumen. Para calcular el volumen del prisma rectangular, se multiplicó el área de la base por la altura, restando el volumen del orificio pasante cilíndrico. Las ecuaciones para calcular el volumen y la propagación de errores se presentan a continuación:

$$V = l^2 h - \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h$$

$$V = h(l^2 - \frac{\pi}{4}d^2)$$

$$\Delta v = |Vh|\Delta h + |Vl|\Delta l + |Vd|\Delta d$$

$$(\Delta h = \Delta l = \Delta d \wedge 0 \leq h \leq l < d) \rightarrow$$

$$\Delta v = (l^2 - \frac{\pi}{4}d^2 + 2lh + \frac{\pi}{2}dh)\Delta h$$

El segundo método empleado consistió en calcular el volumen (v) utilizando la relación entre la masa (m) y densidad(d). Esta técnica se basa en la fórmula general para la densidad, que es la masa dividida por el volumen. De allí se calcula que  $v = m/d$ . Sin embargo, este enfoque tiene una limitación: desconocemos el tipo específico de aleación de aluminio que estábamos utilizando. Debido a esta falta de información, utilizamos el valor estándar de densidad para el aluminio, proporcionado por la American Society of Metals [\[3\]](#). La densidad del aluminio varía según el tipo de aleación, pero la American Society of Metals indica que 2.7 g/ml es un buen valor estimado y suele proporcionar resultados razonablemente precisos. Ya que no sabemos bien el tipo de aleación y además la Society of Metals indica la densidad con un único decimal, decidimos agregar un error de 0.1 g/ml. La fórmula para calcular la propagación de errores se encuentra a continuación:

$$\Delta v = |Vm|\Delta m + |Vd|\Delta d$$

$$\Delta v = \frac{1}{d}\Delta m + \frac{m}{d^2}\Delta d$$

El último método para calcular el volumen fue el desplazamiento de agua. Se midió el cambio en el nivel del agua en un tubo al sumergir el objeto de aluminio, determinando así el volumen desplazado. De esta manera la fórmula quedaría  $v=m_2-m_1$  donde v es el volumen y  $m_1$  y  $m_2$  la primera y segunda medición respectivamente.

Este método puede tener limitaciones. Si el objeto contiene huecos de aire o vacíos, el volumen calculado será mayor que el real. Además, las burbujas de aire en el orificio cilíndrico pasante pueden dar lecturas inexactas. Aunque se minimizó esta posibilidad, no se pudo descartar por completo. En resumen, este método proporciona una estimación, pero la precisión depende de evitar aire atrapado y considerar posibles vacíos. La fórmula obtenida de la propagación de errores se encuentra a continuación:

$$\Delta v = |m_2|\Delta m_2 - |m_1|\Delta m_1$$

$$\Delta v = \Delta m_2 + \Delta m_1$$

### III. Resultados y análisis

#### Parte 1 - Mediciones Directas

##### Actividad 1A - Mediciones Visuales:

Al analizar los histogramas correspondientes a 20, 60 y 100 mediciones (*Figura 1.1*, *Figura 2.1* y *Figura 3.1*), se observa una notable evolución en la distribución de los datos. El histograma de 60 datos comienza a adoptar la forma de una campana de Gauss, mientras que el primero, con solo dos bins, carece de la claridad necesaria para interpretarse como tal. El último, que incluye la totalidad de las mediciones, muestra una mayor similitud con la distribución gaussiana mencionada previamente, aunque presenta datos más extremos en la mitad derecha y una mayor concentración de datos cerca de la media en la mitad izquierda, posiblemente debido a un sesgo de medición por parte de los observadores.

Al duplicar el valor del Criterio de Scott para las 20 mediciones (*Figura 1.3*), no se obtiene una representación más clara de la campana de Gauss, debido a la limitada cantidad de datos que dificulta la representación adecuada de la distribución subyacente. Incrementar el número de bins a la mitad del Criterio de Scott para los histogramas de 60 y 100 mediciones (*Figura 2.3* y *Figura 3.3*) resulta en una representación más precisa de la distribución, aunque aún se observan bins que quedan muy por debajo o por encima de la curva gaussiana esperada. Del mismo modo, utilizar la mitad del Criterio de Scott como cantidad de bins muestra una distribución uniforme para las 20 mediciones (*Figura 1.2*), solo dos bins poco representativos para las 60 mediciones (*Figura 2.2*) y tres bins también poco representativos para las 100 mediciones (*Figura 3.2*). En conclusión, el Criterio de Scott parece ser la mejor opción visualmente para representar la distribución de las mediciones en este problema.

Se observa que las medidas de posición, como la media y la mediana, son muy similares entre las muestras de 20 y 60 mediciones, mientras que la moda (el valor más frecuente) en las 20 mediciones está compuesta por tres valores distintos y dispersos, lo cual es esperable en una muestra pequeña. Por otro lado, en las 100 mediciones, tanto la media como la mediana y las modas están ubicadas muy cerca unas de otras, lo que concuerda con la esperanza de que, a medida que aumenta el tamaño de la muestra, si la distribución tiende a una normal, estas medidas deberían converger.

