

Teoría de algoritmos

(75.29) Curso Buchwald - Genender

**Trabajo Práctico 1**

**Algoritmos Greedy en la nación del fuego**

8 de abril 2024

**Integrantes:**

* Matias Vazquez Morales (111083)
* Scarlet Mendoza (108524)
* Nestor Palavecino (108244)

# **Introducción**

En este informe, presentaremos un enfoque basado en algoritmos greedy para resolver este problema complejo, proporcionando al Señor del Fuego una herramienta invaluable para optimizar su estrategia militar y asegurar el máximo impacto de sus victorias en la Nación del Fuego.

Además analizaremos:

* Complejidad
* Variabilidad de algunos valores en el algoritmo planteado
* Tiempos de ejecución para corroborar la complejidad teórica indicada
* Efectividad, para saber si la regla sencilla define una solución óptima
* Demostrar que siempre obtiene la solución óptima nuestro algoritmo planteado

# **Algoritmo greedy para encontrar el orden óptimo de las batallas**

En esta sección se encontrará un análisis completo sobre todas las hipótesis, reglas y consideraciones tomadas por el equipo para la resolución del problema del Señor del Fuego.

Exploramos cómo los principios de los algoritmos greedy se aplican en este contexto, aprovechando la capacidad de tomar decisiones óptimas localmente en cada etapa del problema. Esta estrategia se justifica en la naturaleza del problema, que presenta propiedades de subestructura óptima y de elección óptima, condiciones ideales para la aplicación de un algoritmo greedy.

**Resolución de las consignas**

**1)**

En este análisis se va a poner en cuenta como pensamos, planteamos y solucionamos el ejercicio del Trabajo Práctico. Empezamos planteando diferentes ideas y formas, tomando como ejemplo los archivos .TXT dados por la cátedra, planteamos diferentes formas para intentar llegar a los resultados esperados utilizando la sumatoria de

1. utilizar el orden de los archivos .TXT.
2. ordenar por de manera ascendente.
3. ordenar por de manera descendente
4. ordenar por de manera ascendente
5. ordenar por de manera descendente

sin llegar al resultado esperado.

El algoritmo pensado para resolver fue utilizar la misma forma que el problema de la mochila de RPL, en donde plantea que cada elemento tiene un valor y un peso, solo que en el trabajo práctico en vez de ser elementos son batallas y el valor son el tiempo de cada una. Entonces para encontrar un orden correcto lo que hicimos es hacer la división entre

y ordenar las batallas de manera ascendente con el resultado de esta.

Una vez que está ordenado, calculamos cuánto es la finalización de cada batalla, ya que por el enunciado del trabajo práctico dice “Si la primera batalla es la j, entonces Fj ​= tj​ , en cambio si la batalla j se realiza justo después de la batalla i, entonces Fj ​= Fi​ + tj​.”

Ya teniendo calculada la finalización de cada batalla, pasamos a realizar la sumatoria de estas

quedando como resultado la mínima suma ponderada.

Ejemplo, teniendo las batallas:

23, 65

10, 323

43, 923

76, 33

Nos quedaría realizando la división

23, 65,

10, 323,

43, 923,

76, 33,

Y ordenando por

10, 323,

43, 923,

23, 65,

76, 33,

una vez ordenado calculamos los tiempos de finalización de estos.

10, 323, 10/323

53, 923, 43/923

76, 65, 23/65

152, 33, 76/33

ya teniendo la finalización de cada batalla, realizamos la sumatoria

quedando como resultado la mínima suma ponderada y el orden de las batallas de la forma

10, 323

43, 923

23, 65

76, 33

**2)**

**Demostración de la optimalidad del algoritmo**

Para demostrar que el algoritmo llega siempre a la solución óptima, vamos a realizar primero la demostración por absurdo para 2 batallas, y luego, mediante inducción vamos a demostrar que se cumple para las n batallas.

**Demostración para 2 batallas por absurdo**

Tenemos 2 batallas:

**B1 = (t1, b1)**

**B2 = (t2, b2)**

Y las vamos a ordenar por coeficiente ti/bi de menor a mayor.

Supongamos que este ordenamiento no da siempre la solución óptima. Entonces existe un par de batallas (B1 B2) tal que:

(es decir, está ordenado por coeficiente) y que al mismo tiempo se cumple que la suma ponderada de (B1, B2) es mayor que la suma ponderada de (B2, B1), es decir:

Si esta desigualdad se cumple para algún (t1, b1, t2, b2), entonces, el algoritmo no da siempre la solución óptima.

