TP 1.2 - Estudio económico-matemático de apuestas en la Ruleta.

Maria Paz Battistoni
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
battistonimpaz@gmail.com

Santino Cataldi
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
cataldisantinonanu@gmail.com

Marcos Godoy
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
mjgodoy2002@gmail.com

Matias Luhmann
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
luhmannm0@gmail.com

Matias Marquez
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
matiastmarquez@gmail.com

Tomás Wardoloff
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
tomaswardoloff@gmail.com

1 de mayo de 2025

Abstract

Este trabajo simula el comportamiento de cuatro métodos de apuesta (Martingala, D'Alembert, Fibonacci y Paroli) en una ruleta europea (37 números). Se analiza la convergencia estadística, la varianza del saldo y la frecuencia relativa de aciertos, comparando escenarios con saldo finito e infinito. Los resultados demuestran que, pese a las diferencias en volatilidad, todos los métodos convergen a la bancarrota en el largo plazo, validando la ventaja matemática de la casa ($p = 18/37 \approx 0{,}486$).

1. Introducción

Para el análisis y desarrollo de este caso de estudio, desarrollamos una simulación por computadora de la ruleta europea donde evaluamos la evolución de la economía de los jugadores a través de diferentes estrategias de apuestas. A lo largo de múltiples corridas y tiradas, analizamos las siguientes estrategias de apuestas: Martingala, D'Alembert, Fibonacci y una estrategia adicional diseñada para esta investigación

Para el análisis y desarrollo de este caso de estudio, simulamos el funcionamiento del juego de la ruleta europea, con el objetivo de evaluar la evolución de la economía de los jugadores a través de diferentes estrategias de apuestas. Para ello desarrollamos un programa que consiste en la simulación de corridas de la ruleta, las cuales están compuestas por un número específico de tiradas. Esto se hará con un generador de variables aleatorias, para luego ir actualizando un saldo ficticio en función de si se acierta la apuesta realizada. Este estudio nos permitirá aplicar conceptos fundamentales de estadística, como la frecuencia relativa, valor promedio, etc y como varían estos a lo largo de las tiradas. Finalmente, se expondrán y analizarán los resultados obtenidos mediante gráficas, con el fin de interpretar el comportamiento de la simulación frente a lo esperado en términos probabilísticos.

Para poder trabajarlo de manera mas cómoda, optamos por que la apuesta sea "al rojo", lo cual indica que ganaremos la apuesta si el numero que sale es de color rojo. La probabilidad de que salga es aproximadamente 18/37= 0.486486.

2. Conceptos teóricos empleados

Para poder desarrollar este trabajo, necesitamos definir algunos conceptos teóricos importantes pertenecientes a la rama de Probabilidad y Estadística. Entre ellos, tenemos los siguientes:

Probabilidad: es una medida de la certidumbre de que ocurra un evento.

Variable aleatoria: es una función que asigna un valor, usualmente numérico, al resultado de un experimento aleatorio.

Distribución uniforme discreta: es una distribución de probabilidad discreta simétrica que surge en espacios de probabilidad equiprobables, es decir, en situaciones donde de resultados diferentes, todos tienen la misma probabilidad de ocurrir. En este caso, cada número de la ruleta tiene la misma probabilidad de ser elegido.

Población: conjunto total de elementos u objetos que comparten una o más características de interés para una investigación estadística.

Muestra: subconjunto de la población, es decir, un grupo finito de elementos a ser estudiados.

Frecuencia Relativa: se refiere a la proporción o el porcentaje de veces que ocurre un evento particular.

$$f_{r_i} = \frac{f_i}{n} \tag{1}$$

donde:

- f_{r_i} es la frecuencia relativa del valor x_i.
- f_i es la frecuencia absoluta del valor x_i.
- n es el número total de observaciones.

Media (Promedio): es la suma de un conjunto de valores dividida entre el número total de sumandos.

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{2}$$

donde:

- $\bar{x}$ es la media o promedio de la muestra.
- n es el número total de observaciones en la muestra.
- x_i son los valores individuales en la muestra, con $i = 1, 2, \ldots, n$.
- $\sum_{i=1}^{n} x_i$ representa la suma de todos los valores en la muestra.

Varianza: es una medida de dispersión definida como la esperanza del cuadrado de la desviación de dicha variable respecto a su media.

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \tag{3}$$

donde:

- s^2 es la varianza muestral acumulada.
- x_i es cada valor individual en la muestra.
- $\bar{x}$ es la media de la muestra.
- n es el número total de observaciones.
- Para $i = 1$, la varianza no está definida, y se asigna 0 por convención.

Desvío Estándar: es una medida que se utiliza para cuantificar la variación o la dispersión de un conjunto de datos numéricos.

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \tag{4}$$

donde:

- s es el desvío estándar muestral.
- s^2 es la varianza muestral.