Para calcular el error absoluto, primero calculamos el error de estimación usando la ecuación (6):

$$\epsilon_{est} = \frac{0.15 \text{ s}}{\sqrt{100}} = 0.015 \text{ s}$$

tomamos el error del cronómetro como 0.01 segundos, obteniendo un error absoluto:

$$\epsilon_{abs} = \sqrt{0.01^2 + 0.015^2} \text{ s}$$

$$\epsilon_{abs} = 1.8 \times 10^{-2} \text{ s}$$

Y una lectura final:

$$(1.11 \pm 1.8 \times 10^{-2}) s$$

La desviación estándar de los 100 datos resultó ser de 0.15, lo cual es aproximadamente un orden de magnitud mayor que el error absoluto. Si se desea continuar reduciendo este error, se podría considerar tomar una mayor cantidad de observaciones, teniendo en cuenta que la cota inferior estará determinada por el error del cronómetro, que es de 0.01 segundos. Esto implica que, aunque se aumente el número de observaciones, no se podrá reducir el error por debajo de este límite establecido por la precisión del instrumento de medición.

### Actividad 1B - Mediciones Sonoras:

Siguiendo un procedimiento similar al de la Actividad 1A, se generaron histogramas para 20, 60 y 100 mediciones.

Para las primeras 20 mediciones, utilizando el Criterio de Scott, se observa una figura que se asemeja a una curva gaussiana (*Figura 4.1*). Sin embargo, dada la limitada cantidad de datos, esta similitud podría atribuirse simplemente a la casualidad.

Al igual que en la actividad anterior, los histogramas de 60 y 100 mediciones (*Figura 5.1* y *Figura 6.1*) muestran un mejor ajuste a una distribución gaussiana. Además, se observa que duplicar o dividir a la mitad el Criterio de Scott tiende a producir histogramas poco informativos (*Figura 5.2* y *Figura 6.2*) o con grandes variaciones respecto a la curva gaussiana esperada (*Figura 5.3* y *Figura 6.3*).

Se observa una baja variabilidad en la media y la mediana entre los tres conjuntos de mediciones, así como una gran proximidad entre diferentes medidas de posición estadística.

Destaca especialmente el histograma de 100 mediciones, donde la media, la moda y la mediana tienen exactamente los mismos valores (redondeados al segundo decimal).

Para calcular el error absoluto, primero calculamos el error de estimación usando la ecuación (6), notando que en este caso la desviación estándar es la mitad que el de la Actividad 1A:

$$\epsilon_{est} = \frac{0.07 s}{\sqrt{100}} = 0.007 s$$

obteniendo un error absoluto:

$$\epsilon_{abs} = \sqrt{0.01^2 + 0.007^2} s$$

$$\epsilon_{abs} = 1.2 \times 10^{-2} s$$

Y una lectura final:

$$(1.14 \pm 1.2 \times 10^{-2}) s$$

En esta actividad, se observa que el error absoluto está mucho más cerca de la cota del error instrumental, lo que sugiere que la medición mediante estímulos auditivos es considerablemente más precisa que su contraparte visual.

En la Figura 7, se aprecia claramente cómo el histograma de las mediciones sonoras presenta una menor dispersión en comparación con el de las mediciones visuales.

Además, se nota una diferencia en las posiciones centrales de los histogramas, con un ligero sesgo hacia valores más bajos en las mediciones visuales.

## **Parte 2 - Resultados de las mediciones directas**

Se determinaron las dimensiones del prisma rectangular con un calibre de alta precisión. Los resultados de las mediciones indican lo siguiente: La longitud medida para los lados del prisma fue de  $15.9 \pm 0,02$  mm, con una consistencia en todas las ubicaciones de medición. La altura del prisma, medida desde diferentes caras y posiciones, resultó ser de  $51.0 \pm 0.02$  mm. El diámetro del orificio cilíndrico se midió en  $6.38 \pm 0.02$  mm, con mediciones repetidas para asegurar la consistencia y precisión. Respecto a la masa, las tres mediciones registradas en la balanza marcaron una masa de  $27 \pm 1$  g. En cuanto a la medición directa de volumen, los resultados registrados del tubo marcaron que había un  $58 \text{ ml} \pm 1 \text{ ml}$  de volumen inicial de agua cuando el objeto no había sido introducido. Tras sumergir el objeto, el volumen en el tubo fue de  $68 \text{ ml} \pm 1 \text{ ml}$ . La temperatura ambiente según el informe meteorológico nacional era de  $20^\circ\text{C}$ , equivalente a la temperatura necesaria para que funcione correctamente el tubo de medición.

## **Parte 2 - Resultados de las mediciones indirectas**

El volumen del objeto medido indirectamente a través de sus dimensiones dio  $11.26 \pm 4,70$  ml. El cálculo del volumen a partir del peso y la densidad del aluminio dio  $11.6 \pm 3.7$  ml. La medición indirecta que para medir el volumen del prisma utilizando los datos correspondiente al agua desplazada en un tubo arrojó un valor de  $10 \pm 2$  ml. Los tres métodos proporcionaron resultados similares y hay un solapamiento en la cobertura de error. Sin embargo, la medición indirecta calculando el agua desplazada resultó ser el método más preciso. Nótese que la proporción de error cuando se medía con el calibre dio como máximo midiendo el diámetro del orificio y tuvo un valor de 0,31% mientras que la medición directa en el tubo tuvo un error significativamente más grande y dio como mínimo 1,64% y sin embargo la medición indirecta que utilizaba dicha medición directa resultó ser el más precisa debido a su menor propagación de errores.



