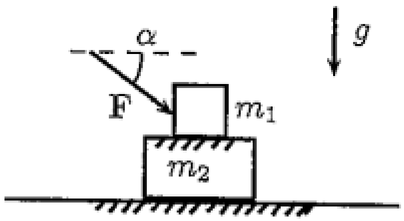
(**3pts**) Sobre un bloque de masa m_2 se encuentra apoyado un bloque de masa m_1, al cual se le aplica una fuerza $\mathbf{F}$ como se muestra en la figura. Ambos cuerpos se mueven sin que haya desplazamiento entre ellos. Existe rozamiento tanto entre los bloques como entre el bloque inferior y la superficie.

a) Discuta qué tipo de rozamiento hay presente entre los bloques. Haga un diagrama de cuerpo libre para cada uno e indique claramente los pares de interacción presentes en el sistema.

b) Escriba las ecuaciones de Newton correspondientes y las condicones de vínculo entre los bloques.

c) Para el caso en que los cuerpos se mueven a velocidad constante, calcule el máximo módulo que puede tomar la fuerza $\mathbf{F}$ (considere como dato a m_1, m_2, α, g y todos los coeficientes de rozamiento que necesite). Analice el resultado obtenido en función de los parámetros del problema.



Se tiene un sistema como el que muestra la figura 1.

(a) Escriba las ecuaciones de Newton para las dos masas sin hacer ninguna hipótesis sobre la soga.

(b) Ahora asuma que la soga es inextensible y de masa despreciable. Reescriba las ecuaciones de Newton detallando en dónde usa estas hipótesis.

(c) Halle la ecuación diferencial que satisface la posición de la masa 1 y encuentre la posición de equilibrio. Suponga que la cuerda se encuentra tensionada en todo momento.

(d) Encuentre la posición de la masa 1 en función del tiempo suponiendo que a $t = 0$ la partícula se encuentra en la posición de equilibrio con velocidad v_0. Nuevamente, suponga que la cuerda se encuentra tensionada en todo momento.

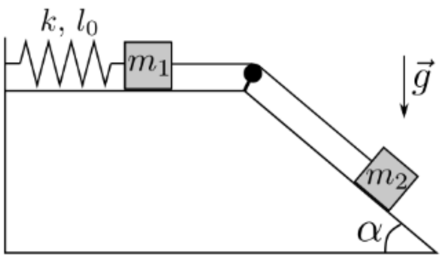


Figura 1

Un resorte sin masa y de constante elástica $k = 200\,\mathrm{N/m}$ está unido a una pared por uno de sus extremos. En el otro extremo se coloca una bolita de masa $m = 1\,\mathrm{kg}$. En un determinado momento, el resorte, **inicialmente comprimido**, se destraba. Cuando llega a su longitud natural, la bolita se libera (ver figura 2) y recorre un plano horizontal hasta llegar al punto A, donde comienza un rulo circular de radio $R = 0.36\,\mathrm{m}$. Si la bolita logra dar una vuelta completa al rulo, continúa su recorrido horizontal hasta el punto D, donde comienza a subir por un plano con rozamiento ($\mu_e = 0{,}5$ y $\mu_d = 0{,}25$), inclinado en $\alpha = 45°$ con respecto a la horizontal.

(a) Calcule la mínima compresión inicial del resorte para que la bolita consiga dar una vuelta completa alrededor del rulo sin despegarse del piso.

(b) Supongamos que la compresión inicial es de $\Delta x = 50\,\mathrm{cm}$ (que es mayor a la mínima, obtenida en el ítem anterior). Calcule la velocidad de la bolita al llegar al punto B. Escriba el vector velocidad de la bolita en dicho punto en coordenadas polares.

(c) Empezando con una compresión de $\Delta x = 50\,\mathrm{cm}$, calcule la altura vertical h que alcanza la bolita sobre el plano inclinado, en el instante en que se detiene (punto E).

