

Control de Accionamiento de CA con Motor Síncronico de Imanes Permanentes

Integrantes:

Juan Quiroga, Matías Armani

Profesor:

Ing. Gabriel L. Julián

Febrero 2025

Resumen

Este trabajo desarrolla un sistema de control automático para un accionamiento eléctrico basado en un motor síncrono de imanes permanentes (PMSM), aplicado al control de un manipulador robótico de un grado de libertad. El proyecto integra modelado matemático, simulación dinámica y diseño de controladores, siguiendo los lineamientos establecidos para un sistema de lazo cerrado con control en cascada.

El análisis incluye un modelo dinámico no lineal del sistema físico, que abarca los subsistemas mecánico, electromagnético y térmico. Se diseñaron estrategias de control vectorial con desacoplamiento de torque y flujo magnético, utilizando un controlador PID optimizado para garantizar precisión en el seguimiento de consignas de posición y velocidad.

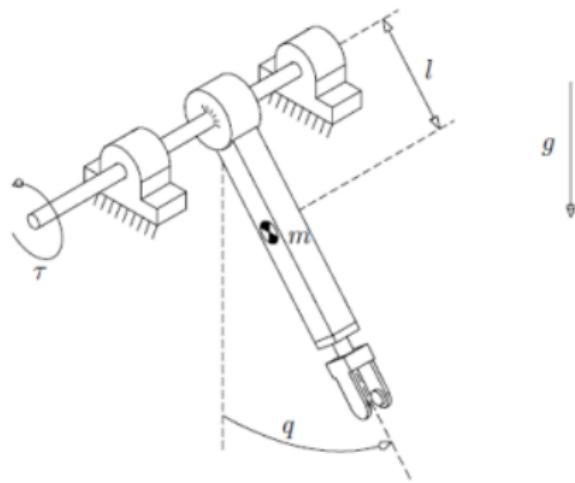
Objetivo: Diseñar un sistema de control para un accionamiento basado en un motor síncrono de imanes permanentes (PMSM).

- Modelado del sistema mecánico, electromagnético y térmico.
- Implementación de un controlador PID optimizado.
- Simulación en MATLAB/Simulink.
- Evaluación del desempeño bajo diferentes condiciones.

Carga mecánica

La ecuación que describe el sistema es:

$$J_I \frac{d\omega_I}{dt} = T_q - b_I \omega_I - T_I(t); \quad T_I(t) = g \cdot k_I \cdot \sin(\theta_I(t)) + T_{Id}(t), \quad (1)$$



Carga mecánica

Parámetros equivalentes *variables* (*valor nominal* \pm *variación máx.*):

- Coeficiente de fricción viscosa en la articulación:

$$b_I \approx (0,1 \pm 0,03) \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad/s}} \quad (\text{incertidumbre})$$

- Masa del brazo manipulador:

$$m = 1,0 \text{ kg}$$

- Longitud e Inercia equivalente (centro de masa):

$$l_{cm} = 0,25 \text{ m}; \quad J_{cm} = 0,0208 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- Longitud total (extremo):

$$l_I = 0,50 \text{ m}$$

- Masa de *Carga útil* en el extremo (*variable*):

$$m_I = [0 \dots 1,5] \text{ kg}$$

- Momento de inercia total (a eje de rotación):

$$J_I = (m \cdot l_{cm}^2 + J_{cm}) + m_I \cdot l_I^2 = 0,0833 + [0 \dots 0,375] \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- Coeficiente k_I en Torque de carga $T_I(t)$, Ec. ??:

$$k_I = m \cdot l_{cm} + m_I \cdot l_I = 0,25 + [0 \dots 0,75] \text{ kg} \cdot \text{m}$$

- Torque recuperador gravitacional $g \cdot k_I \cdot \sin(\theta_I(t))$.