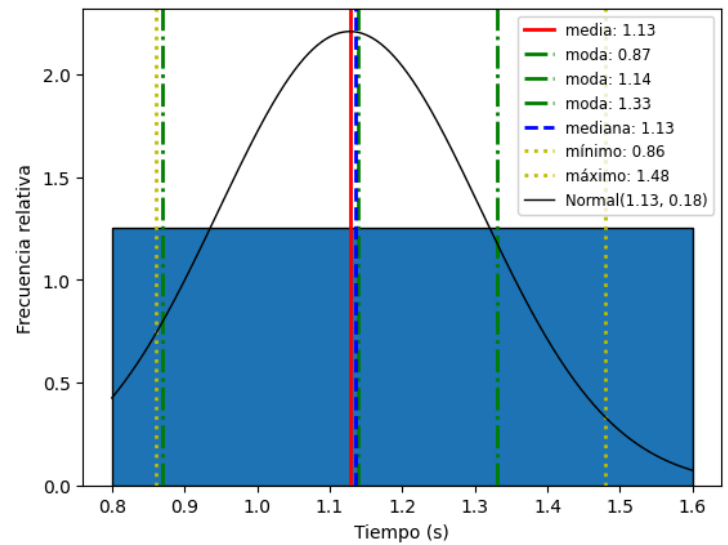
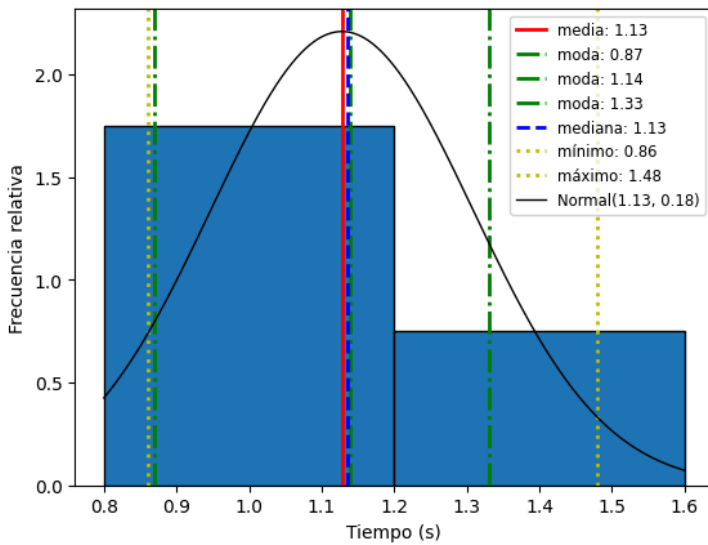
#### IV. Conclusiones

En la primera parte de este estudio, se llevaron a cabo dos actividades experimentales para investigar la percepción temporal mediante mediciones directas visuales y sonoras. A través del análisis de histogramas para 20, 60 y 100 mediciones en cada actividad, se observó que las mediciones sonoras mostraron una mayor precisión en comparación con las mediciones visuales. Esto se evidenció por la cercanía del error absoluto al límite del error instrumental en las mediciones sonoras, mientras que en las mediciones visuales el error absoluto fue considerablemente mayor. Además, se encontró que el histograma de las mediciones sonoras presentaba una menor dispersión en comparación con el de las mediciones visuales, lo que sugiere una mayor consistencia en los datos obtenidos mediante estímulos auditivos. En la Figura 7, se observó un ligero sesgo hacia valores más bajos en las mediciones visuales, indicando una tendencia a subestimar los intervalos temporales en comparación con las mediciones sonoras.

En la segunda parte del estudio, se compararon tres métodos para medir indirectamente el volumen de un objeto: Se calculó el volumen considerando las dimensiones del objeto, se calculó el volumen con su peso y densidad, y se midió indirectamente calculando el desplazamiento de agua en un tubo cuando se ingresaba el objeto. La medición indirecta calculando el desplazamiento del agua se destacó por su menor propagación del error comparado a los otros métodos pese a utilizar mediciones indirectas con un porcentaje de error más elevado. El método que utilizaba las dimensiones del objeto, asume que la pieza es un prisma rectangular ideal con un orificio cilíndrico pasante y puede sobreestimar el volumen debido a posibles huecos de aire o esquinas redondeadas. El método que calcula el volumen a partir de la relación entre masa y densidad, tiene el inconveniente de que no se conoce la aleación exacta del aluminio, por lo que se usó un valor de densidad estándar que puede tener cierta variabilidad. El tercer método, que se basa en el desplazamiento de agua, puede ser inexacto si el objeto tiene vacíos internos o burbujas de aire atrapadas en el orificio cilíndrico, lo que podría llevar a una sobreestimación del volumen real. Esto podría hacer que la propagación de errores sea aun mayor y que por eso la mejor estrategia sea nuevamente considerar que medir el volumen calculando el desplazamiento de agua es la mejor posición. Se abre la posibilidad para hacer un ensamble de modelos en futuras investigaciones ya que diversificar el origen de los datos, permitiendo que los errores o limitaciones de un modelo sean compensados por las fortalezas de otros.

