Práctica N° 1: cinemática

Parte I: movimiento 1D

(1) Un automóvil viaja en línea recta desde el punto A hacia el B (distancia AB = 300 km) a una velocidad constante v_1, tardando 3hs y 45 minutos en realizar el trayecto. Otro automóvil lo hace de B hacia A a una velocidad v_2, tardando 6hs en hacer el recorrido. El segundo automóvil parte una hora antes que el primero.

(a) Elija un origen de tiempo y un sistema de referencia.

(b) Calcule las velocidades v_1 y v_2 de los automóviles y escríbalas como magnitudes vectoriales.

(c) Escriba la ecuación horaria para cada automóvil y calcule el tiempo y la posición de encuentro.

(d) En un mismo gráfico represente $x(t)$ para ambos móviles. Interprete el significado del punto de intersección de ambas curvas.

(e) En un mismo gráfico represente $v(t)$ para ambos móviles. ¿Cuál es la interpretación del área bajo cada curva entre dos instantes de tiempo?

Repita los ítems (c), (d) y (e) utilizando las mismas velocidades v_1 y v_2 pero considerando ahora que ambos automóviles parten de A y se mueven en el mismo sentido.

a)

A 300 km B

$t_{01} = 1\ hs$ $t_{02} = 0\ hs$

$x_A = 0\ km$ $x_B = 300\ km$

b)

$$v_1 = \frac{300\ km}{3{,}75\ h} = 80\ \frac{km}{h} \Rightarrow \bar{v}_1 = 80\ \frac{km}{h}$$

$$v_2 = \frac{300\ km}{6\ h} = 50\ \frac{km}{h} \Rightarrow \bar{v}_2 = -50\ \frac{km}{h}$$