Carga mecánica

Especificaciones de operación (carga o perturbación adicional, por ejemplo *contacto*, valor límite):

- Torque de perturbación por contacto:

$$T_{ld}(t) \approx (0 \pm 5,0) \text{ N} \cdot \text{m} \quad (\text{asumir función escalón})$$

Además, la posición angular $\theta_I(t)$ del eje mecánico está relacionada con la velocidad angular mediante:

$$\frac{d\theta_I(t)}{dt} = \omega_I(t) \iff \theta_I(t) = \int_0^t \omega_I(\xi) d\xi + \theta_I(0). \quad (2)$$

donde:

- ω_I : Velocidad angular de la articulación del brazo robótico.
- $\theta_I(t)$: Posición angular de la articulación del brazo robótico.

Tren de transmisión

Asumiendo un acoplamiento rígido, las relaciones entre las variables son:

$$\omega_l(t) = \frac{1}{r} \omega_m(t), \quad (3)$$

$$T_q(t) = r T_d(t), \quad (4)$$

donde:

- r : Relación de reducción del tren de transmisión.
- $\omega_m(t)$: Velocidad angular del eje del motor.
- $T_d(t)$: Torque de entrada al tren de transmisión.
- $T_q(t)$: Torque de salida al tren de transmisión.

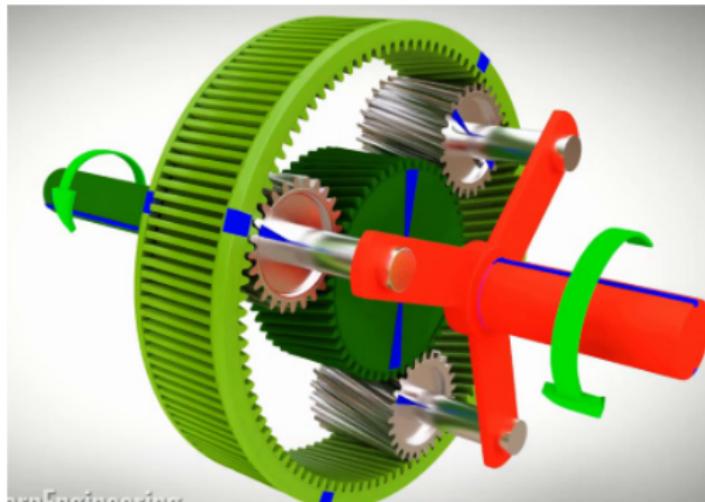
Parámetro (constante):

- Relación de reducción total: $r = 120,0 : 1$.

Tren de transmisión

Especificaciones de operación (valores límite, no sobrepasar):

- Velocidad nominal (salida): $n_{1,\text{nom}} = 60 \text{ rpm}$ ($\omega_{1,\text{nom}} = 6,28 \text{ rad/s}$).
- Torque nominal (salida): $T_{q,\text{nom}} = 17,0 \text{ N.m}$ (régimen continuo o rms).
- Torque pico (salida): $T_{q,\text{max}} = 45,0 \text{ N.m}$ (corta duración, aceleración).



Máquina Eléctrica PMSM

El modelo matemático equivalente del subsistema mecánico del rotor de la máquina eléctrica (referido a Estator estacionario = fijo al sistema inercial de referencia) se describe mediante la ecuación:

$$J_m \frac{d\omega_m}{dt} = T_m - b_m \omega_m - T_d, \quad (5)$$

$$\frac{d\theta_m(t)}{dt} = \omega_m(t) \iff \theta_m(t) = \int_0^t \omega_m(\xi) d\xi + \theta_m(0). \quad (6)$$

donde:

- J_m : Momento de inercia (motor y caja).
- ω_m : Velocidad angular del motor.
- T_m : Torque electromagnético generado por el motor.
- b_m : Coeficiente de fricción viscosa (motor y caja).

Subsistema Mecánico Completo

Sustituyendo $\omega_I(t)$ de (Ec. ??) y $T_q(t)$ de (Ec. ??) en (Ec. ??):

$$\frac{J_I}{r} \frac{d\omega_m(t)}{dt} = rT_d(t) - \frac{b_I}{r}\omega_m(t) - T_I(t), \quad (7)$$

Despejando $T_d(t)$ y reemplazando $T_I(t)$ por su expresión equivalente:

$$T_d(t) = \frac{J_I}{r^2} \frac{d\omega_m}{dt} + \frac{b_I}{r^2} \omega_m + \frac{1}{r} \left(g \cdot k_I \cdot \sin \left(\frac{\theta_m(t)}{r} \right) + T_{Id}(t) \right), \quad (8)$$