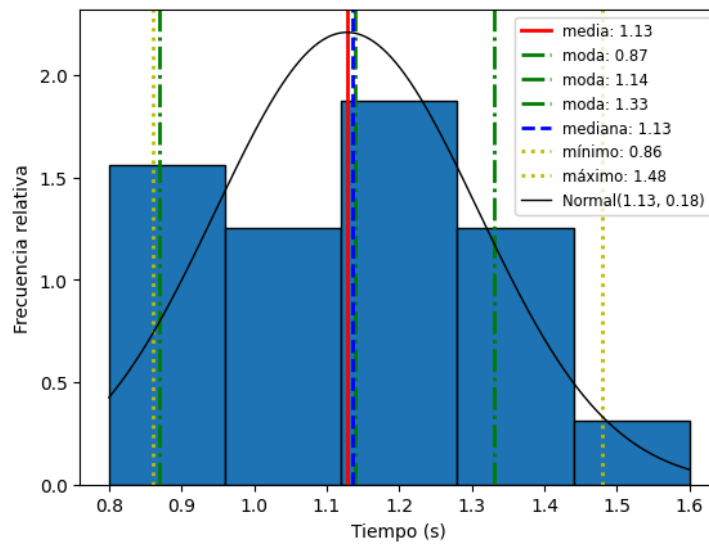
En resumen, en la primera parte del estudio se halló que la medición mediante estímulos sonoros es más precisa y menos dispersa que la medición visual en la percepción temporal. En la segunda parte del estudio, se encontró que debido a la propagación de errores, la medición indirecta calculando el volumen del objeto calculando el agua desplazada en el tubo resultó ser la más precisa que los métodos alternativos

## VI. Apéndice

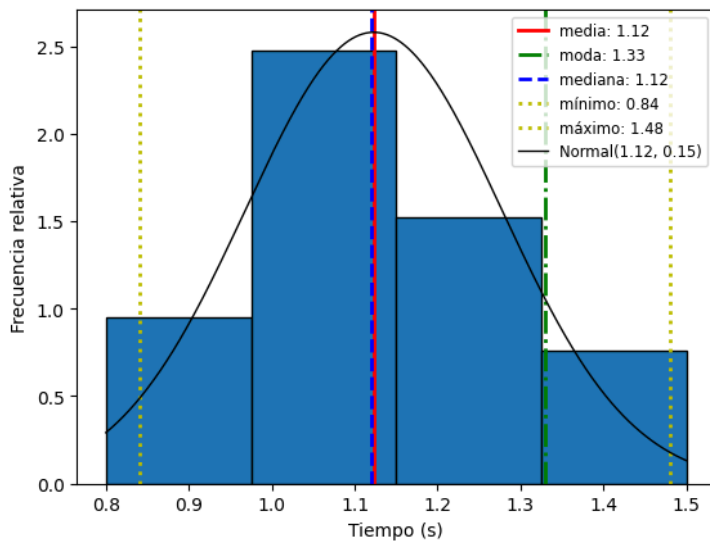


**Figura 1.1:** Histograma de las primeras 20 mediciones visuales usando Criterio de Scott

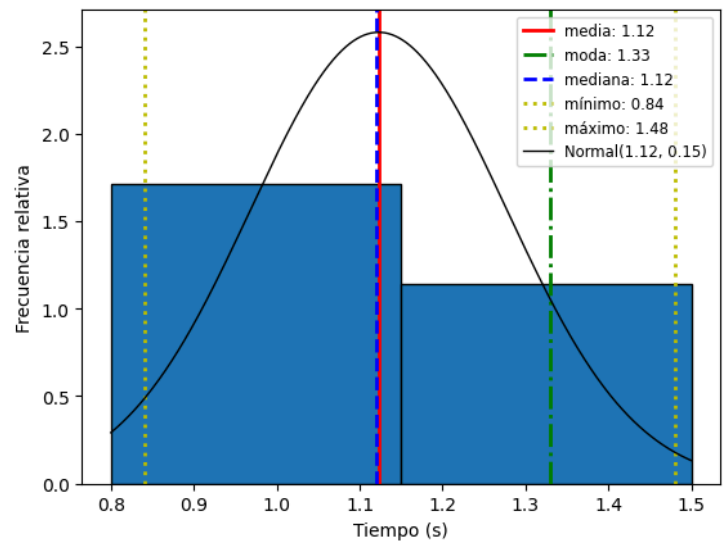
**Figura 1.2:** Histograma de las primeras 20 mediciones visuales usando la mitad del Criterio de Scott