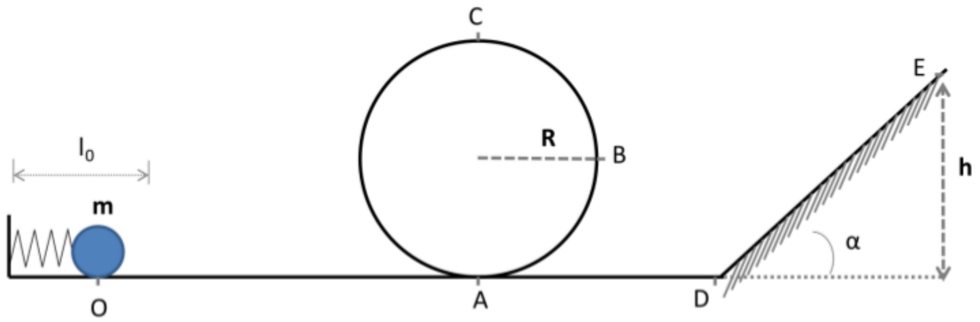


Figura 2

Una masa m de 400 g, atada a una soga de 50 cm de largo, gira en torno a un eje a 30 revoluciones por minuto. El sistema se encuentra apoyado sobre una mesa horizontal a una altura H = 80 cm del suelo (figura a). De repente, la masa se suelta de la soga y vuela por el aire hasta llegar al suelo a una distancia horizontal L desconocida (figura b). El rozamiento entre la masa y la mesa es despreciable.

a) Realice el diagrama de cuerpo libre cuando la masa está unida a la soga (figura a). Escriba las ecuaciones de Newton para este caso.

b) Determine el valor de la fuerza que la soga ejerce sobre el eje.

c) A partir del instante en que la masa se suelta de la soga, ¿cómo será el movimiento del cuerpo? Encuentre una expresión para la distancia L que viajó la masa desde que se suelta de la soga y alcanza el suelo. Con los datos del problema determine el valor de L.

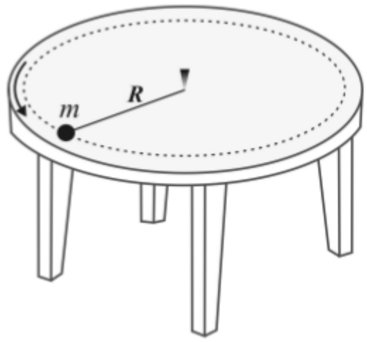


Figura a

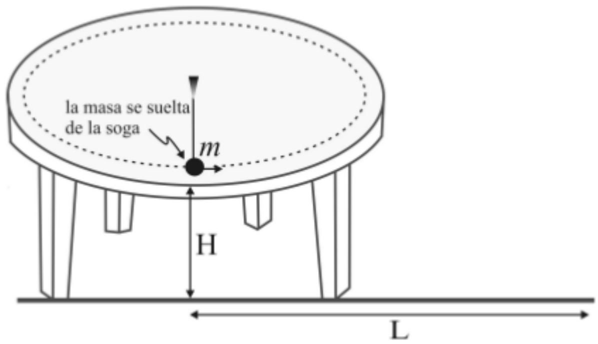


Figura b

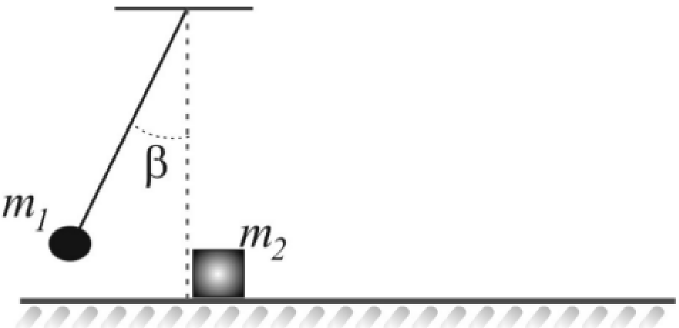
Una masa $m_1 = 3\,\text{kg}$ se suspende de una cuerda de modo que la longitud total es de 1,20 m. La cuerda se aparta de la vertical un ángulo de $\beta = 23°$ y se suelta. Cuando la masa se encuentra en su posición más baja choca con otra masa $m_2 = 1\,\text{kg}$ que se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal. Durante el choque se pierde energía cinética. Después del choque la masa m_2 desliza $60\,\text{cm}$ sobre la superficie horizontal y se detiene. El coeficiente de rozamiento dinámico entre m_2 y la superficie es $\mu = 0{,}34$.

a) ¿Con qué velocidad llega m_1 a la posición más baja?

b) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento sobre la masa m_2?

c) ¿Con qué velocidad empieza a moverse m_2?

d) ¿Cuál es la velocidad de m_1 después del choque?