Operando con la desigualdad, y con y (porque si no, no se podría aplicar el algoritmo, ya que no se puede dividir por cero):

**Absurdo**, porque habíamos dicho al principio que  **.**

Como no pudimos encontrar algún (t1, b1, t2, b2) que valide la hipótesis, entonces no existe ningún par de batallas (B1, B2) cuya suma ponderada resulte peor que la suma ponderada de (B2, B1).

Por lo tanto, el algoritmo propuesto siempre encuentra la solución óptima para el caso de 2 batallas.

**Demostración para n batallas por inducción**

Supongamos que ahora tenemos 3 batallas ordenadas por ti/bi. La suma ponderada se calcularía de la siguiente forma:

Pero a la suma ponderada de las primeras 2 batallas la podríamos escribir como:

Entonces, la suma ponderada de las 3 batallas la podemos escribir como:

Y tenemos de vuelta la suma ponderada entre 2 batallas, caso para el cual ya vimos que el algoritmo siempre encuentra la solución óptima.

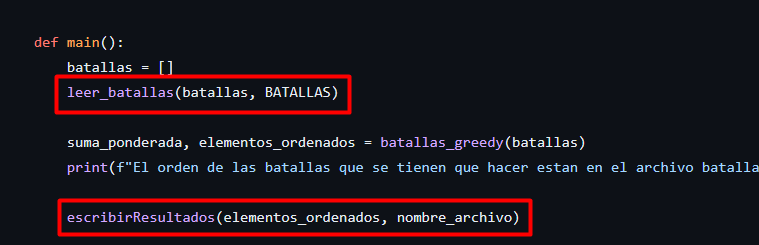
Y el mismo procedimiento podríamos aplicar si agregamos una nueva batalla, con lo cual demostramos que algoritmo se cumple para la batalla k+1.

Finalmente, como el algoritmo se cumple para el caso base de 2 batallas (k=2) y luego se cumple para k+1 batallas, queda demostrado que el algoritmo siempre encuentra la solución óptima para todos los casos de batallas posibles.

**3)**

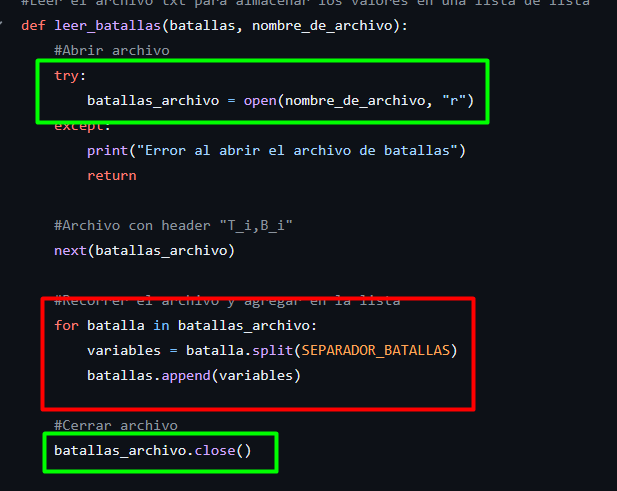
La complejidad teórica del algoritmo planteado se calculó con la siguiente lógica de análisis:

Partiendo desde la premisa de que solo se usa un archivo .txt que posee todas las batallas con sus pesos, entonces se declara una variable que será complejidad O(1). Luego procede a ingresar a la función leer\_batallas

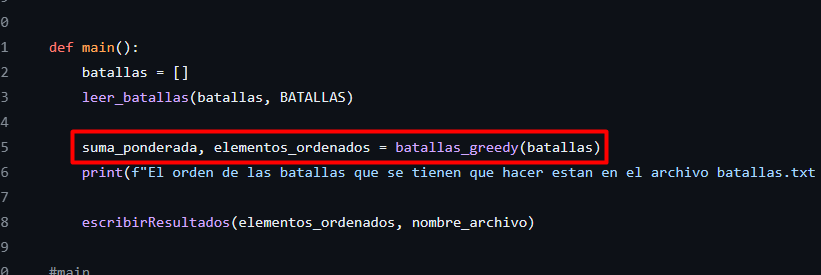


En esta función, abre y cierra el archivo txt en una complejidad O(1), gracias a la implementación que posee el lenguaje para el manejo de archivos y luego recorre tantas batallas tenga el archivo, esto se debe a que se recorre cada línea una vez. entonces, siendo n = Número de Batallas -> la complejidad termina en O(n).