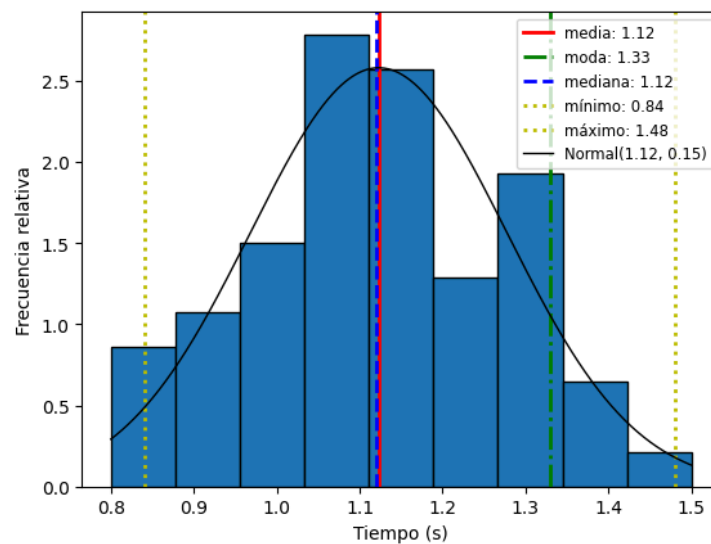
**Figura 1.3:** Histograma de las primeras 20 mediciones visuales usando el doble del Criterio de Scott



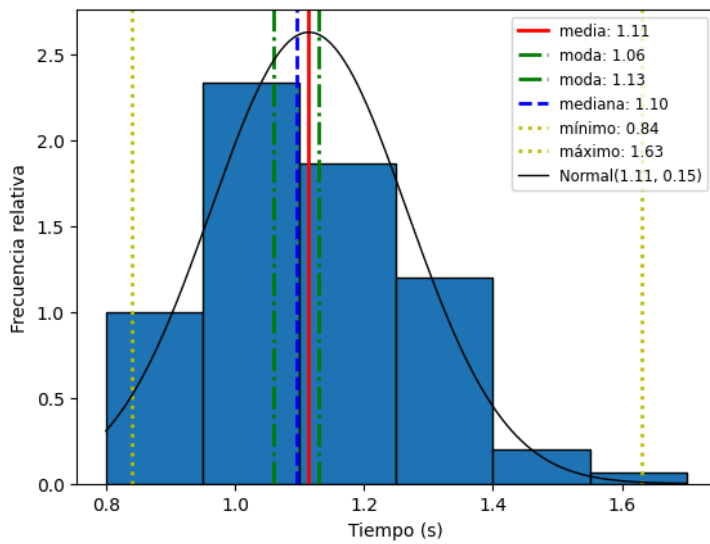
**Figura 2.1:** Histograma de las primeras 60 mediciones visuales usando Criterio de Scott



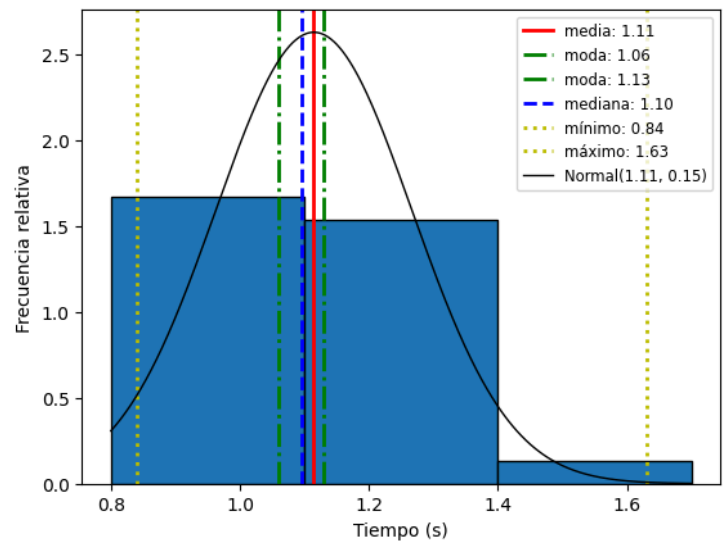
**Figura 2.2:** Histograma de las primeras 60 mediciones visuales usando la mitad del Criterio de Scott



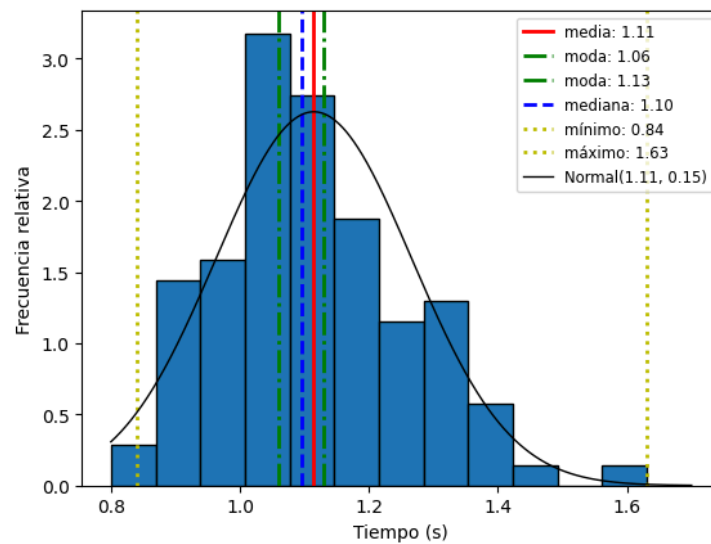
**Figura 2.3:** Histograma de las primeras 60 mediciones visuales usando el doble del Criterio de Scott