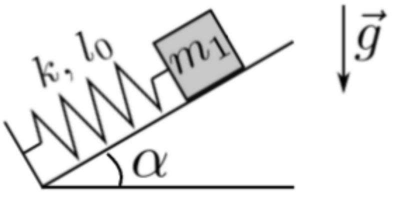


Un resorte de constante elástica $k = 400\,\text{N/m}$ y $l_0 = 20\,\text{cm}$ de longitud natural está apoyado sobre un plano inclinado $\alpha = 30°$ con respecto a la horizontal. En la punta de este resorte está enganchada una masa $m_1 = 5\,\text{kg}$.

a) Escriba las ecuaciones de Newton para el sistema. Calcule la posición de equilibrio y la frecuencia de oscilación.

b) Se estira al bloque 10 cm desde su posición de equilibrio y se lo suelta. Escriba la función que describe el movimiento y grafíquela.

c) Al bloque original se le agrega una masa $m_2 = 3\,\text{kg}$ encima que no resbala (hay rozamiento entre ambos bloques). ¿Cómo cambia la frecuencia de oscilación del sistema con respecto a la del punto a)? Calcule su valor.

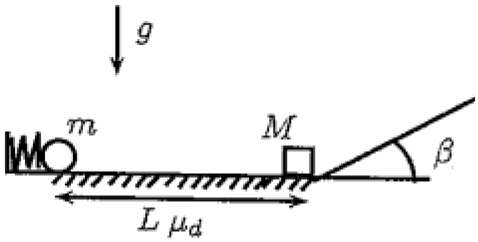


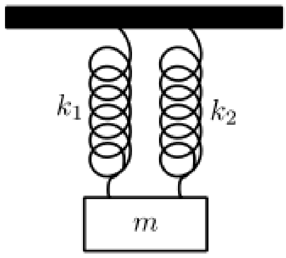
(3.5pts) Un proyectil de masa $m = 0{,}05\text{kg}$ es impulsado, desde el reposo, por un resorte de constante elástica $K = 125\text{N/m}$ que está comprimido 25cm. Luego de atravesar un tramo de $L = 4\text{mts}$ con coeficiente de rozamiento μ_d, el proyectil choca plásticamente con un cuerpo de masa $M = 0{,}25\text{kg}$. Finalmente, ambos cuerpos ascienden juntos por un plano inclinado $\beta = 35°$ respecto a la horizontal.

a) Discuta, desde que el proyectil está en contacto con el resorte hasta que los cuerpos alcanzan la altura máxima, si se conservan el momento lineal y la energía mecánica en cada una de las etapas del recorrido.

b) Luego del choque plástico el cuerpo mM adquiere una velocidad $V = 2m/s$. Calcule la velocidad del proyectil justo antes del impacto y coeficiente de rozamiento del tramo horizontal.

c) Halle la altura máxima que alcanzará el cuerpo mM. Discuta si esta altura depende o no del ángulo β y de la velocidad que traía el proyectil antes del choque con M.





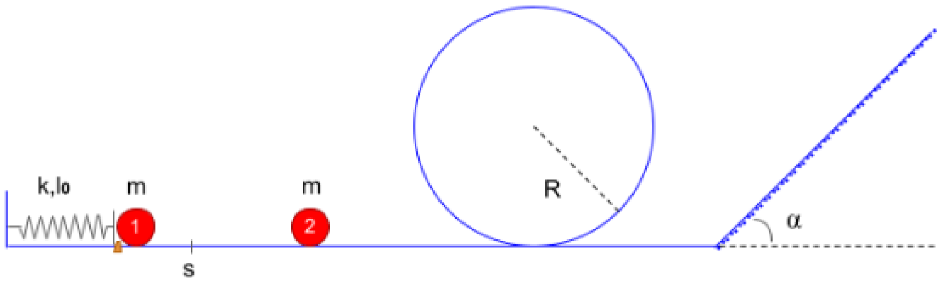
Problema 2 (3 ptos.). Un cuerpo de masa m pende en equilibrio de dos resortes con constantes elásticas k_1 y k_2, y longitudes naturales $l_{01} = l_{02} = l_0$, que están unidos al techo como muestra la figura.

(a) Calcule, medida desde el techo, la posición de equilibrio del cuerpo, en función de los datos del problema.

(b) Si en determinado instante el resorte 2 se rompiera, el cuerpo comenzaría a oscilar. A partir de la segunda ley de Newton, determine en ese caso la nueva posición de equilibrio y la distancia de la masa con respecto al techo **en función del tiempo** y de los datos del problema.

(c) Si $k_1 = 100\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$, $k_2 = 50\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$, $m = 1\,\mathrm{kg}$ y $l_0 = 0.1\,\mathrm{m}$, ¿cuál es el valor del vector velocidad a $t = 4\,\mathrm{s}$?.

Problema 3 (3.5 ptos.). Una masa m se encuentra en contacto con un resorte (de constante k y longitud natural l_0) comprimido y sujeto por una traba, como muestra la figura. En determinado momento se suelta la traba y el resorte se descomprime hasta llegar al punto S, en el cual deja de existir contacto entre el resorte y la masa y ésta continúa su movimiento. A continuación, la masa choca plásticamente contra otra igual, que se encontraba en reposo. El movimiento continúa atravesando un círculo de radio R y llegando a una rampa con inclinación α y con coeficiente de rozamiento dinámico μ_d.