c) $x(t) = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0)$

$$x_1(t) = 0\,km + 80\,\frac{km}{h}\,(t - 1h)$$

$$x_1(t) = 80\,\frac{km}{h}\cdot(t - 1h)$$

$$x_2(t) = 300\,km - 50\,\frac{km}{h}\,(t - 0h)$$

$$x_2(t) = 300\,km - 50\,\frac{km}{h}\cdot t$$

Quiero t tq que $x_1(t) = x_2(t)$

$$80\,\frac{km}{h}\cdot(t - 1h) = 300\,km - 50\,\frac{km}{h}\cdot t$$

$$80\,\frac{km}{h}\cdot t - 80\,km = 300\,km - 50\,\frac{km}{h}\cdot t$$

$$(80 + 50)\,\frac{km}{h}\cdot t = (300 + 80)\,km$$

$$t = \frac{380\,km}{130\,\frac{km}{h}} = \frac{38}{13}\,h$$

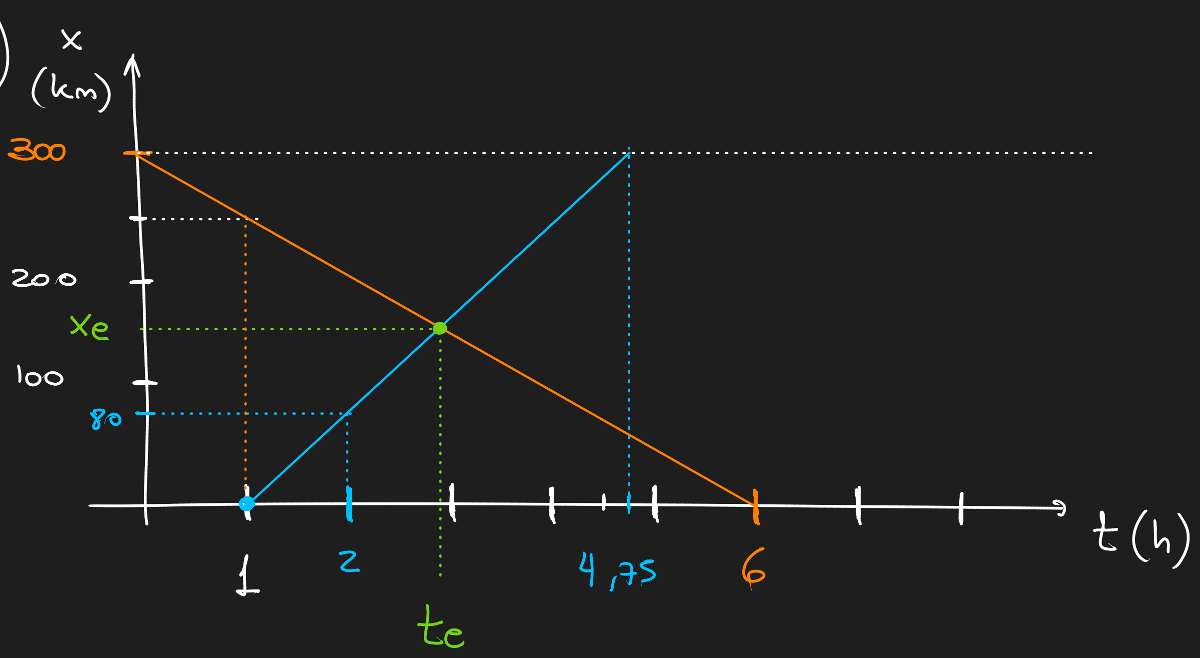
$$\boxed{t_e \approx 2{,}923\,h}$$

$$x_e = x_1(t_e) = 80\,\frac{km}{h}\cdot(t - 1h)$$

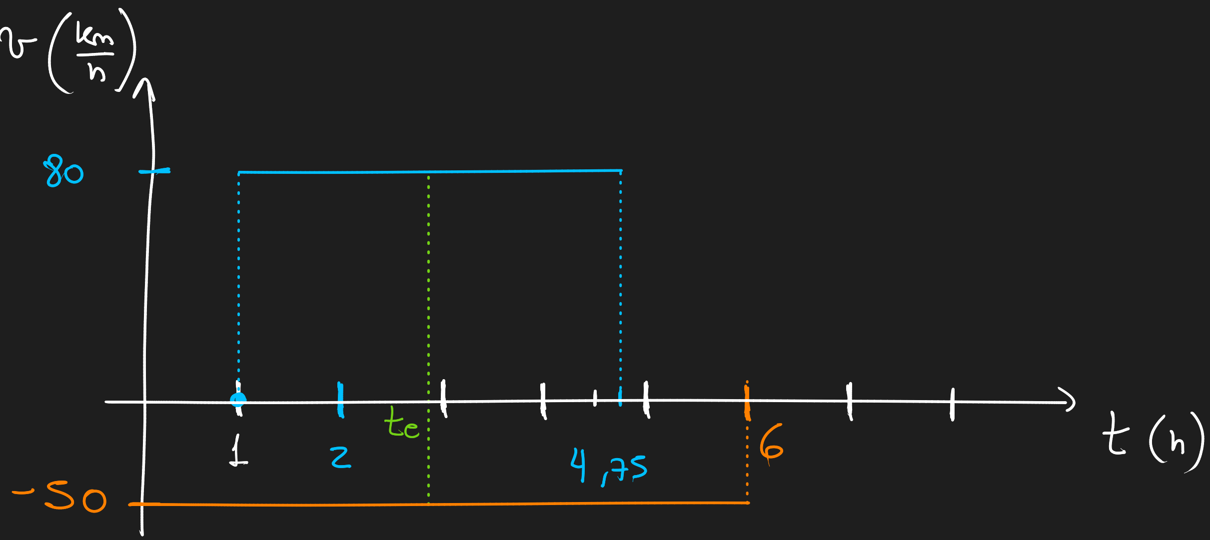
$$= 80\,\frac{km}{\cancel{h}}\cdot\frac{38}{13}\,\cancel{h} - 80\,km$$

$$\boxed{X_e \approx 153{,}85 \text{ km}}$$

d)



e)