3. Estrategias de apuestas

Las diferentes estrategias de apuesta que incluimos en el estudio fueron:

1. **Martingala:** Esta estrategia se basa en la idea de duplicar la apuesta cada vez que se pierde, con el objetivo de recuperar las pérdidas acumuladas y obtener una ganancia equivalente a la apuesta inicial en el momento en que se gana. Si el jugador obtiene una victoria, la apuesta se reduce a su valor inicial, reiniciando el ciclo de apuestas.
2. **D'Alembert:** En esta estrategia, el jugador ajusta su apuesta de manera gradual en función de los resultados anteriores. Cada vez que pierde, aumenta su apuesta en una cantidad fija (por ejemplo, el valor de la apuesta inicial). Por el contrario, si gana, reduce su apuesta en la misma cantidad, buscando equilibrar las pérdidas con las ganancias a lo largo del tiempo.
3. **Fibonacci:** La estrategia de Fibonacci sigue la famosa secuencia matemática en la que cada número es la suma de los dos anteriores (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, etc.). En esta técnica, el jugador aumenta su apuesta de acuerdo con la secuencia después de una pérdida. En caso de victoria, retrocede dos pasos en la secuencia, con el fin de controlar el ritmo de crecimiento de las apuestas.
4. **Paroli:** A diferencia de las estrategias anteriores, el Paroli busca maximizar las ganancias durante una racha de victorias. Cada vez que el jugador gana, duplica su apuesta para aprovechar el impulso positivo. Si pierde, vuelve a la apuesta inicial, buscando limitar las pérdidas en momentos desfavorables.

4. Implementación de Restricciones Financieras: Banca-Rota y Caso Ideal

Para poder seguir de manera exhaustiva los métodos de apuesta, definimos que si en la proxima apuesta el jugador debería apostar mas de lo que tiene de saldo, entra a en "Banca-Rota".

Añadimos la opción de que se posea un saldo infinito, eliminando la posibilidad de que exista banca-rota lo cual permite que los métodos evolucionen sin limites facilitandonos el análisis de diversas cuestiones.

5. Desarrollo

Para llevar a cabo esta investigación, desarrollamos un programa utilizando el lenguaje de programación Python (versión 3.12.3), junto con bibliotecas como random, matplotlib y numpy. Estas herramientas nos permitieron simular tiradas de ruleta, analizar el flujo de caja, el comportamiento de las apuestas a lo largo del tiempo bajo distintos escenarios de capital y con diversas estrategias de apuestas. El programa fue diseñado para ejecutarse desde la línea de comandos, permitiendo al usuario ingresar los parámetros deseados mediante la instrucción: python main.py -c XXX -n YYY -e ZZ -s -a, donde:

- **-c XXX**: Especifica la cantidad total de corridas a simular.
- **n YYY**: Define el número de tiradas por corrida.
- **-s**: Permite seleccionar la estrategia de apuestas a utilizar (m para Martingala, d para D'Alembert, f para Fibonacci, y o para Paroli).
- **-a**: Define el tipo de capital utilizado, siendo ï"para capital infinito e "f"para capital finito.

6. Gráficas

Finalmente, los resultados son presentados de forma visual mediante gráficos que muestran la evolución de los estadísticos a lo largo de las tiradas y corridas. Esta representación facilita la interpretación de los datos obtenidos y permite extraer conclusiones fundamentadas en el comportamiento observado en la simulación. Los cálculos de las gráficas las realizamos por cada corrida en particular,(corrida es un conjunto de tiradas).

Con el objetivo de garantizar la coherencia en el análisis y evitar inconsistencias que pudieran dificultar la interpretación de los resultados, se decidió mantener constantes los parámetros utilizados para la generación de los datos. De esta manera, se evita realizar comparaciones sin fundamento entre escenarios que difieran en condiciones clave.

En particular, se llevaron a cabo 10 corridas independientes, cada una compuesta por 1000 tiradas. En todas las simulaciones se fijó un valor de apuesta constante de 10 unidades por jugada, y se estableció un saldo inicial uniforme de 1000 unidades. Esta configuración controlada permite observar con mayor claridad la evolución del juego y facilita la comparación entre corridas, centrando el análisis en el comportamiento emergente del sistema y no en variaciones arbitrarias de los parámetros iniciales.

Evolución de saldo por tirada

El gráfico de la Figura 1 y el gráfico de la Figura 2 nos permiten visualizar la evolución del saldo de los jugadores a través de las tiradas, implementando la estrategia, en este caso, de Martingala. Solo que en el caso del primer gráfico el saldo disponible es infito y en el caso del segundo gráfico este es finito