Datos: $m, k, l_0, R, \mu_d, \alpha$

(a) Discuta la conservación de la energía mecánica y el momento lineal en cada instante relevante eligiendo inteligentemente el sistema físico.

(b) Calcular la mínima compresión que debe tener el resorte inicialmente para que el cuerpo pase por el punto más alto de la circunferencia sin separarse de la superficie.

(c) Suponga que el cuerpo logró pasar la circunferencia, saliendo de la misma con una velocidad v_0, calcule la altura máxima que alcanzará sobre la rampa, en función de los datos del problema.

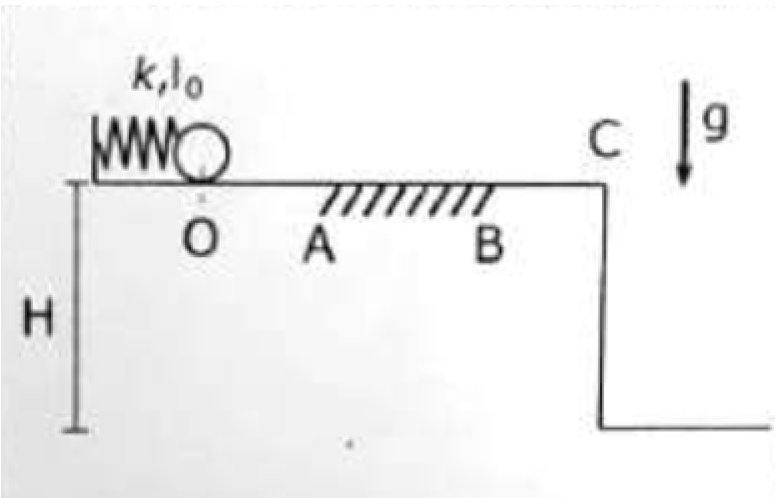
3. (**3.5pts**) Sobre una superficie horizontal sin rozamiento se ubica un resorte de constante elástica $k = 144\,\mathrm{N/m}$. Uno se sus extremos está fijo mientras que el otro está libre. Inicialmente, el resorte se encuentra comprimido y trabado. Junto al extremo libre se ubica una bolita de masa $m = 1\,\mathrm{kg}$ (punto O). Cuando el resorte se destraba, impulsa la bolita, que recorre un tramo horizontal sin rozamiento. En el punto A, comienza un tramo con rozamiento ($\mu_d = 0{,}4$) de longitud d, que finaliza en el punto B. Al llegar al punto C, la bolita cae por un acantilado de altura $H = 2\,\mathrm{m}$ medida desde el suelo. Utilizando argumentos de energía:

a) Calcule la velocidad de la bolita al llegar al punto A sabiendo que la compresión inicial del resorte es $\Delta l = |l - l_0| = 60\,\mathrm{cm}$. Justifique.

b) Si al llegar a B, la velocidad de la bolita es $v_B = 6{,}8\,\mathrm{m/s}$, calcule la distancia d del tramo A-B.

c) ¿A qué altura h, medida desde el suelo, la bolita tiene, en módulo, la misma velocidad que en A?

d) Calcule la máxima compresión inicial Δl que puede tener el resorte para que la bolita no caiga por el acantilado.

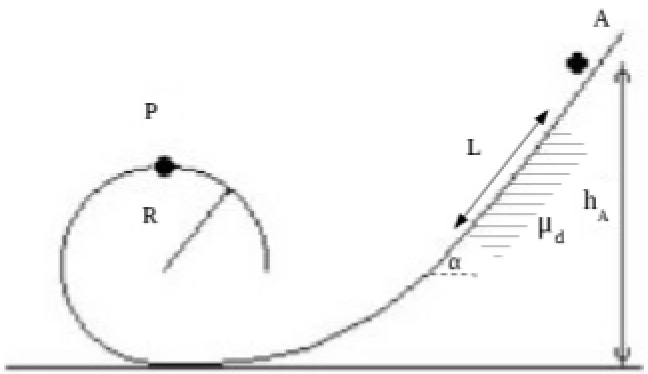


3. Una bolita de masa m se deja caer por una superficie inclinada un ángulo α desde el punto A que se encuentra a una cierta altura h_A, tal como se indica en la figura. La superficie es libre de rozamiento salvo en un trayecto de longitud L, en donde el coeficiente de rozamiento dinámico es μ_d. Luego, la superficie continua sin rozamiento finalizando en un trayecto circular de radio R.

   a) ¿Cuál deberá ser el mínimo valor de h_A para que la bolita de una vuelta completa sin despegarse del riel en el punto P?

   b) ¿Cuánto vale la velocidad angular mínima en el punto P?

   c) Si $\mu_d = 0{,}1$, $L = 10m$ y $\alpha = 60°$, dé un valor de R para que la bolita de toda la vuelta.