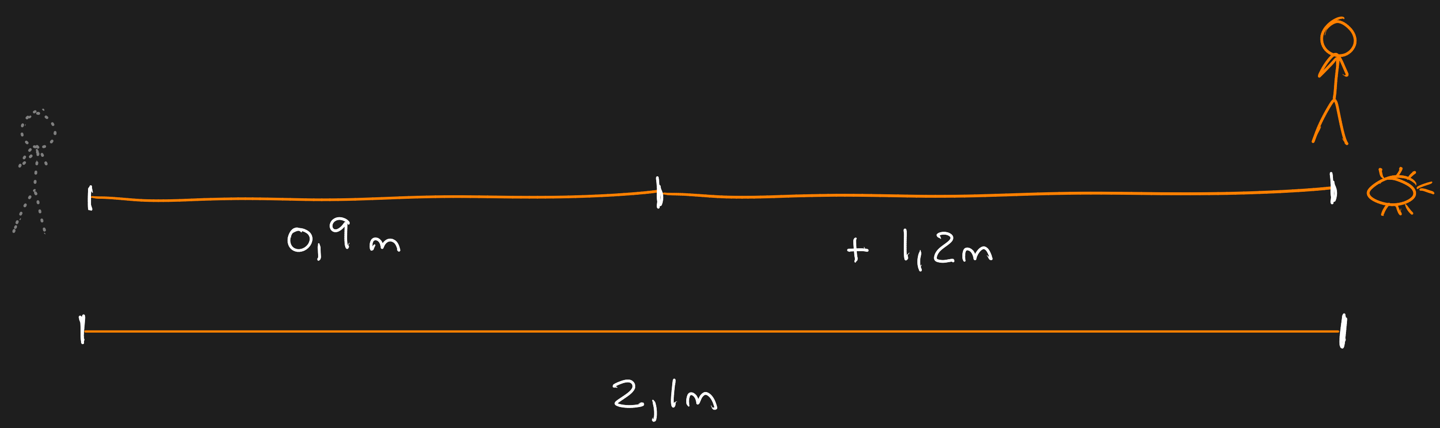
El área bajo la curva se corresponde con integrar la fución velocidad entre la curva y el eje horizontal, lo que equivale a calcular el área del rectángulo de largo t - t0 de altura v_i

Esto nos dá el camino recorrido por cada uno de los autos en el intervalo t - t0

Repita los ítems (c), (d) y (e) utilizando las mismas velocidades v_1 y v_2 pero considerando ahora que ambos automóviles parten de A y se mueven en el mismo sentido.

Es el mismo procedimiento solo que un auto alcanza al otro por atrás, partiendo del mismo punto pero a destiempo (el auto que parte después va más rapido que el otro, lo que nos asegura que los autos se van a encontrar en algún punto).

(2) Las cucarachas grandes pueden correr a 1.5m/s en tramos cortos. Suponga que usted está de paseo, enciende la luz en un hotel y ve una cucaracha alejándose en línea recta a 1.5m/s. Si inicialmente usted estaba 0.9m detrás del insecto y se acerca hacia éste con una rapidez inicial de 0.8m/s, ¿qué aceleración constante mínima necesitará para alcanzarlo cuando éste haya recorrido 1.2m, justo antes de escapar bajo un mueble?



Cucz:

$$x_c(t) = x_0 + v_{0z}(t - t_0)$$

$$x_c(t) = 0{,}9\,m + 1{,}5\,\frac{m}{s} \cdot t$$

encuentro

$$2{,}1\,m = 0{,}9\,m + 1{,}5\,\frac{m}{s} \cdot t$$

$$\frac{1{,}2\,m}{1{,}5\,\frac{m}{s}} = t = 0{,}8\ s$$

tiempo de encuentro

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} a \cdot (t - t_0)^2$$

$$x_p(t) = 0{,}8\,\frac{m}{s} \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

encuentro

$$2{,}1\,m = 0{,}8\,\frac{m}{s} \cdot 0{,}8\,s + \frac{1}{2} a \cdot (0{,}8\,s)^2$$

$$\frac{2 \cdot (2{,}1\,m - 0{,}64\,m)}{0{,}64\,s^2} = a$$

$$\boxed{a = 4{,}5625\,\frac{m}{s^2}}$$

3. Un automovilista parte en el instante $t = 0$, de $x = 0$ con una velocidad de 10 m/s y con una aceleración de $1m/s^2$ (constante). Dicha aceleración tiene la misma dirección que la velocidad pero sentido contrario.

(a) ¿En qué instante el auto tiene $v = 0$? ¿Qué distancia recorrió?

(b) ¿En qué instante vuelve a pasar por $x = 0$? ¿Qué sucederá luego?

(c) Grafique $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$.

(d) Tomando ahora la aceleración de $1m/s^2$ en el mismo sentido que la velocidad, rehaga (c) y compare con el caso anterior.