Martingala

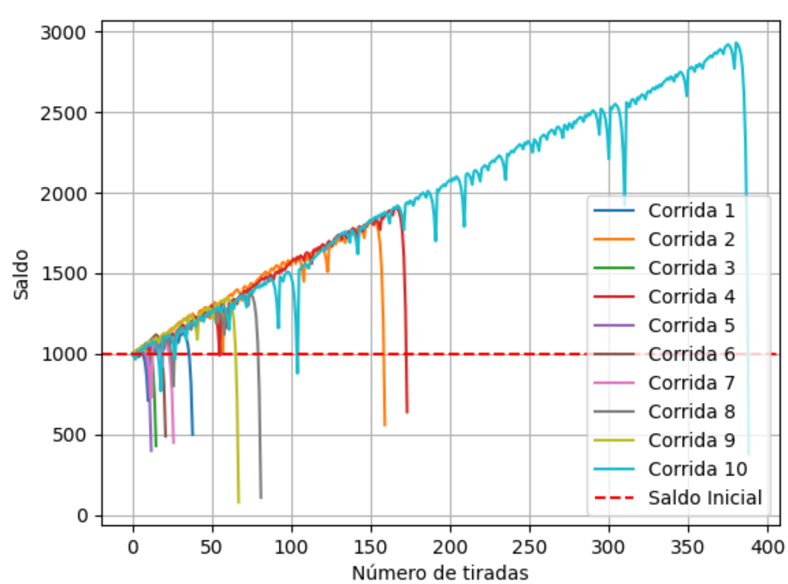

Figura 1: Saldo de la estrategia Martingala tras realizar apuestas con saldo finito

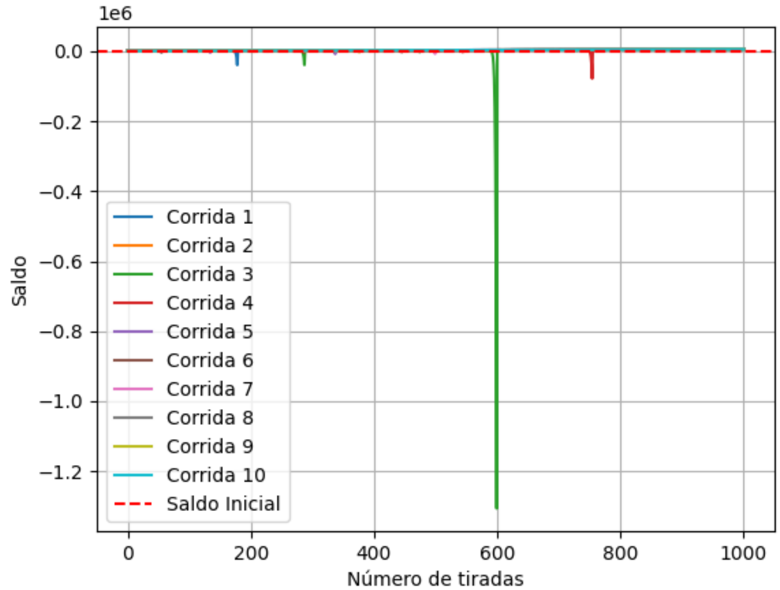

Figura 2: Saldo de la estrategia Martingala tras realizar apuestas con saldo infinito

D’Alembert

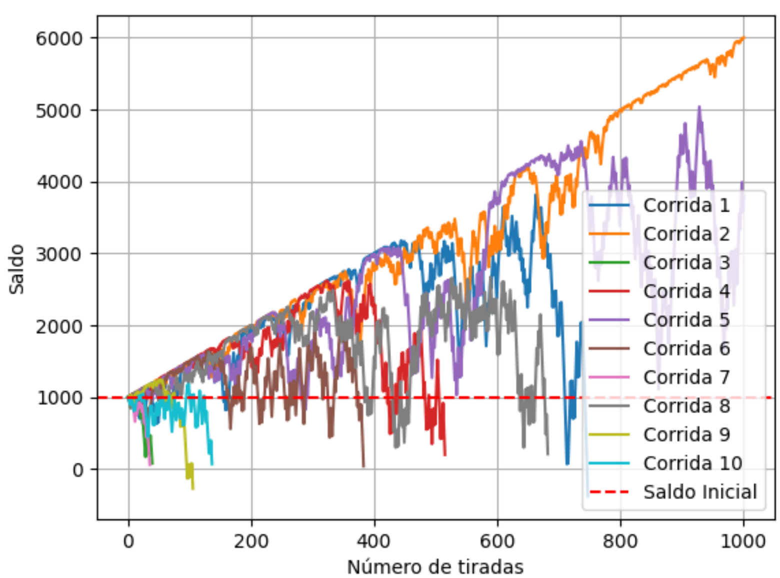

Figura 3: Saldo de la estrategia D’Alambert tras realizar apuestas con saldo finito