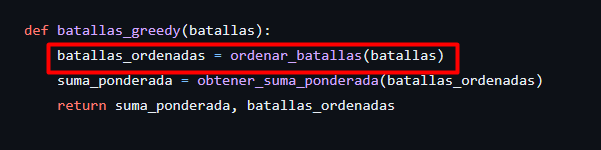
Así mismo, se usó la lógica de análisis y concluimos que la complejidad para la escritura los resultados en un .txt sería O(n).



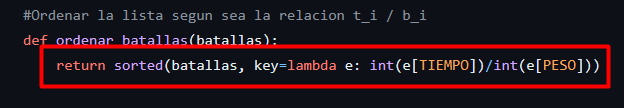
Luego regresamos al main y procede a llamar a la función “Batallas Greedy”



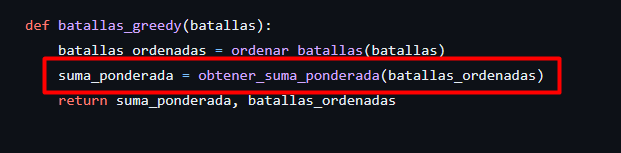
En ella se encuentra la llamada a dos funciones subyacentes:



La primera función ordenar\_batallas usa una función sorted() que tiene una complejidad de O(n log n) en el peor de los casos, ya que utiliza un algoritmo de ordenación basado en comparaciones que generalmente tiene una complejidad de O(n log n).

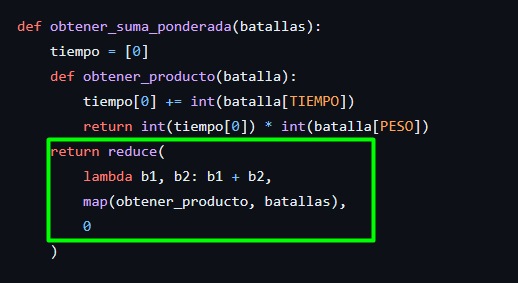


La siguiente función a analizar será la función obtener\_suma\_ponderada:



* La función obtener\_producto se llama para cada elemento en batallas, lo que resulta en una complejidad de O(n).
* La función reduce aplicada a map también tiene una complejidad de O(n), ya que map recorre cada elemento de batallas y reduce acumula el resultado.

Por lo tanto, la complejidad total de esta parte es O(n).



Entonces la función principal, batallas\_greedy llama a ordenar\_batallas y obtener\_suma\_ponderada, por lo que su complejidad total es la suma de las complejidades de estas dos funciones. Por lo tanto, la complejidad total de batallas\_greedy es O(n log n) + O(n), que simplifica a O(n log n) ya que es el término dominante.

En resumen, la complejidad temporal del algoritmo proporcionado es dominada por la función ordenar\_batallas, que tiene una complejidad de **O(n log n)**. Las otras operaciones tienen complejidades menores en comparación.

A su vez, analizamos la variabilidad de los valores Ti y Bi, concluimos de que a pesar de ser nuestra estrategia de orden, en tiempo de ejecución no afecta de forma directamente proporcional. En su lugar, el tiempo de ejecución dependerá netamente de la cantidad de batallas que sean presentadas en archivos .txt

**4)**

La variabilidad de los valores de puede afectar la optimalidad del algoritmo de distintas formas. En tiempos de batalla, si el tiempo que se requiere para ganar cada batalla cambia drásticamente, entonces el orden en el que se luchan las batallas puede tener un gran cambio en la suma ponderada de los tiempos de finalización. Batallas que duran más tiempo al principio pueden resultar con una suma ponderada más alta, ya que todas las batallas siguientes se retrasarán. Por lo tanto, puede ser más óptimo luchar primero las batallas más cortas.

En cuanto la importancia de la batalla, Si la importancia de las batallas varía significativamente, entonces el orden en el que se luchan las batallas también puede tener un gran impacto en la suma ponderada de los tiempos de finalización. Batallas menos importantes al principio pueden resultar en una suma ponderada más baja, ya que las batallas más importantes, es decir, las que tienen un mayor peso, se retrasarán. Por lo tanto, puede ser óptimo luchar primero las batallas más importantes.