Reemplazando $T_d(t)$ de (Ec. ??) en (Ec. ??):

$$J_{\text{eq}} \frac{d\omega_m}{dt} = -b_{\text{eq}} \omega_m + T_m - \frac{1}{r} \left(g \cdot k_I \cdot \sin \left(\frac{\theta_m(t)}{r} \right) + T_{Id}(t) \right), \quad (9)$$

con:

$$J_{\text{eq}} = J_m + \frac{J_I}{r^2}, \quad b_{\text{eq}} = b_m + \frac{b_I}{r^2}, \quad \theta_I(t) = \frac{\theta_m(t)}{r}. \quad (10)$$

Subsistema Mecánico Completo

Modelo matemático equivalente:

$$\dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t), \quad \dot{\omega}_m(t) = -\frac{b_{\text{eq}}}{J_{\text{eq}}} \omega_m(t) - \frac{g \cdot k_l}{J_{\text{eq}} r} \sin\left(\frac{\theta_m(t)}{r}\right) + \frac{1}{J_{\text{eq}}} T_m(t). \quad (11)$$

Parámetros:

- $J_{\text{eq}} = J_m + \frac{j_l}{r^2}$, $b_{\text{eq}} = b_m + \frac{b_l}{r^2}$.
- Relación entre ángulos: $\theta_l(t) = \frac{\theta_m(t)}{r}$.

Ecuaciones de estado:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t), \\ \dot{\omega}_m(t) = -\frac{b_{\text{eq}}}{J_{\text{eq}}} \omega_m(t) - \frac{g \cdot k_l}{J_{\text{eq}} r} \cdot \sin\left(\frac{\theta_m(t)}{r}\right) + \frac{1}{J_{\text{eq}}} T_m(t) - \frac{1}{J_{\text{eq}} r} T_{ld}(t), \\ y(t) = \theta_m(t). \end{cases} \quad (12)$$

Subsistema Mecánico Completo

Forma matricial:

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\left[-\frac{g \cdot k_l}{J_{eq}r} \cdot \sin\left(\frac{\theta_m(t)}{r}\right) - \frac{b_{eq}}{J_{eq}} \cdot \omega_m(t) \right]}_{f(\theta_m(t), \omega_m(t))} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{eq}} & -\frac{1}{J_{eq}r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_m(t) \\ T_{ld}(t) \end{bmatrix}, \\ y(t) = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{bmatrix}. \end{array} \right. \quad (13)$$

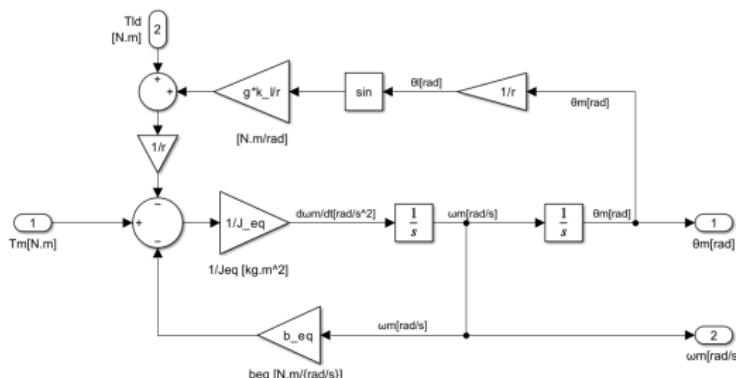


Figura: Diagrama desagregado del subsistema mecánico completo.

Modelo Dinámico del Sistema Físico Completo

Modelo global No Lineal:

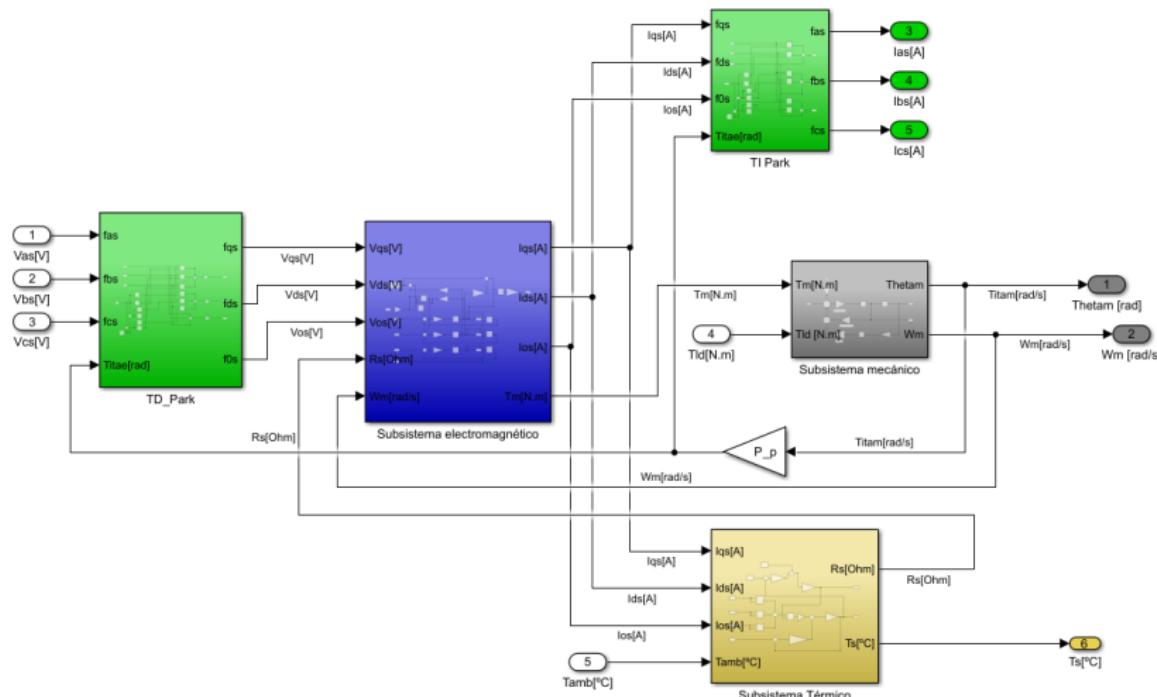


Figura: Diagrama de bloques desagregado del sistema global no lineal.

Transformaciones de Park

Transformación de Park Directa:

$$\begin{bmatrix} f_{qs}(t) \\ f_{ds}(t) \\ f_{0s}(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_r(t) & \cos(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin \theta_r(t) & \sin(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{as}(t) \\ f_{bs}(t) \\ f_{cs}(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

Transformación de Park Inversa:

$$\begin{bmatrix} f_{as}(t) \\ f_{bs}(t) \\ f_{cs}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r(t) & \sin \theta_r(t) & 1 \\ \cos(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{qs}(t) \\ f_{ds}(t) \\ f_{0s}(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

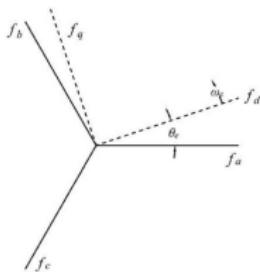


Figura: Ejes absolutos de fases **a**, **b** y **c** del estator y ejes **q** y **d** fijos a rotor.

Transformaciones de Park

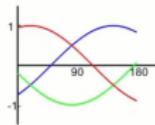
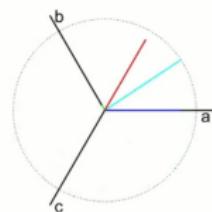


Figura: Componentes de un sistema trifásico (de un marco abc).

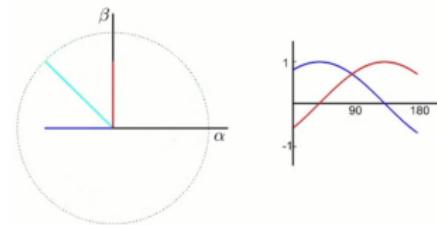


Figura: Señales resultantes de la transformación de Clarke ($\alpha\beta$).

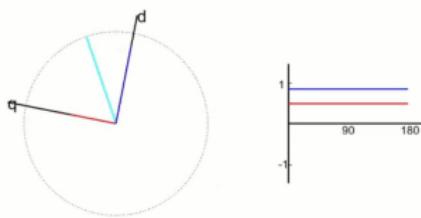


Figura: Señales resultantes de la transformación de Park (dq).