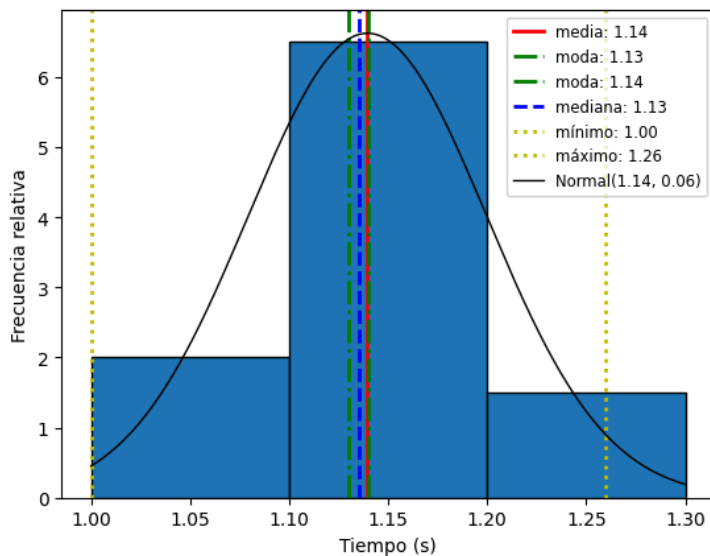
**Figura 3.1:** Histograma de las 100 mediciones visuales usando Criterio de Scott



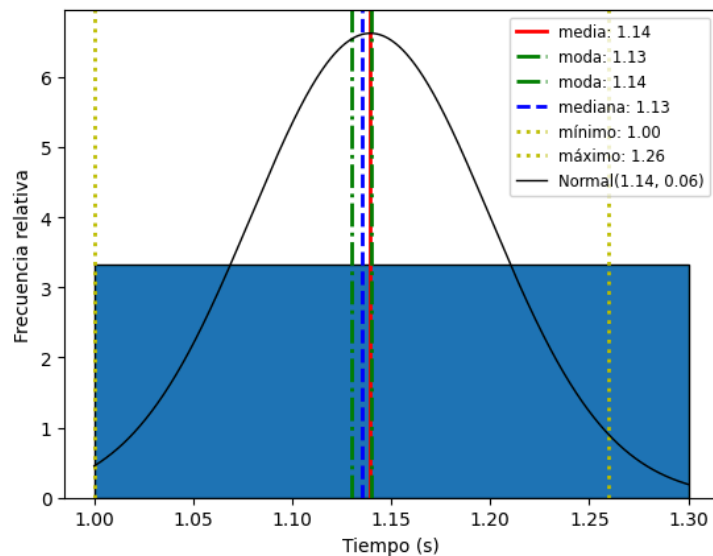
**Figura 3.2:** Histograma de las 100 mediciones visuales usando la mitad del Criterio de Scott



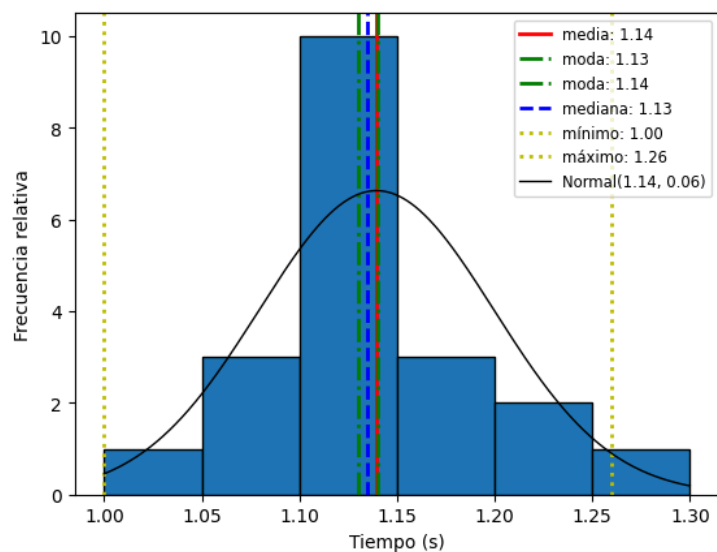
**Figura 3.3:** Histograma de las 100 mediciones visuales usando el doble del Criterio de Scott



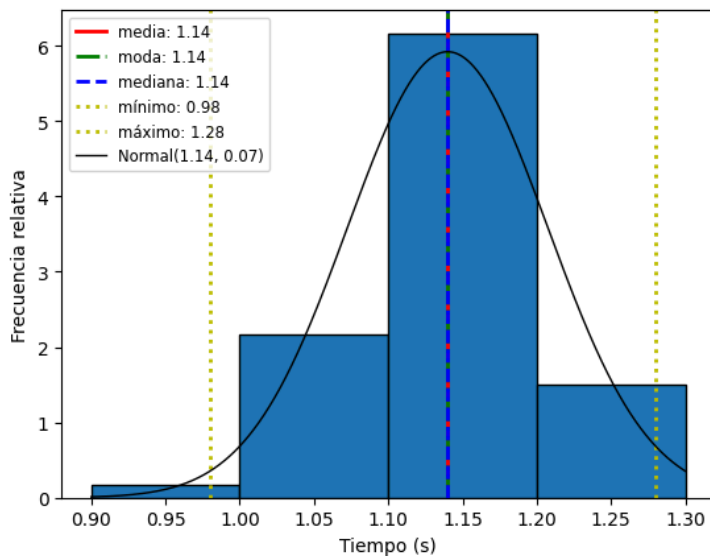
**Figura 4.1:** Histograma de las primeras 20 mediciones sonoras usando Criterio de Scott