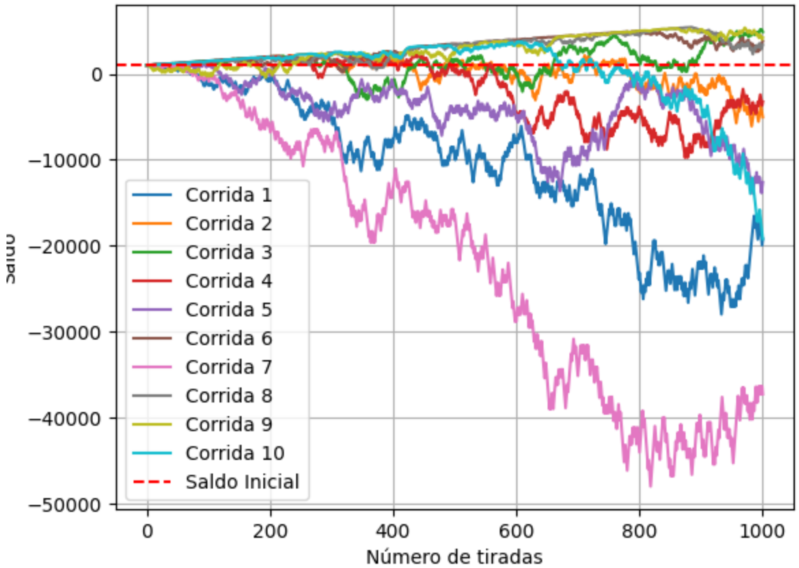

Figura 4: Saldo de la estrategia D'Alambert tras realizar apuestas con saldo infinito

Fibonacci

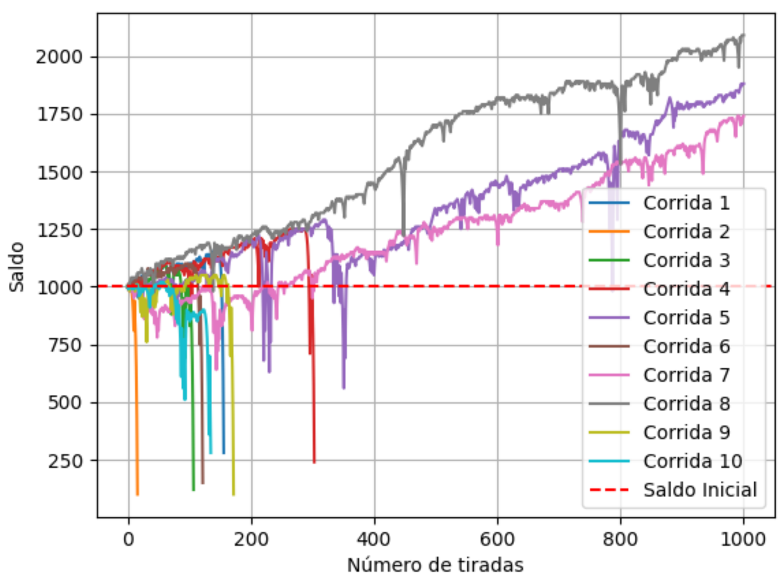

Figura 5: Saldo de la estrategia Fibonacci tras realizar apuestas con saldo finito

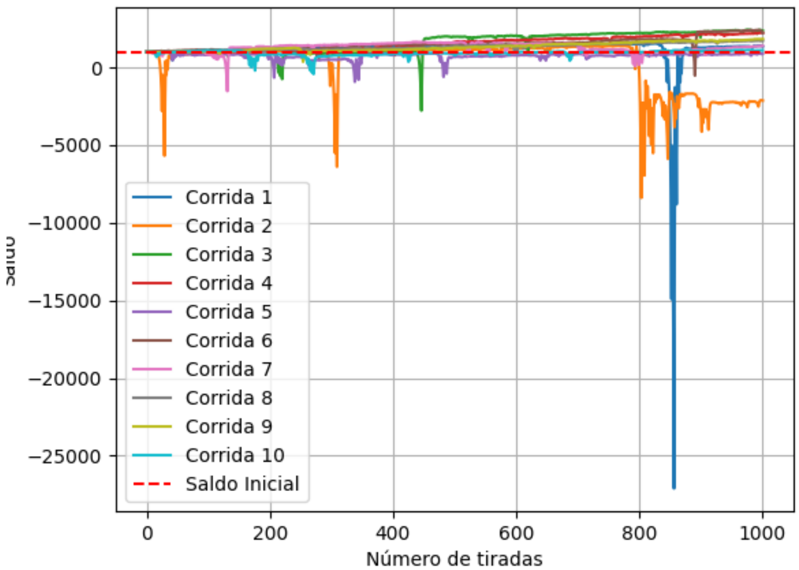

Figura 6: Saldo de la estrategia Fibonacci tras realizar apuestas con saldo infinito