Transformaciones de Park

Transformación de Park Directa:

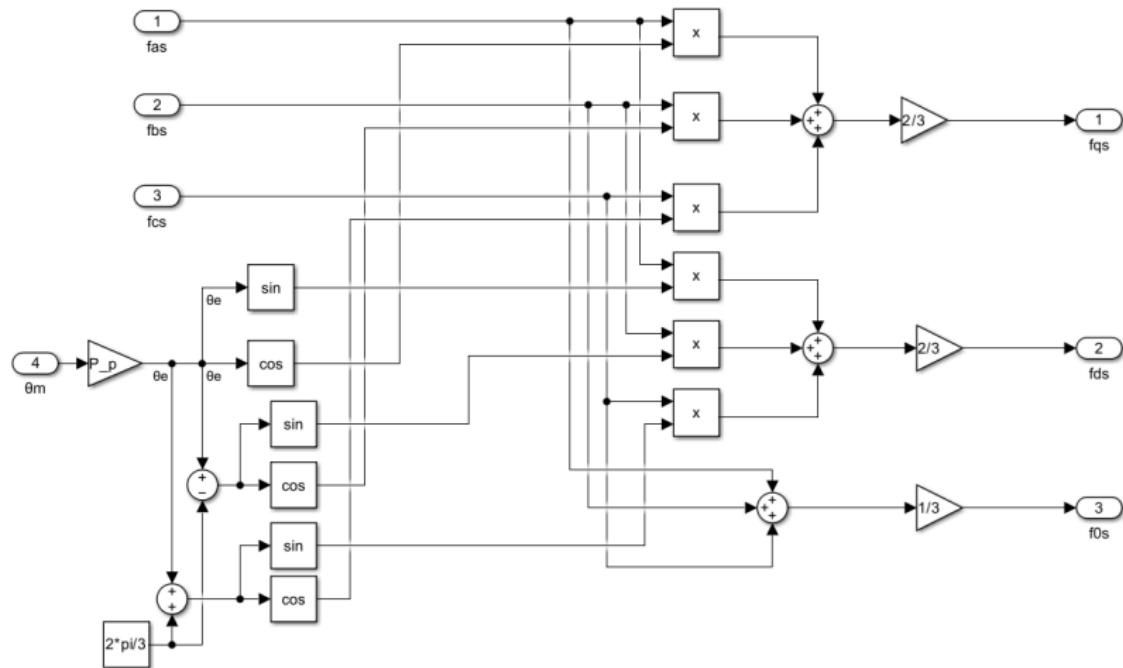


Figura: Diagrama de bloques de la transformación directa de Park.

Transformaciones de Park

Transformación de Park Inversa:

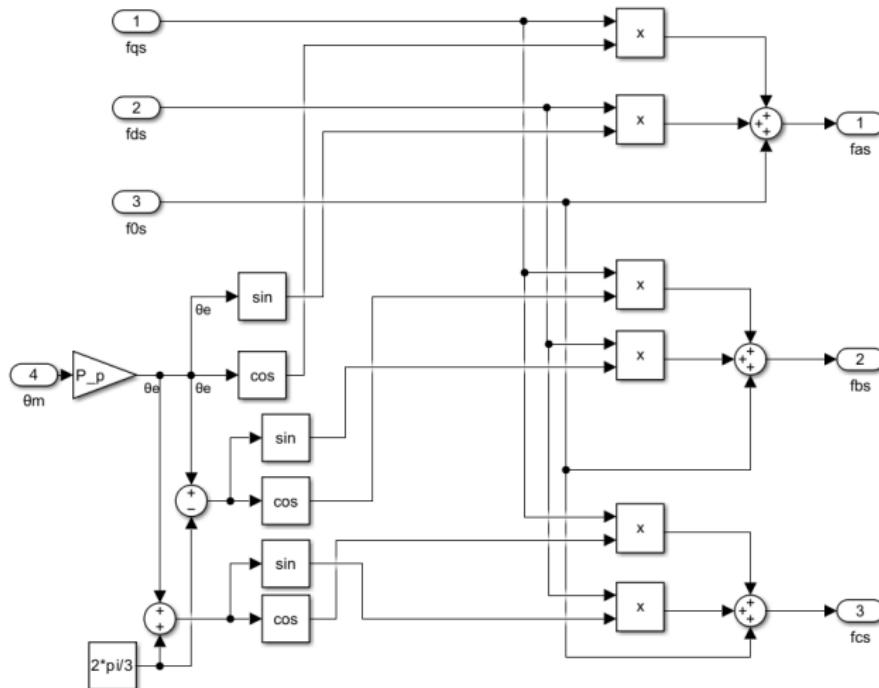


Figura: Diagrama de bloques de la transformación inversa de Park.

Subsistema Electromagnético

Coordenadas eléctricas de qd0 fijas a rotor (sincrónico):

$$\frac{d\theta_r(t)}{dt} \equiv \omega_r(t) \iff \theta_r(t) = \int_0^t \omega_r(\xi) d\xi + \theta_r(0) \quad (16)$$

$$\theta_r(t) \equiv P_p \cdot \theta_m(t) \therefore \omega_r(t) = P_p \cdot \omega_m(t) \quad (17)$$

Balance de tensiones eléctricas en cada fase:

$$\begin{cases} v_{as}(t) = r_s i_{as} + \frac{d\lambda_{as}}{dt}, \\ v_{bs}(t) = r_s i_{bs} + \frac{d\lambda_{bs}}{dt}, \\ v_{cs}(t) = r_s i_{cs} + \frac{d\lambda_{cs}}{dt}. \end{cases} \quad (18)$$

Subsistema Electromagnético

Ecuación Vectorial de Tensión del Estator en qd0:

$$\vec{v}_{qd0}^\theta(t) = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{qd0}^\theta(t) + L \cdot \frac{d\vec{i}_{qd0}^\theta(t)}{dt} + \frac{d\Theta(t)}{dt} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{\lambda}_{qd0}^\theta(t)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{qs}^\theta(t) = r_s \cdot i_{qs}^\theta(t) + \frac{d\lambda_{qs}^\theta(t)}{dt} + \frac{d\Theta(t)}{dt} \cdot \lambda_{ds}^\theta(t), \\ v_{ds}^\theta(t) = r_s \cdot i_{ds}^\theta(t) + \frac{d\lambda_{ds}^\theta(t)}{dt} - \frac{d\Theta(t)}{dt} \cdot \lambda_{qs}^\theta(t), \\ v_{0s}^\theta(t) = r_s \cdot i_{0s}^\theta(t) + \frac{d\lambda_{0s}^\theta(t)}{dt}. \end{array} \right. \quad (19)$$

Expresiones de los flujos concatenados en qd0

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{qs}^r(t) = L_q \cdot i_{qs}^r(t), \\ \lambda_{ds}^r(t) = L_d \cdot i_{ds}^r(t) + \lambda_m, \\ \lambda_{0s}^r(t) = L_0 \cdot i_{0s}^r(t). \end{array} \right.$$

Subsistema Electromagnético

Sistema de Ecuaciones de Tensiones en coordenadas qd0

$$\begin{cases} v_{qs}^r(t) = R_s(t)i_{qs}^r(t) + L_q \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} + (\lambda'_m + L_d i_{ds}^r(t))\omega_r(t), \\ v_{ds}^r(t) = R_s(t)i_{ds}^r(t) + L_d \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} - L_q i_{qs}^r(t)\omega_r(t), \\ v_{0s}^r(t) = R_s(t)i_{0s}^r(t) + L_{ls} \frac{di_{0s}^r(t)}{dt}, \\ T_m(t) = \frac{3}{2} P_p \lambda'_m i_{qs}^r(t) + \frac{3}{2} P_p (L_d - L_q) i_{ds}^r(t) i_{qs}^r(t). \end{cases} \quad (20)$$

