

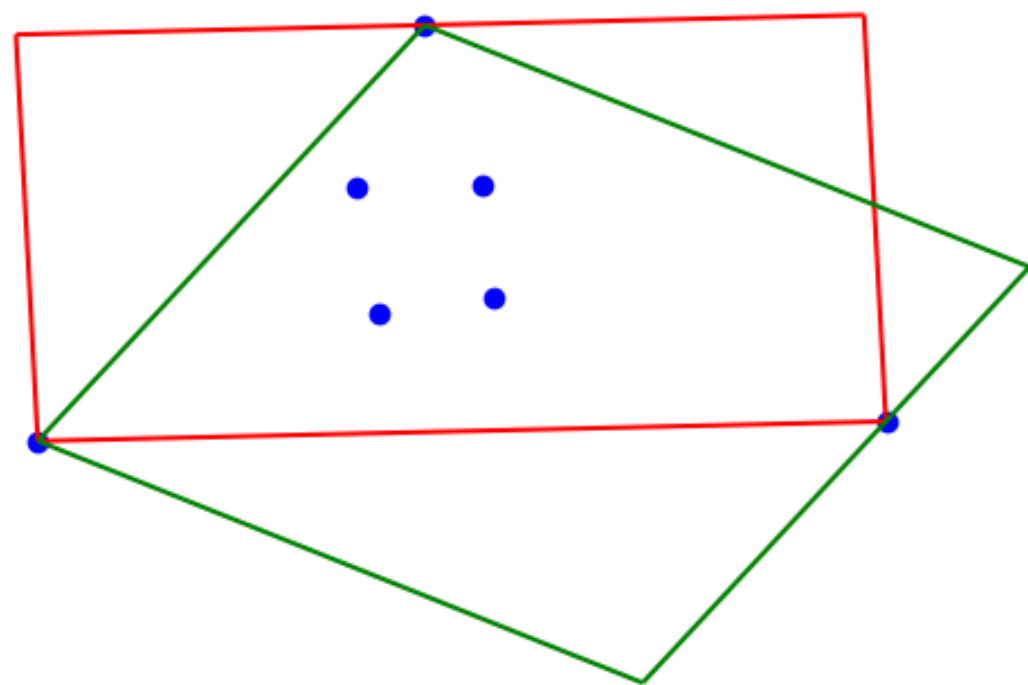
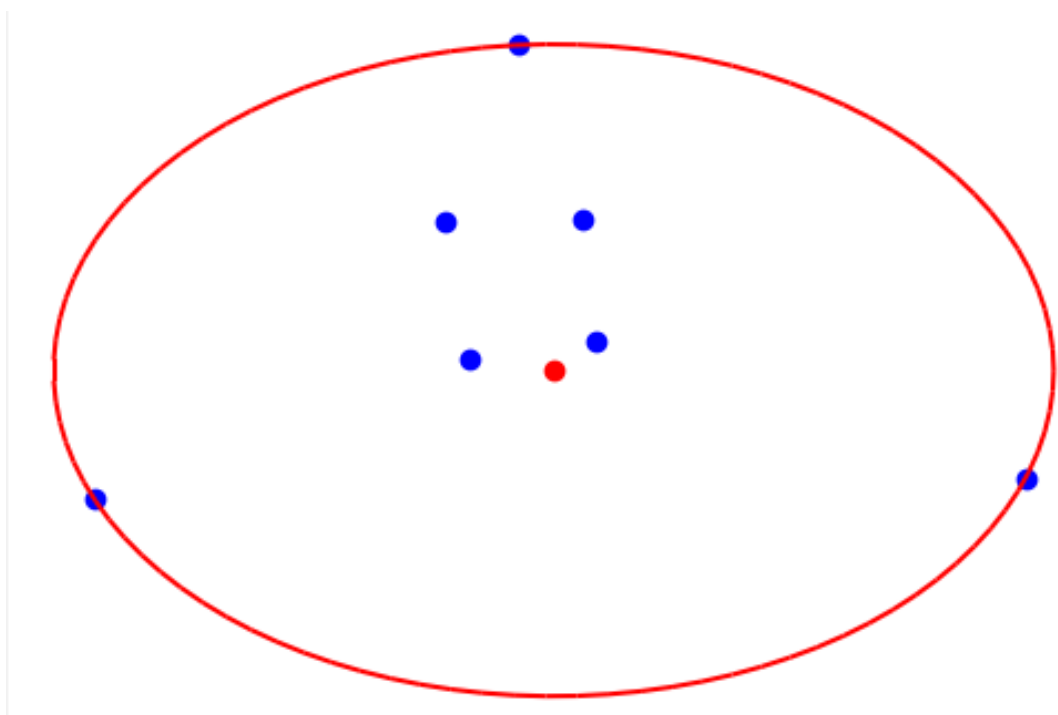
Minimalne okręgi i prostokąty