Paroli

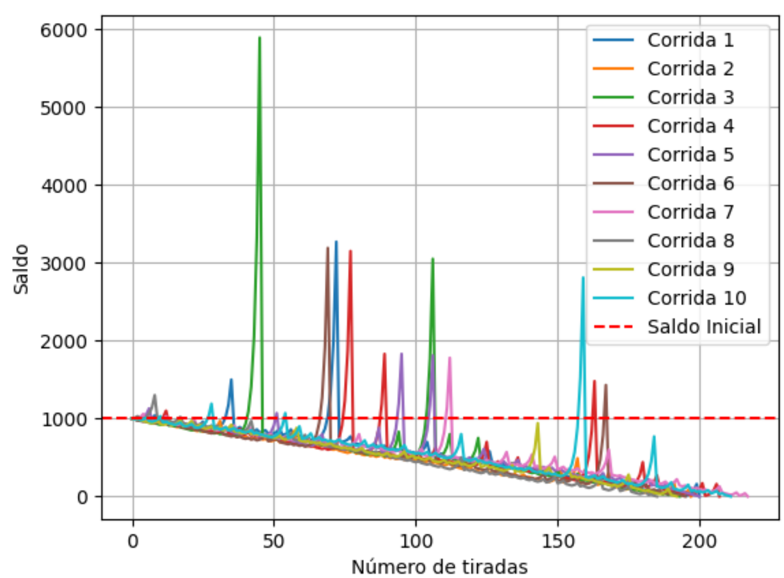

Figura 7: Saldo de la estrategia Paroli tras 1000 apuestas con saldo finito

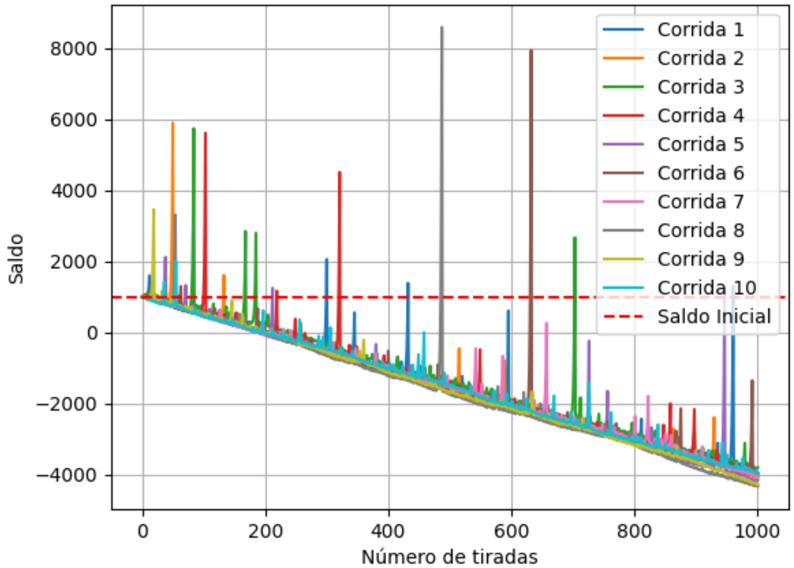

Figura 8: Saldo de la estrategia Paroli tras realizar apuestas con saldo infinito

Muestra:

En el eje X: la cantidad de tiradas.

En el eje Y: saldo actual en la tirada n.

La línea verde punteada representa el saldo inicial

En la comparativa de los gráficos, puede observarse lo caótico que pueden llegar a ser. Por un lado, el gráfico correspondiente al método Martingala muestra la mayor cantidad de veces en que se alcanzó la bancarrota, reflejando el efecto de la volatilidad propia de dicho método. En cambio, los métodos de Fibonacci y D'Alembert resultaron ser similares entre sí y mostraron cierto crecimiento en el saldo. Sin embargo, al analizarlos con una mayor cantidad de tiradas, todos terminan alcanzando la bancarrota en algún momento. Por su parte, el método Paroli no presenta grandes progresos, pero requiere de un número considerable de iteraciones para llegar a la bancarrota. En líneas generales, todos los métodos terminan conduciendo a la bancarrota, con mayor o menor rapidez.

Al analizar los gráficos bajo la condición de saldo infinito, el método que muestra un cambio radical es el de Martingala, que se dispara en ganancias. En contraste, el resto de los métodos no parecen verse significativamente afectados por el hecho de disponer de saldo infinito, aunque sí se aprecia un cambio en ellos debido al gran número de tiradas.

Una conclusión interesante respecto al método Martingala es que, si la brecha entre la apuesta y el saldo es lo suficientemente amplia como para que la probabilidad de perder n veces consecutivas sea mínima, este puede resultar un método rentable. Por ejemplo, si se realizan apuestas de 1 unidad con un saldo de 100.000 unidades, permanecer cerca del saldo inicial implicaría necesitar perder aproximadamente 16 veces seguidas, lo cual, apostando al rojo, tendría una probabilidad de:

$$p(x) = (0{,}5135)^{16} = 0{,}00002337 \tag{5}$$

lo cual resulta altamente improbable.

Evolución de la apuesta a lo largo de las tiradas

A través de los gráficos presentados, es posible observar si el jugador mantuvo una estrategia constante, si modificó sus apuestas en función de los resultados anteriores, o si hubo un comportamiento más aleatorio.