$x=0$

$t=0$

$v_0 = 10 \frac{m}{s}$

$a = -1 \frac{m}{s^2}$

a) $$v(t) = v_0 + a \cdot (t - t_0)$$

$$0 = 10 \frac{m}{s} - 1 \frac{m}{s^2} t$$

$$\frac{-10 \frac{m}{s}}{-1 \frac{m}{s^2}} = t \Rightarrow \boxed{t = 10\,s}$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} a \cdot (t - t_0)^2$$

$$x(10\,s) = 10 \frac{m}{s} \cdot 10\,s - \frac{1}{2} \frac{m}{s^2} \cdot 100 \cdot s^2$$

$$\boxed{x(10\,s) = 50\,m}$$

b)

El auto va frenando hasta frenar completamente, pero como su aceleración es negativa y el ejercicio no dice otra cosa, el auto comienza a dar marcha atrás con la misma aceleración, pero ahora en el mismo sentido que su desplazamiento.

$$0 = 10\frac{m}{s}\cdot t - \frac{1}{2}\frac{m}{s^2}\cdot t^2$$

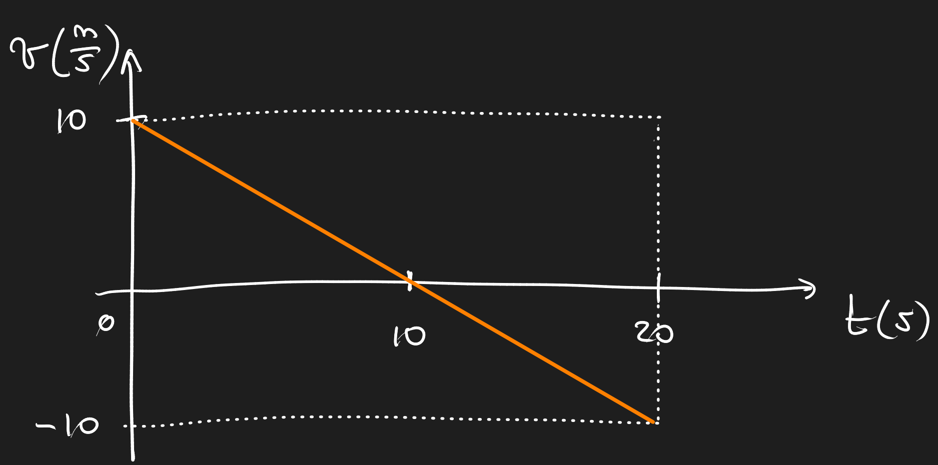
$$10\frac{m}{s}\cdot t = \frac{1}{2}\frac{m}{s^2}\cdot t^2$$

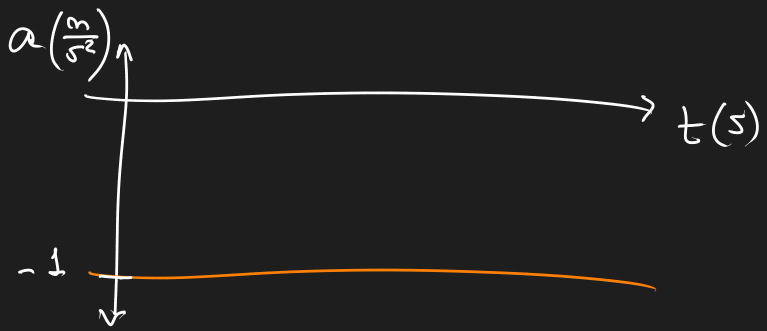
$$\frac{10\frac{m}{s}}{0{,}5\frac{m}{s^2}} = \frac{t^2}{t} \qquad t \neq 0$$

$$\boxed{t = 20\ s}$$

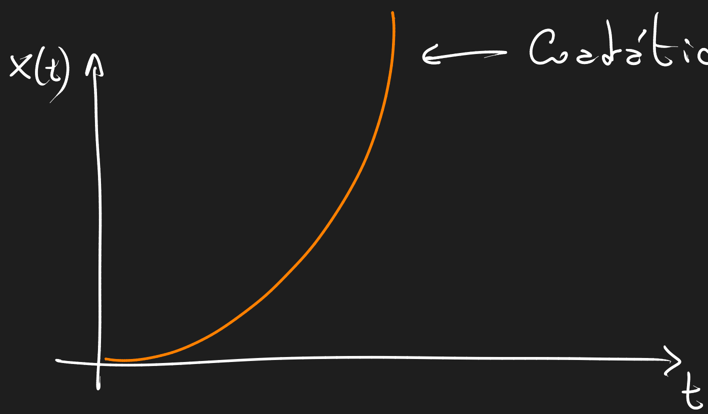
Lo cual es esperable pues si tardó 10 para ir, va a tardar otros 10 para volver (manteniendo su aceleración)

c)