Mateusz Kocot

Problem

Mając daną chmurę punktów na płaszczyźnie dwuwymiarowej, wyznaczyć:

- minimalny okrąg zawierający tę chmurę,
- prostokąt o minimalnym polu zawierający tę chmurę,
- prostokąt o minimalnym obwodzie zawierający tę chmurę.



Algorytmy znajdujące minimalny okrąg

- Algorytm Brute Force ($O(n^4)$)
- Algorytm Skyuma ($O(n \log n)$)
- Algorytm Welzla ($O(n)$)

Algorytmy znajdujące minimalny okrąg

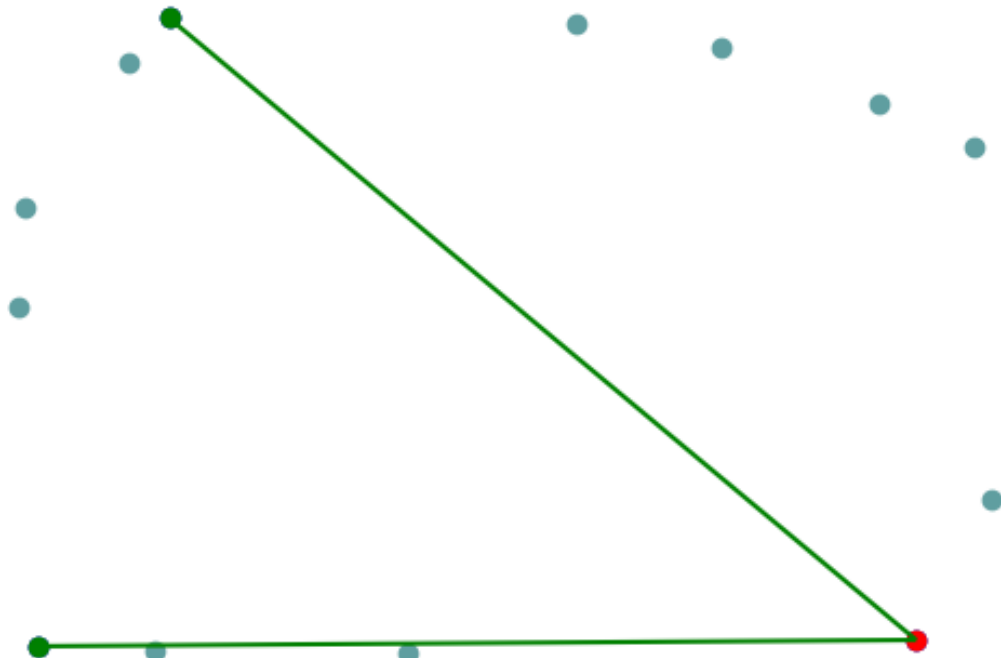
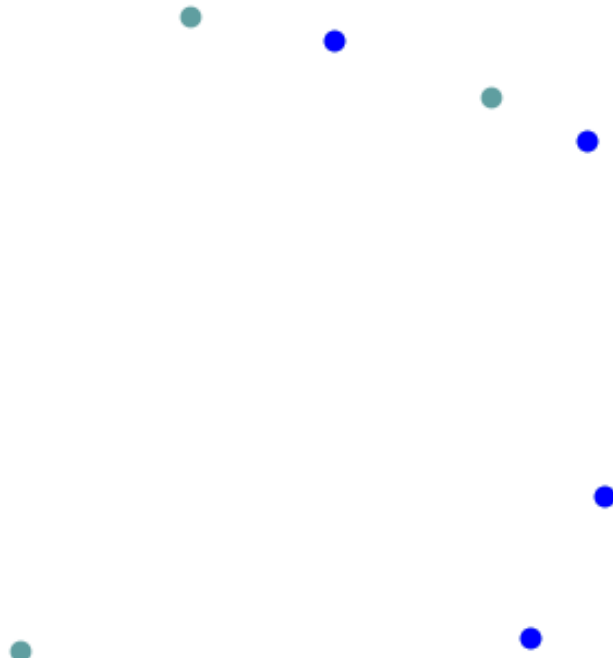
- Algorytm Brute Force ($O(n^4)$)
- Algorytm Skyuma ($O(n \log n)$)
- Algorytm Welzla ($O(n)$)
- *build_circle* – zwraca okrąg skonstruowany na podstawie co najwyżej 3 punktów (None, punkt albo okrąg).