Datos del problema: m, α, L, μ_d, R.

Un cuerpo de masa m se encuentra apoyado sobre un plano inclinado sin rozamiento. El bloque está unido a una pared por medio de un resorte de constante elástica k y longitud natural l_0. Además, sobre el mismo se aplica (en todo momento) una fuerza F (ver dibujo).

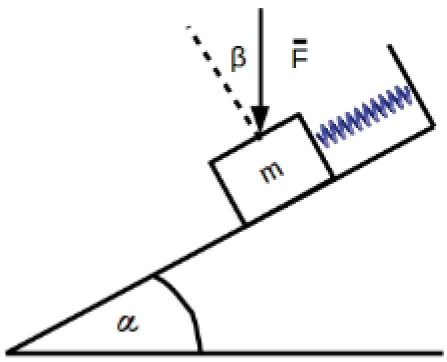
a) Dibuje el diagrama de cuerpo libre de la masa. Plantee las ecuaciones de Newton y la condición de vínculo. Halle la posición de equilibrio de la masa en función de los datos.

b) Asumiendo que en el instante inicial ($t = 0$) se cumple que:

$$x_0 = \frac{mg}{k}\sin\alpha + \frac{F}{k}\sin\beta + l_0$$
$$\dot{x}_0 = v_0 \;\; (descendente).$$

donde x_0 representa la posición de la masa respecto a la pared. Determine la posición, velocidad y aceleración de la masa para todos tiempo en función de los datos.

c) Describa cualitativamente el movimiento de la masa si se existe rozamiento entre el plano y la masa.



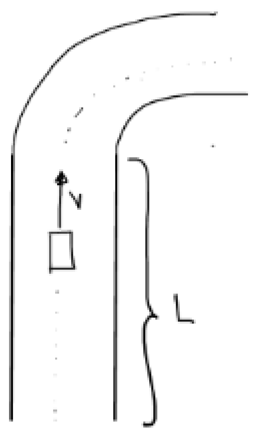
Datos del problema: m, α, β, k, F, l_0 y v_0.

. Un automóvil recorre una ruta plana tal como se indica en la figura. La misma consta de dos tramos: uno recto de L metros y otro circular de 50 m de radio. Existe rozamiento entre el camino y el auto (únicamente en la curva).

a) Sabiendo que el auto puede ir como máximo a 36km/h. ¿Qué coeficiente de rozamiento debe tener, como mínimo, el camino curvo para que el auto no derrape?

b) Asuma que, debido a una lluvia repentina, el coeficiente de rozamiento se reduce a 0.05 y que el auto tiene, en el tramo recto, una aceleración uniforme de 1m/s^2. Calcule la longitud máxima L_{max} del tramo recto para que el auto no derrape al inicio de la curva (asuma que parte del reposo).

c) Describa el movimiento del auto si no existe rozamiento con el piso.



1. Una masa m se encuentra unida a un resorte de constante elástica k y longitud natural l_0. A su vez, la misma se encuentra sometida, en todo momento, a una fuerza F perpendicular a la pared vertical sin rozamiento (ver Figura). Sabiendo que el movimiento de la masa es siempre vertical,

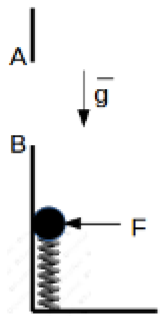
   a) Asumiendo que en el instante inicial $t = 0$ sobre el bloque se cumple que:

   $$y_0 = lo - \frac{mg}{k} + 1$$
   $$\dot{y}_0 = 0.$$

   Resuelva las ecuaciones de movimiento de la masa en función del tiempo. Halle la posición de equilibrio de m.

   b) Si una persona quiere ver en todo momento a la masa oscilando a través de la ventana (entre A y B) ¿A qué altura máxima (y mínima) debe colocar el punto A (y el B) para que eso suceda?

   c) En el punto más alto de la trayectoria de la masa se corta el resorte. Calcule el tiempo que tarda la masa en llegar al piso.



Datos del problema: $m = 1\,\mathrm{kg}$, F=50 N, $k = 5\,\mathrm{N/m}$ y $l_0 = 10\,\mathrm{m}$.