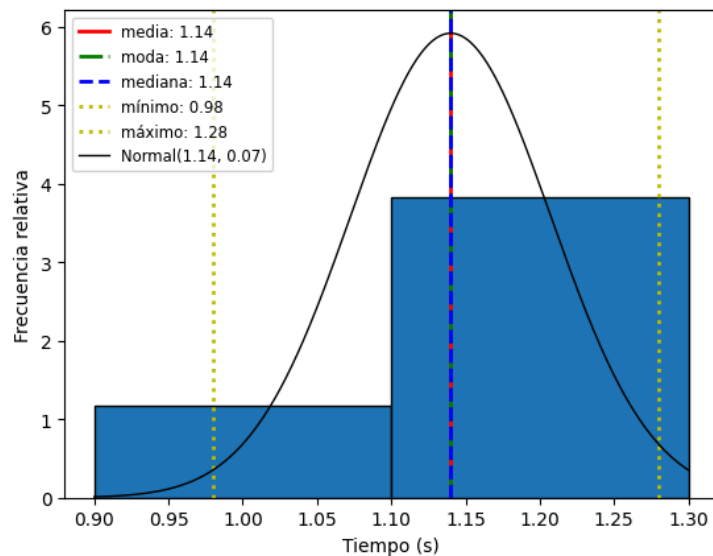
**Figura 4.2:** Histograma de las primeras 20 mediciones sonoras usando la mitad del Criterio de Scott



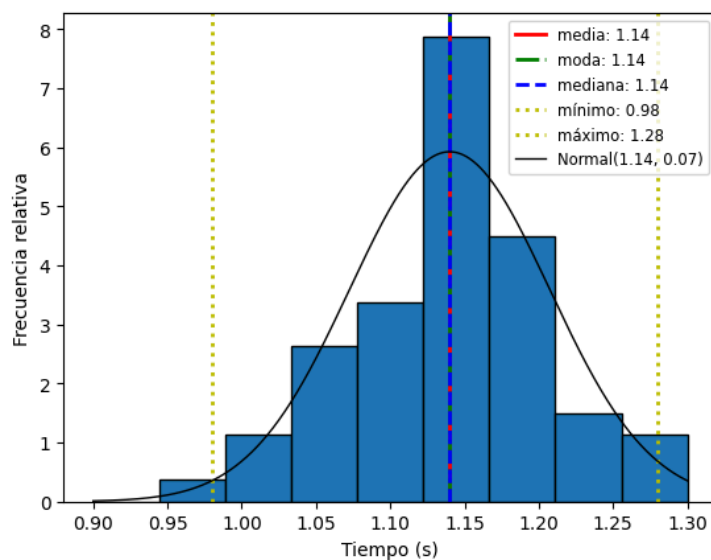
**Figura 4.3:** Histograma de las primeras 20 mediciones sonoras usando el doble del Criterio de Scott



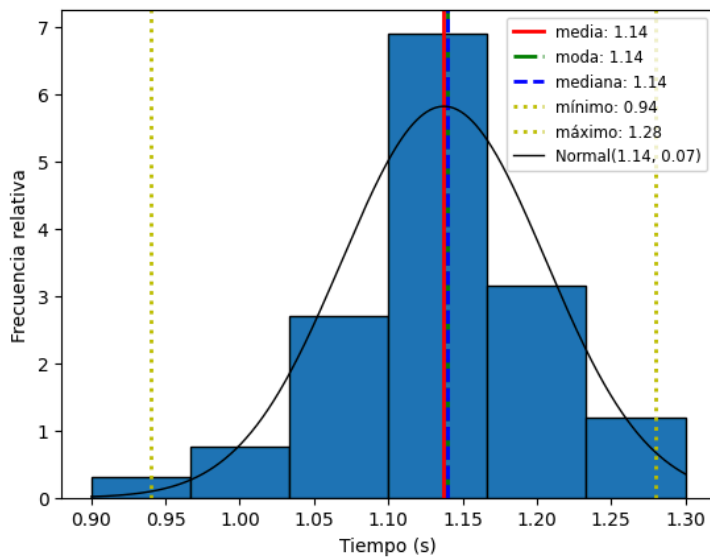
**Figura 5.1:** Histograma de las primeras 60 mediciones sonoras usando Criterio de Scott