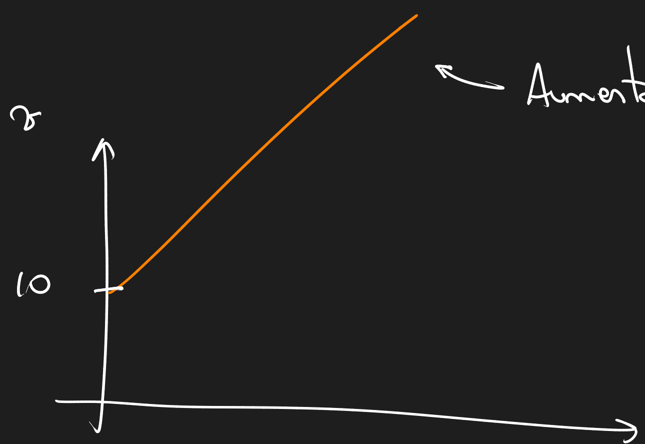




d) Ahora no frena, sino que sigue acelerando ad infinitum



← Cuadrática con concavidad positiva



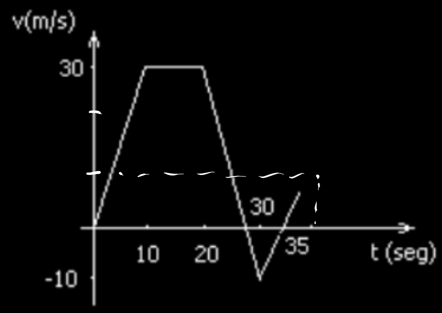
← Aumenta por siempre

(4) El gráfico de la figura representa la velocidad en función del tiempo para una partícula con movimiento rectilíneo.

(a) Halle $x(t)$, sabiendo que el móvil partió de $x = 0$.

(b) Grafique $x(t)$ y $a(t)$.

(c) Halle x, v y a en $t = 5$s y en $t = 25$s.



a) De t=0s a t=10s acelera desde v=0m/s a v=30m/s

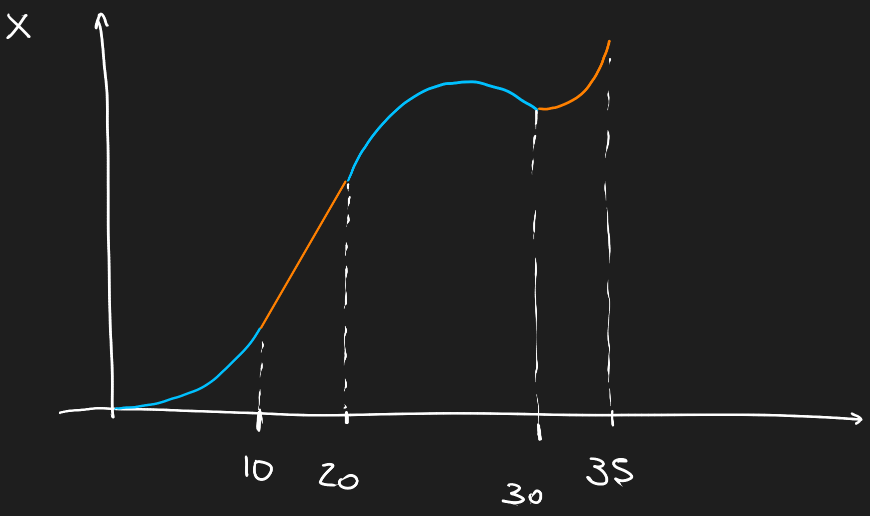
$$a_1 = \frac{(30-0)\frac{m}{s}}{(10-0)\,s} = 3\,\frac{m}{s^2}$$

