2. Los métodos de datación permiten determinar la antigüedad de diferentes objetos o acontecimientos biológicos. Uno de los métodos utilizados para determinar la antigüedad de un fósil es la medición de carbono-14 presente en la muestra. La antigüedad del fósil (t) está dada por:

$$t = \frac{\ln\left(N_0/N\right)}{\lambda}$$

donde N_0 es la cantidad de carbono original de la muestra, N la cantidad al momento del experimento y λ es la contante de decaimiento.
Se realiza un experimento y se obtiene $\lambda = (1{,}7544 \pm 0{,}0001).10^{-4}$ *1/años*, N = $(5{,}676 \pm 0{,}008).10^{5}$ *átomos*, $N_0 = (1{,}000 \pm 0{,}001).10^{6}$ *átomos*.

a. Determine la antigüedad del fósil con su correspondiente error.
b. Si pudiese utilizar un método de medición de mayor precisión, ¿qué magnitud volvería a medir? ¿porqué?

a) $t = (\bar{t} \pm \Delta t)$

$$\bar{t} = \frac{\ln(N_0) - \ln(N)}{\lambda} = -75.505{,}86201 \text{ años}$$

antigüedad / pasado

$$\Delta t = \sqrt{\left(\frac{\partial t}{\partial N_0}\bigg|_{\bar{t}_0} \cdot \Delta N_0\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial N}\bigg|_{\bar{t}_0} \cdot \Delta N\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial \lambda}\bigg|_{\bar{t}_0} \cdot \Delta \lambda\right)^2}$$

Reescribo t:

$$t = \frac{\ln(N_0)}{\lambda} - \frac{\ln(N)}{\lambda} = \lambda^{-1} \cdot \left(\ln(N_0) - \ln(N)\right)$$

$$\frac{\partial t}{\partial N_0}\bigg|_{\bar{t}_0} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{1}{N_0}\bigg|_{\bar{t}_0} = 5{,}7 . 10^{-3}$$

$$\frac{\partial t}{\partial N}\bigg|_{\bar{t}_0} = -\frac{1}{\lambda} \cdot \frac{1}{N}\bigg|_{\bar{t}_0} = -0{,}01$$

$$\frac{\partial t}{\partial \lambda}\bigg|_{\bar{t}_0} = -\lambda^{-2} \cdot \left(\ln(N_0) - \ln(N)\right)\bigg|_{\bar{t}_0} = -0{,}184$$

Input interpretation

$$\sqrt{(\underbrace{5.7\times 10^{-3}}_{\frac{\partial t}{\partial \lambda}}\times \underbrace{0.001\times 10^{6}}_{\Delta N_0})^2+(\underbrace{-0.01}_{\frac{\partial t}{\partial N}}\times \underbrace{0.008\times 10^{5}}_{\Delta N})^2+(\underbrace{-0.184}_{\frac{\partial t}{\partial \lambda}}\times \underbrace{0.0001\times 10^{-4}}_{\Delta \lambda})^2}$$

Result

9.82293…

$\Delta t = 9{,}8$ años y $\bar{t} = -75.505{,}86201$

$\therefore$

$$\boxed{t = (-75.505{,}9 \pm 9{,}8) \text{ años}}$$

b) Veo cada término:

$\boxed{N_0}$

Input interpretation

$5.7\times 10^{-3}\times 0.001\times 10^{6}$

Result

5.7

$\boxed{N}$

Input interpretation

$-0.01\times 0.008\times 10^{5}$

Result

−8

← Mayor valor absoluto!

Lo elijo para mejorar el error total.

$\boxed{\lambda}$

Input interpretation

$-0.184\times 0.0001\times 10^{-4}$

Result

−0.0000000184

Pues si reduzco ese término (que luego se eleva al cuadrado) tendrá el mayor impacto en la reducción del error total delta t calculado previamente.

3. Para determinar la velocidad de crecimiento de microorganismos en un cierto sustrato se utiliza la ecuación de Monod dada por:

$$\mu = \mu_{max} \frac{1}{\frac{k_s}{S} + 1}$$

siendo μ la velocidad específica de crecimiento celular, S la concentración del sustrato limitante para el crecimiento, μ_{max} la tasa de crecimiento específica máxima y k_s la constante de media velocidad.

Se realiza un experimento en el que se miden: $\mu_{max} = (0{,}430 \pm 0{,}001)$ 1/min, $k_s = (2{,}0 \pm 0{,}5)$ g/L y $S = (14 \pm 0{,}5)$ g/L.

a. Determine la velocidad específica con su error.
b. Analice que magnitud tiene mayor precisión.
c. A través de otro experimento se logra determinar μ de manera directa, resultando $\mu = (0{,}27 \pm 0{,}01)$ 1/min. ¿Podemos decir que los resultados obtenidos son iguales? ¿cuál se obtuvo con mayor precisión?

a) Igual que antes

$$\left.\frac{\partial \mu}{\partial \mu_{max}}\right|_{\bar{\mu}_0} = \left.\frac{1}{\frac{k_s}{S} + 1}\right|_{\bar{\mu}_0}$$

$$\left.\frac{\partial \mu}{\partial k_s}\right|_{\bar{\mu}_0} = \ ? \qquad \text{Reescribo } \mu$$

$$\mu = \mu_{max} \cdot \left(\frac{1}{S} \cdot k_s + 1\right)^{-1}$$

$$\left.\frac{\partial \mu}{\partial k_s}\right|_{\bar{\mu}_0} = -\mu_{max} \cdot \left(\frac{1}{S} \cdot k_s + 1\right)^{-2} \cdot \left.\frac{1}{S}\right|_{\bar{\mu}_0}$$

$$\left.\frac{\partial \mu}{\partial S}\right|_{\bar{\mu}_0} = +\mu_{max} \cdot \left(\frac{1}{S} \cdot k_s + 1\right)^{-2} \cdot \left. k_s \cdot S^{-2}\right|_{\bar{\mu}_0}$$

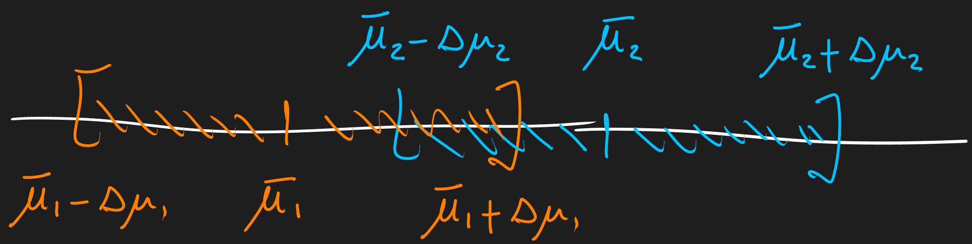
b) Calculo $\frac{\Delta S}{S}$ para cada variable μ_{max}, K_s y S

me quedo con el más chico (menor error relativo)

c) Si los intervalos son disjuntos:

Puedo decir que NO son el mismo valor pues hay diferencias significativas.

Si los intervalos se solapan, entonces como NO hay diferencias significativas, son el mismo valor:



El más preciso es el que tenga menor error relativo, o sea:

$$\frac{\Delta\mu_1}{\bar{\mu}_1} \quad vs \quad \frac{\Delta\mu_2}{\bar{\mu}_2}$$