Este análisis permite identificar patrones como aumentos de apuesta tras pérdidas (posible uso de estrategias como la martingala), reducciones para minimizar riesgos, o apuestas crecientes tras rachas ganadoras. Además, se puede relacionar la evolución de las apuestas con el resultado general, brindando una idea del impacto de la estrategia utilizada.

Martingala

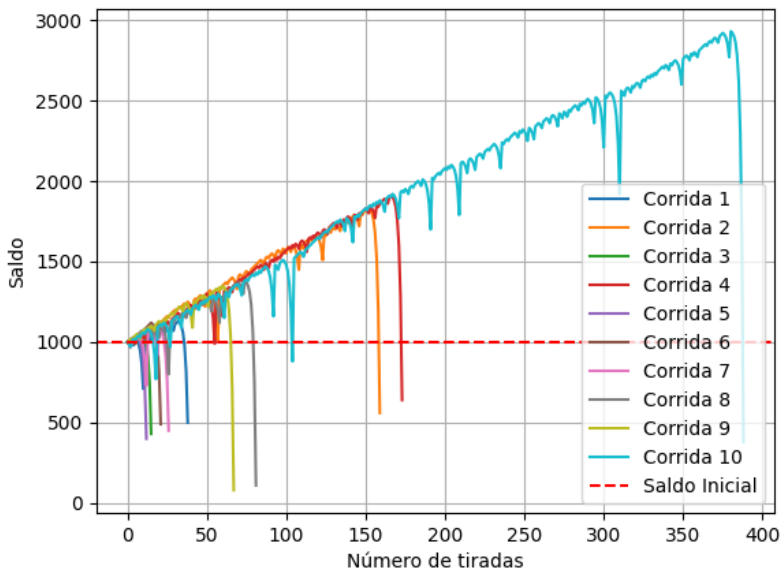

Figura 9: Evolución de la apuesta con la estrategia Martingala con saldo finito

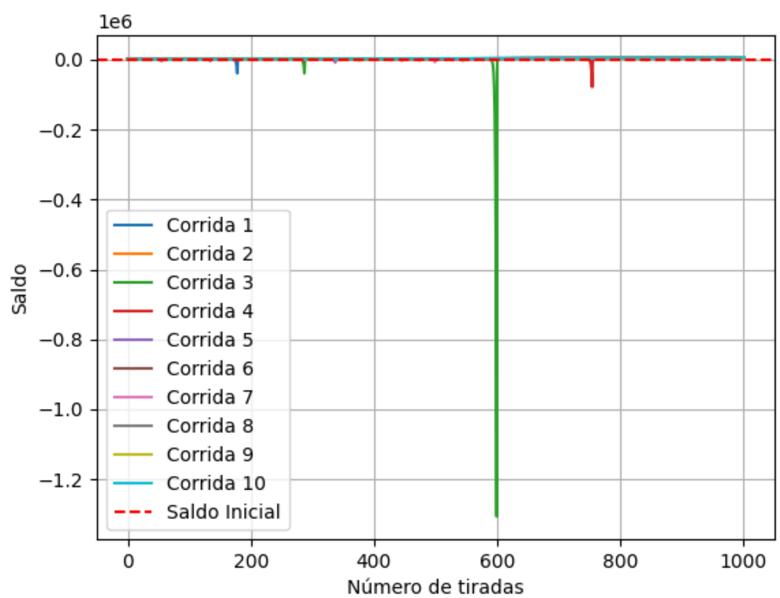

Figura 10: Evolución de la apuesta con la estrategia Martingala con saldo infinito

