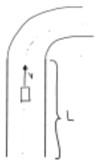
1. Un automóvil recorre una ruta plana. La misma consta de dos tramos: uno recto de $L$ metros y otro circular de 50 m de radio. Existe rozamiento entre el camino y el auto.

   a) Sabiendo que el auto puede ir como máximo a 36km/h. ¿Qué coeficiente de rozamiento debe tener, como mínimo, el camino curvo para que el auto no derrape?

   b) Asuma que, debido a una lluvia repentina, el coeficiente de rozamiento se reduce a 0.05 y que el auto tiene, en el tramo recto, una aceleración uniforme de $1 m/s^2$. Calcule la longitud máxima $L_{max}$ del tramo recto para que el auto no derrape al inicio de la curva (asuma que parte del reposo).

   c) Describa el movimiento del auto si no existe rozamiento con el piso.




a)

$$\hat{r}: \quad -F_R^{(E)} = -m a_c = -m R \dot{\theta}^2 = -m \frac{V^2}{R}$$

$$F_R^{(E)} \leq \mu_e N = \mu_e m g$$

$$\rightarrow \mu_e \geq \frac{V^2}{Rg} \quad \rightarrow \mu_e^{MIN} = \frac{V^2}{Rg} = \frac{(10)^2}{50 \times 10} = \frac{100}{500} = 0{,}2$$

b) $$V_{MAX} = \sqrt{\mu_e R g} = \sqrt{0{,}05 \times 50 \times 10} = 5 m/s$$

$$V_{MAX}(t) = a t_{MAX}$$

$$X(t) = \frac{a t_{MAX}^2}{2} = \frac{a}{2}\left(\frac{V_M}{a}\right)^2 = \frac{V_M^2}{2a} = L = \frac{25}{2 \times 1} = 12{,}5 m$$

c) Si $\mu_e = 0 \rightarrow$ no puedo doblar en la curva y por lo tanto, realiza un movimiento rectilíneo

2. Una masa $m$ se encuentra unida a un resorte de constante elástica $k$ y longitud natural $l_0$. A su vez, la misma se encuentra sometida, en todo momento, a una fuerza $F$ perpendicular a la pared vertical (sin rozamiento). Sabiendo que el movimiento de la masa es siempre vertical,

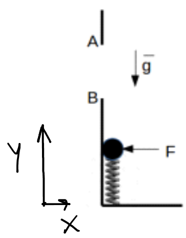
   a) Asumiendo que en el instante inicial $t = 0$ sobre el bloque se cumple que:

$$y_0 = lo - \frac{mg}{k} + 1$$
$$\dot{y}_0 = 0.$$

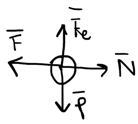
   Resuelva las ecuaciones de movimiento de la masa en función del tiempo. Halle la posición de equilibrio de $m$.

   b) Si una persona quiere ver en todo momento a la masa oscilando a través de la ventana (entre A y B) ¿A qué altura máxima (y mínima) debe colocar el punto A (y el B) para que eso suceda?

   c) En el punto más alto de la trayectoria de la masa se corta el resorte. Calcule el tiempo que tarda la masa en llegar al piso.




a)




$$\hat{x}: \quad N - F = m \ddot{x} \overset{x = cte}{=} 0$$

$$\hat{y}: \quad -k(y - l_0) - mg = m \ddot{y}$$

$$\rightarrow \ddot{y} + \frac{kY}{m} = \frac{k l_0}{m} - g \rightarrow Y(t) = A \cos(\omega t + \varphi) + Y_{PART}$$

$$Y_{EQUIL} \underset{\ddot{y}=0}{=} l_0 - \frac{mg}{k} = Y_{PART} \rightarrow Y(t) = A\cos(\omega t + \varphi) + l_0 - \frac{mg}{k}$$

$$Y(t=0) = l_0 - \frac{mg}{k} + 1 = A\cos(\varphi) + l_0 - \frac{mg}{k} \rightarrow A\cos(\varphi) = 1$$

$$\dot{Y}(t=0) = -\omega A \operatorname{sen}(\varphi) = 0 \rightarrow \varphi = 0 \rightarrow A = 1$$