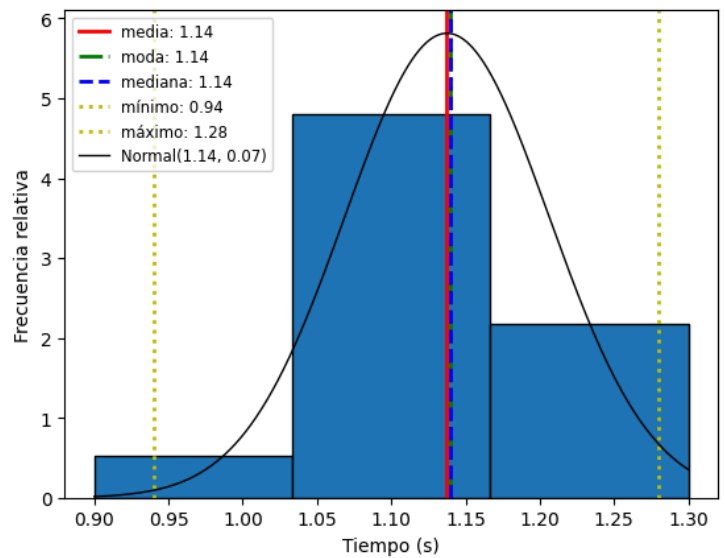
**Figura 5.2:** Histograma de las primeras 60 mediciones sonoras usando la mitad del Criterio de Scott



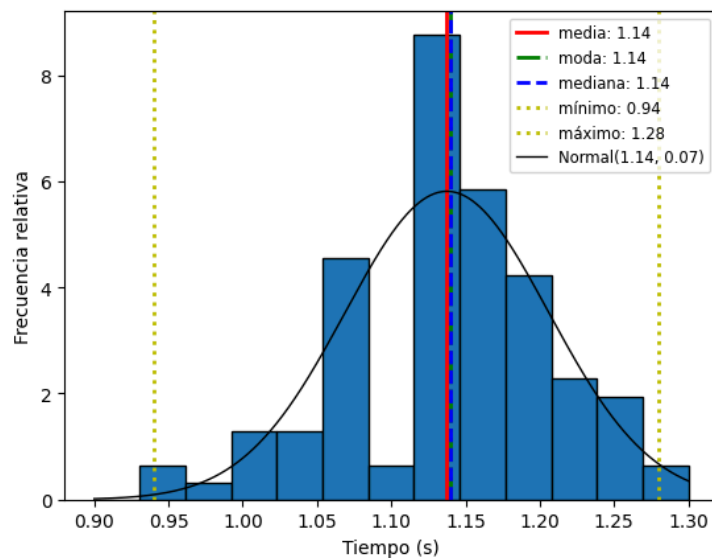
**Figura 5.3:** Histograma de las primeras 60 mediciones sonoras usando el doble del Criterio de Scott



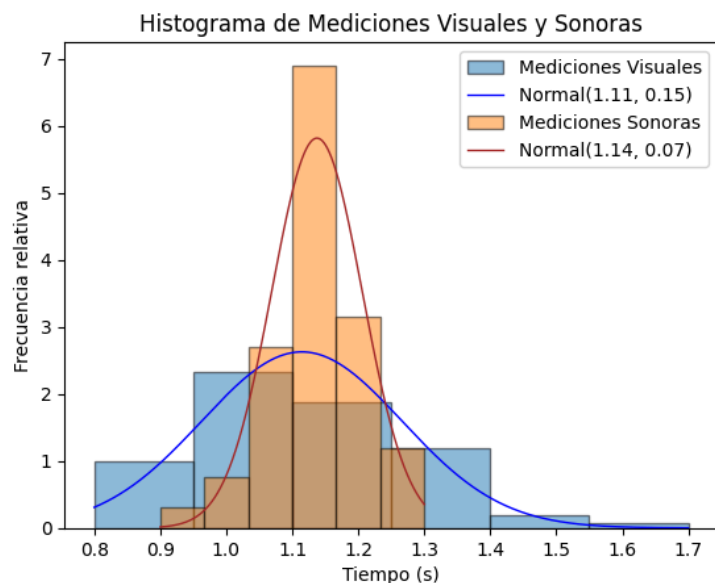
**Figura 6.1:** Histograma de las 100 mediciones sonoras usando Criterio de Scott



**Figura 6.2:** Histograma de las 100 mediciones sonoras usando la mitad del Criterio de Scott



**Figura 6.3:** Histograma de las 100 mediciones sonoras usando el doble del Criterio de Scott



**Figura 7:** Histograma de 100 observaciones sonoras sobre histograma de 100 observaciones visuales.

## VII. Referencias

<sup>[1]</sup> Scott, David W. (1979). "On optimal and data-based histograms". *Biometrika*. 66 (3): 605–610. doi:10.1093/biomet/66.3.605.

<sup>[2]</sup> Notebook interactiva con mediciones y código usado para generar los histogramas:  
<https://colab.research.google.com/github/LecJackS/Mecanica-y-Termodinamica-2024-1C/blob/main/Laboratorios/Labo01/Labo01.ipynb>

<sup>[3]</sup> American Society for Metals  
[https://www.asminternational.org/aluminum-and-aluminum-alloys-subject-guide/#:~:text=Aluminum%20is%20a%20lightweight%20material,C%20\(1215%20%C2%B0F\).](https://www.asminternational.org/aluminum-and-aluminum-alloys-subject-guide/#:~:text=Aluminum%20is%20a%20lightweight%20material,C%20(1215%20%C2%B0F).)