El algoritmo propuesto tiene en cuenta tanto al ordenar las batallas por su ratio de importancia a tiempo. Esto significa que el algoritmo dará prioridad a las batallas que son relativamente más importantes y cortas. Sin embargo, si hay mucha variabilidad en , entonces el orden óptimo de las batallas puede variar significativamente. Por lo tanto, es importante tener en cuenta esta variabilidad al utilizar el algoritmo.

Si los valores de son negativos, el problema y el algoritmo necesitan ser reevaluados, ya que estos valores negativos podrían no tener un significado físico en el contexto del problema.

**Valores negativos para ​**: En el contexto de este problema, un tiempo de batalla negativo no tendría sentido, ya que el tiempo no puede ser negativo. Si se permite un ​negativo, podría interpretarse como que la batalla ya ha sido ganada antes de comenzar, lo cual es contradictorio.

**Valores negativos para​ :** Un valor negativo para la importancia de la batalla podría interpretarse como una batalla que el Señor del Fuego preferiría perder en lugar de ganar. Esto podría complicar la optimización, ya que ahora no sólo se está tratando de minimizar el tiempo total, sino también de manejar las preferencias negativas.

En resumen, permitir valores negativos para ​, complicaría el problema y requeriría una reevaluación del algoritmo de optimización. Es posible que se necesite un enfoque completamente diferente para resolver el problema en este caso

**5)**

Usando los ejemplos dados por la catedra, y pasándolos por el algoritmo, podemos obtener los resultados esperados de estos, además utilizando un ejemplo adicional, que calculamos a mano, nos dio el mismo resultado que el algoritmo.

10, 50

37, 42

167, 21

566, 3

Hacemos la división de

10, 50,

37, 42,

167, 21,

566, 3,

Sumamos las finalizaciones de cada batalla

10, 50

47, 42

214, 21

780, 3

Realizamos la sumatoria para obtener la suma ponderada de las batallas

Dicha sumatoria nos da como resultado 9308 y el orden de las batallas es

10, 50,

37, 42,

167, 21,

566, 3,



Texto

Descripción generada automáticamente

**6)**

Según los resultados obtenidos (ver apartado *Mediciones*) el algoritmo muestra un comportamiento lineal, lo cual no coincide con la complejidad teórica O(n log n).

Las pruebas de tiempo se hicieron a partir de batallas aleatorias generadas con un algoritmo que se encuentra en el archivo **generator.py**

# **Mediciones**

**Complejidad del algoritmo**

|  |  |
| --- | --- |
| **Cantidad de batallas** | **Tiempo en segundos** |
| 10000 | 0.024569273 |
| 20000 | 0.042161942 |
| 40000 | 0.079659462 |
| 80000 | 0.155718327 |
| 160000 | 0.287978649 |
| 320000 | 0.687191486 |
| 640000 | 1.245909691 |
| 1280000 | 2.873133183 |
| 2560000 | 6.037873268 |
| 5120000 | 12.60144091 |
| 10240000 | 27.15257955 |

# 

# **Conclusiones**

En conclusión, este informe ha presentado un enfoque basado en algoritmos greedy para optimizar la estrategia militar del Señor del Fuego, demostrando su aplicabilidad y eficacia en la resolución de problemas complejos. A través de un análisis detallado, se ha demostrado que el algoritmo propuesto, que se basa en la toma de decisiones óptimas localmente en cada etapa del problema, es efectivo para maximizar el impacto de las victorias en la Nación del Fuego.

Se ha explorado la complejidad teórica del algoritmo, revelando que su eficiencia está dominada por la función de ordenamiento de batallas, con una complejidad de O(n log n). Además, se ha analizado la variabilidad de los valores de tiempo de batalla (Ti) y su importancia (Bi), demostrando que, aunque pueden afectar la optimalidad del algoritmo, no lo hacen de manera directamente proporcional en tiempo de ejecución. En cambio, el tiempo de ejecución depende principalmente de la cantidad de batallas presentadas.

El algoritmo propuesto ha demostrado ser una herramienta valiosa para el Señor del Fuego, permitiéndole tomar decisiones óptimas en cada etapa del conflicto. Sin embargo, es importante tener en cuenta que la variabilidad en los valores de Ti y Bi puede afectar la efectividad del algoritmo, lo que subraya la necesidad de una evaluación continua y ajustes según las circunstancias específicas.

La adaptabilidad y eficiencia de los algoritmos greedy los convierten en herramientas valiosas para la toma de decisiones en entornos dinámicos y complejos, como los que enfrenta el Señor del Fuego.