Entonces, $$\boxed{Y(t) = \cos(\omega t) + l_0 - \frac{mg}{k}}$$

b) Quiero que $Y_A = \underbrace{Y^{MAX}}_{1 + l_0 - \frac{mg}{k}}$ ; $Y_B = \underbrace{Y^{MIN}}_{-1 + l_0 - \frac{mg}{k}}$ $\rightarrow$ $$\boxed{Y_A = 1 + l_0 - \frac{mg}{k} = 9m \; ; \; Y_B = -1 + l_0 - \frac{mg}{k} = 7m}$$

c) $$\dot{Y}_{INICIAL} = 0 \rightarrow Y = Y_A - \frac{gt^2}{2} \rightarrow 0 = Y_A - \frac{gt^2}{2} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2Y_A}{g}} \overset{Y_A = 9m}{=} \sqrt{\frac{18}{10}} = \boxed{1{,}34 s}$$

3. Se suelta una masa $m$, la cual se encuentra unida a una soga de longitud $L$. Cuando llega al punto más bajo de su trayectoria, se corta la soga. La masa recorre el tramo horizontal $BC$ (sin rozamiento) hasta chocar en $C$ con un bloque de masa $M$

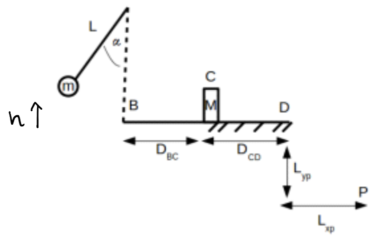
a) $E_M = cte = \frac{1}{2} m V^2 + mgh$

3. Se suelta una masa $m$, la cual se encuentra unida a una soga de longitud $L$. Cuando llega al punto más bajo de su trayectoria, se corta la soga. La masa recorre el tramo horizontal $BC$ (sin rozamiento) hasta chocar en C con un bloque de masa $M$. Producto del choque, ambas masas quedan unidas y se desplazan hasta el punto $D$ (en ese tramo existe rozamiento). Finalmente, en el punto $D$ caen al precipicio.

*a*) Encuentre la velocidad de la masa cuando se corta la soga (punto B) y en el punto C (antes y luego del choque). Discuta si, en esos tramos, se conserva la energía mecánica.

*b*) Encuentre el valor del coeficiente de rozamiento para que ambas masas lleguen al punto D con una velocidad de $\sqrt{2}$m/s.

*c*) Calcule el tiempo que tardan en llegar al punto P.




a) $E_M = cte = \frac{1}{2} m V^2 + m g h$

$\downarrow$ $W_T = 0$

$$0 + mg(L - L\cos\alpha) = \frac{1}{2} m V_B^2 + 0 \rightarrow V_B = \sqrt{2Lg(1-\cos\alpha)} = 4\,m/s$$

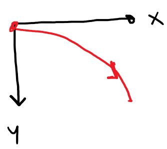
Antes del choque $V_C = V_B$

Luego: $m V_m^C + \underbrace{M V_M^C}_{= 0} = (m+M) V_{mM} \rightarrow V_{mM} = \frac{m}{m+M} V_m^C = 2\,m/s$

b) $\Delta K = \frac{1}{2}(m+M)(V_D^2 - V_C^2) = W_{FR} = -\mu_d (m+M) g D_{CD}$

$$\rightarrow \mu_d = \frac{-(V_D^2 - V_C^2)}{2 g D_{CD}} = \frac{-(2-4)}{20 \times 3} = \frac{2}{60} = \boxed{0{,}03 = \mu_d}$$

c)




$$X(t) = V_x t \rightarrow t = \frac{X(t)}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1\text{ seg}$$

$$Y(t) = \frac{g t^2}{2} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2Y(t)}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 5}{10}} = 1\text{ seg}$$