D‘Alembert

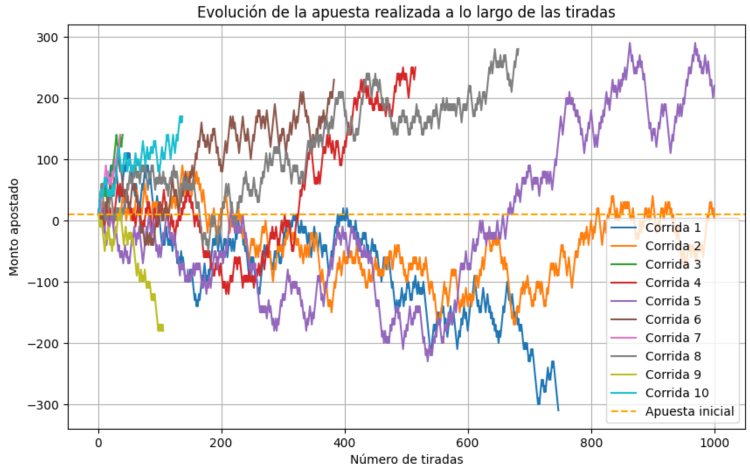

Figura 11: Evolución de la apuesta con la estrategia D'Alembert con saldo finito

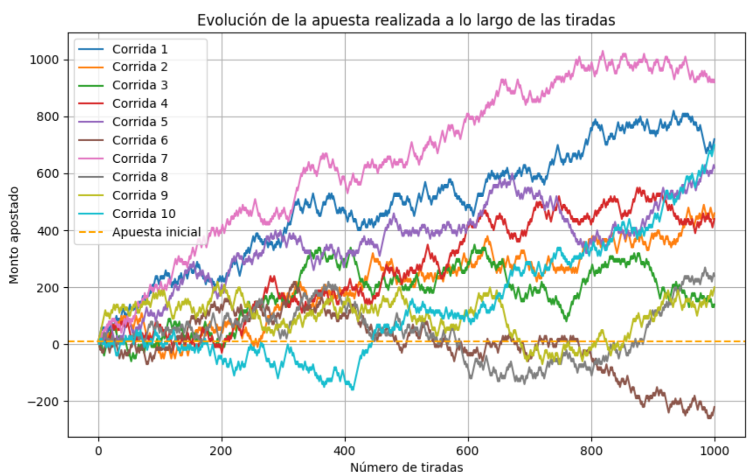

Figura 12: Evolución de la apuesta con la estrategia D'Alembert con saldo infinito

Fibonacci

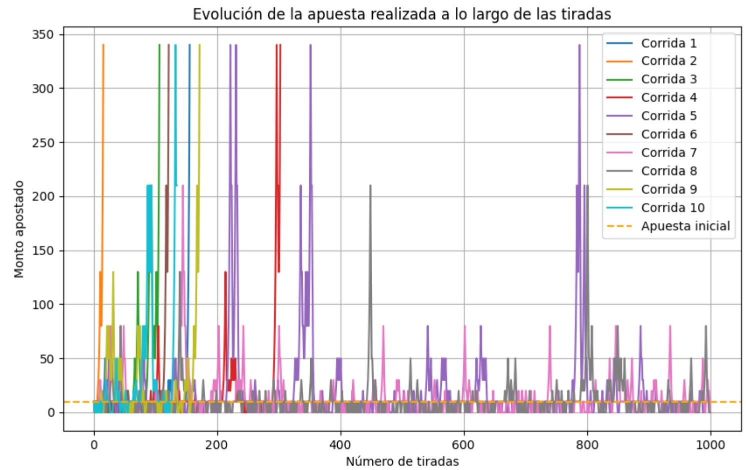

Figura 13: Evolución de la apuesta con la estrategia Fibonacci con saldo finito

Figura 14: Evolución de la apuesta con la estrategia Fibonacci con saldo infinito

Paroli

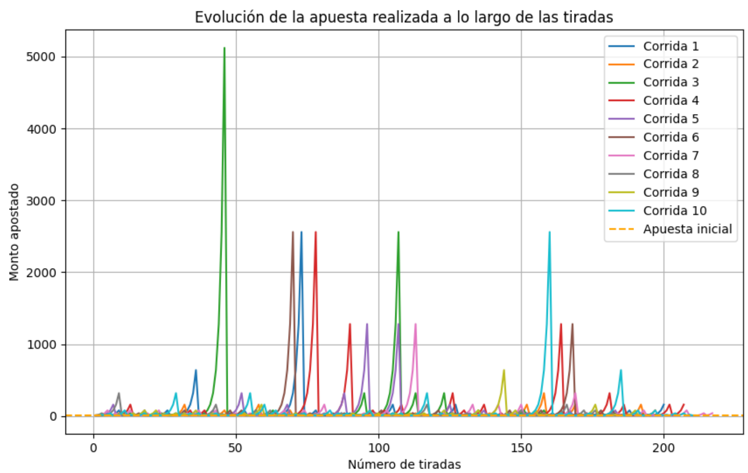

Figura 15: Evolución de la apuesta con la estrategia Paroli con saldo finito

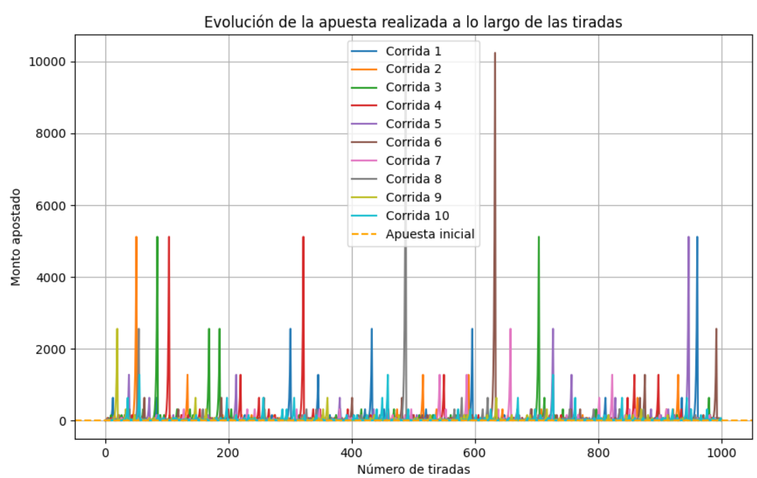

Figura 16: Evolución de la apuesta con la estrategia Paroli con saldo finito

Muestra:

Eje X: número de tiradas.