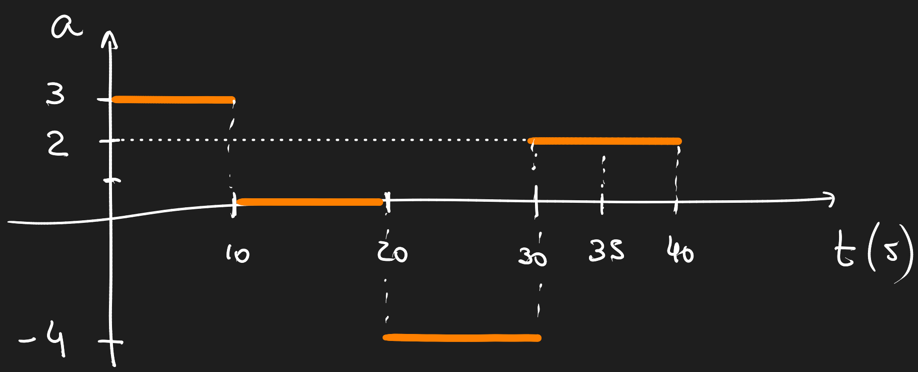
$$a_2 = 0\,\frac{m}{s^2}$$

$$a_3 = \frac{(-10-30)\frac{m}{s}}{10\,s} = -4\,\frac{m}{s^2}$$

$$a_4 = \frac{(10-0)\frac{m}{s}}{5\,s} = 2\,\frac{m}{s^2}$$

Calculo distancias para cada uno y sumo todo b)





(5) La aceleración de una partícula que se mueve sobre una trayectoria recta está dada por $a(t) = -2\frac{m}{s^4}\,t^2$.

(a) Encuentre la velocidad y la posición en función del tiempo sabiendo que $x(0) = 0$ y $v(0) = 10\text{m/s}$.

(b) Calcule la posición y velocidad de la partícula en $t = 3\text{s}$.

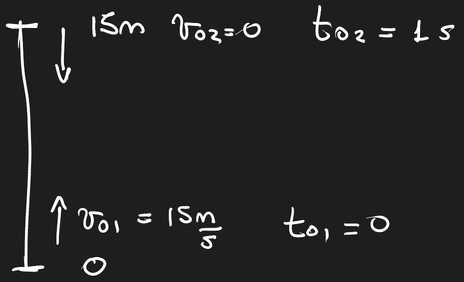
Es directamente reemplazar en las ecuaciones de posicion y velocidad

⑥ Se lanza un cuerpo hacia arriba, desde el piso y con velocidad inicial de 15m/s. Un segundo después se deja caer otro cuerpo desde una altura 15m sin velocidad inicial.

(a) Calcule el tiempo que tardan en encontrarse.

(b) ¿A qué distancia del piso se encuentran?

$g = 10 \frac{m}{s^2}$



$$x_1(t) = x_0 + v_0 \cdot (t - t_{01}) - \frac{1}{2} g \cdot (t - t_0)^2$$

$$x_1(t) = 15\frac{m}{s} \cdot t - 5\frac{m}{s^2} \cdot t^2$$

Atent: con este signo ¡!

$$x_2(t) = 15m - 5\frac{m}{s^2} \cdot (t - 1s)^2$$

$$15\frac{m}{s} \cdot t - 5\frac{m}{s^2} \cdot t^2 = 15m - 5\frac{m}{s^2} \cdot (t-1s)^2$$

$$(t - 1s)^2 = t^2 - 2t \cdot s + 1s^2$$

$$15\frac{m}{s} \cdot t - 5\frac{m}{s^2} \cdot t^2 = 15m - 5\frac{m}{s^2}\left(t^2 - 2t \cdot s + 1s^2\right)$$

$$= 15m - 5\frac{m}{s^2} \cdot t^2 + 10\frac{m}{s} \cdot t - 5m$$

$$15\frac{m}{s} \cdot t - 5\frac{m}{s^2} \cdot t^2 = 10m - 5\frac{m}{s^2} \cdot t^2 + 10\frac{m}{s} \cdot t$$

$$5\frac{m}{s} \cdot t = 10m$$

$$\Rightarrow t = 2s$$

7. La tripulante de un globo aerostático, que sube verticalmente con velocidad constante de magnitud 5m/s, suelta un saco de arena cuando el globo está a 40m sobre el suelo. Después de que se suelta, el saco está en caída libre.

   (a) Calcule la posición y velocidad del saco a 0.25s y 1s después de soltarse.

   (b) ¿Cuántos segundos tardará el saco en chocar con el suelo después de soltarse?

   (c) ¿Con qué velocidad chocará?

   (d) ¿Qué altura máxima alcanza el saco sobre el suelo?

   (e) Dibuje los gráficos $a_y(t)$, $v_y(t)$ e $y(t)$ para el movimiento del saco.