Algorytm Brute Force

- Rozważamy każde trzy punkty z zadanego zbioru i okrąg opisany na nich (*build_circle*)
- Wybieramy okrąg o najmniejszym promieniu zawierający wszystkie punkty

Algorytm Skyuma

```
Skyum(set):  
    S = convex_hull(set)    // Algorytm Grahama  
    if |S| ≠ 1:  
        while True:  
            znajdź p w S maksymalizując (radius(before(p), p, next(p)),  
            angle(before(p), p, (next(p))) w kolejności  
            leksykograficznej;  
            if angle(before(p), p, (next(p))) ≤  $\pi/2$ :  
                return build_circle(before(p), p, (next(p)))  
            else:  
                usuń p z S
```



Algorytm Welzla

```
Welzl(P, R = []):  
    if |P| = 0 lub |R| = 3:  
        return build_circle(R)  
    wybierz losowo p z P  
    D = Welzl(P - {p}, R)  
    if p jest w środku D:  
        return D  
    else:  
        return Welzl(P - {p}, R ∪ {p})
```

Algorytm znajdujący minimalne prostokąty

- Prostokąt o minimalnym polu
- Prostokąt o minimalnym obwodzie

Podajcie rotating calipers

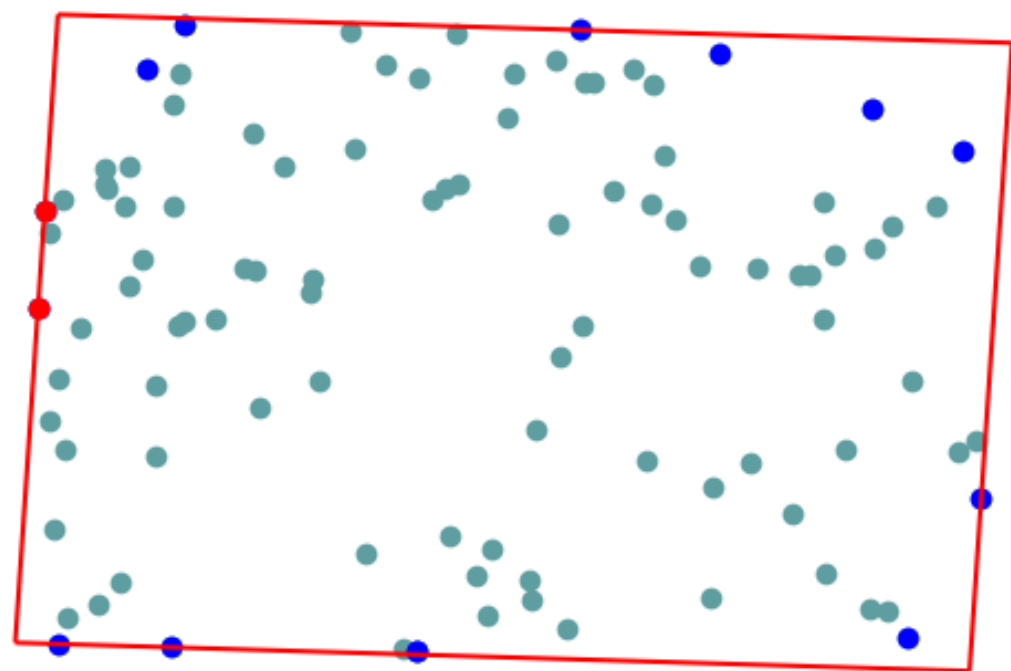
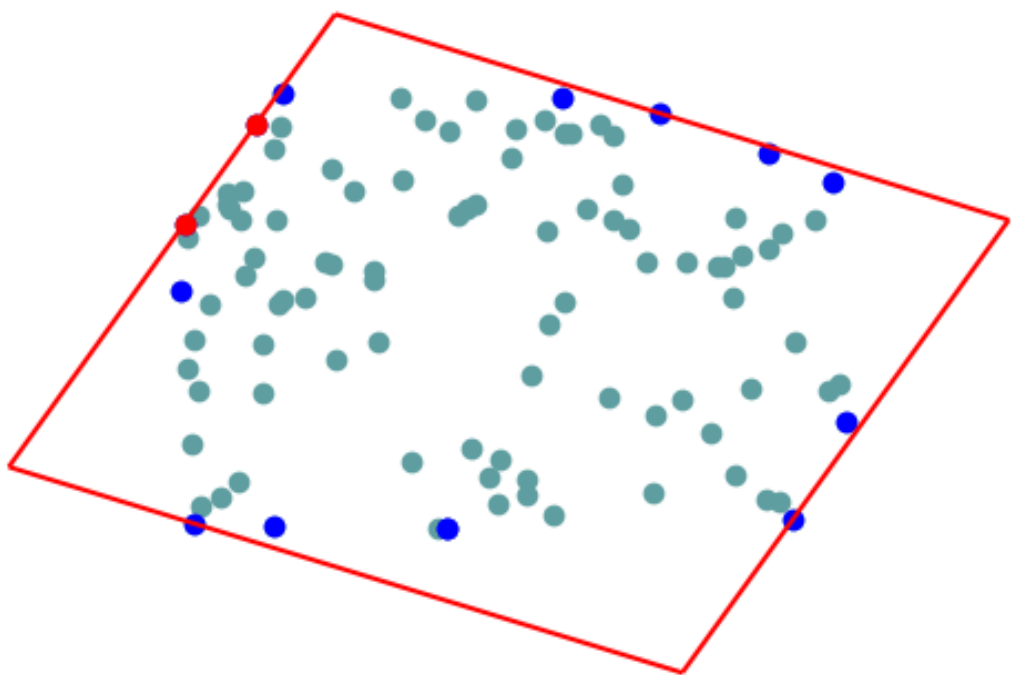
Min_bounding_rectangle(set):

$S = \text{convex_hull}(\text{set})$ // Algorytm Grahama

 for każdy odcinek AB z S :

 znajdź taki prostokąt $P_1P_2P_3P_4$, że jeden z boków prostokąta co najmniej częściowo pokrywa się z AB , zawiera wszystkie punkty z S i jest możliwie najmniejszy (pokrywa się z A , B i jeszcze co najmniej 3 punktami z S)

 Z powyższych prostokątów zwróć taki o najmniejszym polu/promieniu.



Koniec

Źródła:

- <https://tidsskrift.dk/daimipb/article/view/6704>
- https://en.wikipedia.org/wiki/Smallest-circle_problem
- https://en.wikipedia.org/wiki/Rotating_calipers