Eje Y: saldo gastado en esa corrida.

En la estrategia Martingala con saldo finito se puede apreciar que luego de un pico de apuesta, decae a cero ya que entra en bancarrota, es el método que más se repite este patrón.

Con la estrategia D'Alembert Se puede apreciar una evolución muy similar entre saldo finito e infinito esto es debido a que es un método más conservador y rara vez llega a la bancarrota.

Si analizamos el método Fibonacci, tanto con saldo finito como con saldo infinito, se puede apreciar como luego de formar un pico, cae de manera un poco más progresiva y menos abrupta que el método de Martingala.

Por último, con Paroli no hay grandes variaciones entre saldo finito e infinito, aquí, luego de un gran pico de apuesta, cae abruptamente debido a que luego de una apuesta perdida, vuelva a la inicial, que siempre es mínima.

Evolución de la frecuencia relativa de obtener la apuesta favorable

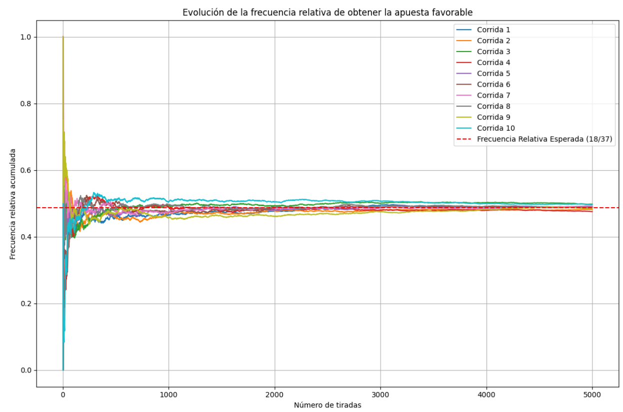

Figura 17: Evolución de la frecuencia relativa de obtener la apuesta favorable

Muestra:

Eje X: número de tiradas.

Eje Y: frecuencia relativa acumulada de victorias (por ejemplo, cuántas veces salió rojo dividido por la cantidad de tiradas hasta ese momento).

La línea roja punteada indica la frecuencia relativa teórica esperada, que es 18/37 = 0.486486.

En este gráfico podemos ver cómo a lo largo de las tiradas se termina convergiendo al valor estimado, independiente del método de apuesta. Este valor, al ser menor que 0.5 da fuertes indicios de que no se es propenso a ganar. Especialmente en el gran número de tiradas (cuando este valor se acerca y estabiliza cercano al 0.4864) se torna probabilísticamente muy complicado obtener tiradas victoriosas.

7. Conclusiones

Los gráficos generados nos permitieron analizar el comportamiento estadístico de la simulación de una ruleta con 37 números (del 0 al 36) evaluando las apuestas económicas a través de diferentes métodos. Al realizar múltiples corridas y observar cómo evolucionan diferentes medidas estadísticas a lo largo de las tiradas, pudimos evaluar la validez del modelo y su correspondencia con lo que esperábamos. A continuación, se resumen los principales aspectos observados: **C**onvergencia estadística A medida que se incrementa el número de tiradas, todos los gráficos tienden a la bancarrota. Este trabajo corrobora que ningún método supera la ventaja matemática de la ruleta. **V**ariabilidad entre corridas Al graficar varias corridas en un mismo gráfico, se observa que, hay mucha variabilidad entre las distintas corridas. Pero, si analizamos los gráficos con un gran número de corridas, terminamos llegando al mismo resultado, ningún método es del todo viable.

Los hallazgos principales son:

- **Insostenibilidad a largo plazo**: Todos los métodos conducen a la bancarrota con saldo finito, pues $E[X] = -0{,}027$ por tirada (ventaja de la casa).
- **Martingala**: Muestra alta volatilidad. Con saldo infinito, produce ganancias exponenciales (Fig. 1), pero es impracticable en realidad por límites de apuesta máxima.
- **D'Alembert y Fibonacci**: muestran comportamientos intermedios: Menos bancarrotas que Martingala; crecimientos moderados del saldo antes de la eventual bancarrota
- **Paroli**: Exhibe menor varianza pero no elimina el sesgo negativo. Requiere $> 10^4$ tiradas para quiebra, siendo el más .estable".
- **Validación teórica**: La frecuencia relativa converge a $18/37$ (Fig. 3), confirmando que el modelo simulado reproduce correctamente las propiedades probabilísticas.

Este estudio confirma que ningún método de apuesta puede superar la ventaja de la casa en la ruleta europea a largo plazo, aunque diferentes estrategias muestran distintos perfiles de riesgo/recompensa en el corto plazo.

Referencias

- https://es.wikipedia.org
- https://blog.betway.com
- https://black-jack.com
- Apuntes de cátedra. Probabilidad y Estadística, UTN.