Expresiones para las derivadas de las corrientes en qd0

$$\begin{cases} \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} \left(v_{qs}^r(t) - R_s(t)i_{qs}^r(t) - (\lambda'_m + L_d i_{ds}^r(t))\omega_r(t) \right), \\ \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_d} \left(v_{ds}^r(t) - R_s(t)i_{ds}^r(t) + L_q i_{qs}^r(t)\omega_r(t) \right), \\ \frac{di_{0s}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_{ls}} \left(v_{0s}^r(t) - R_s(t)i_{0s}^r(t) \right). \end{cases} \quad (21)$$

Subsistema Electromagnético

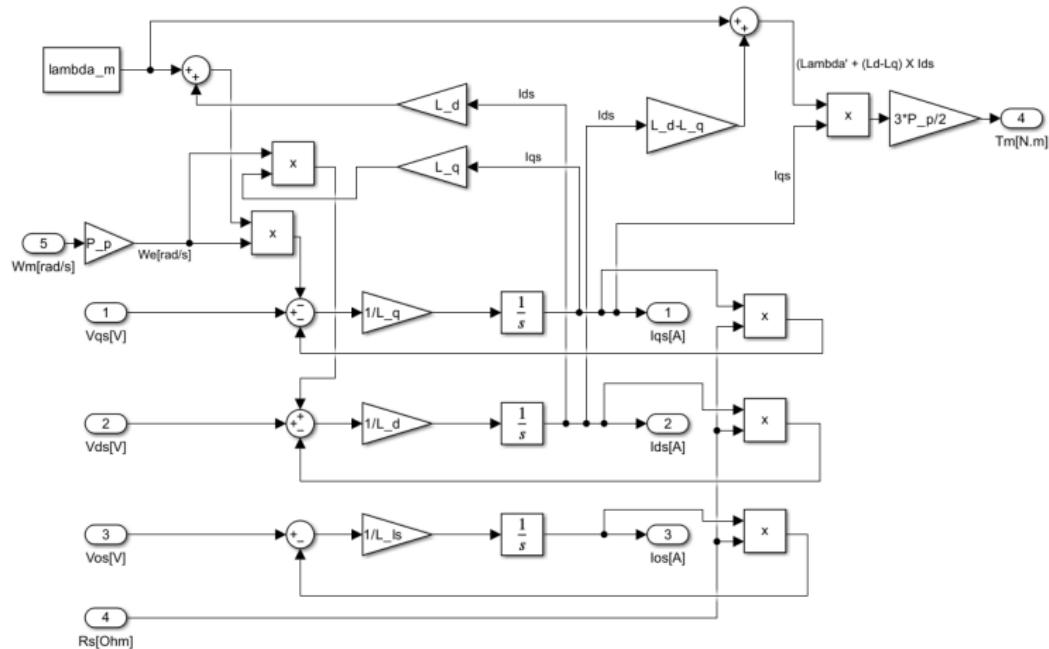


Figura: Diagrama de bloques desagregado del subsistema electromagnético.

Subsistema térmico

La resistencia de los bobinados del estator varía con la temperatura del bobinado ($T_s^\circ(t)$) de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$R_s(T_s^\circ(t)) = R_{s,\text{REF}} \cdot \left(1 + \alpha_{\text{cu}} \cdot (T_s^\circ(t) - T_{s,\text{REF}})\right), \quad (22)$$

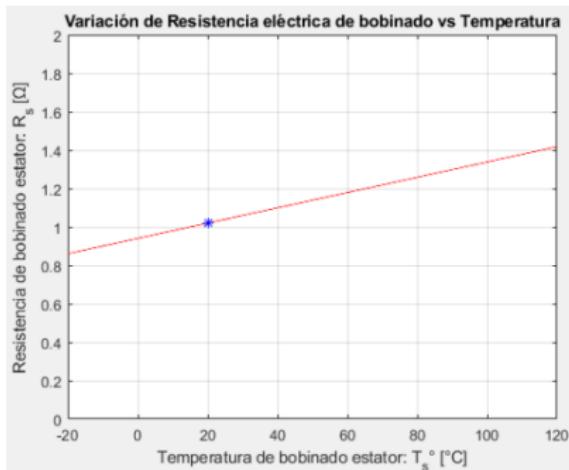


Figura: Comportamiento lineal de incremento de la resistencia con la temperatura.

Subsistema térmico

Potencia disipada real en coordenadas abc:

$$P_{\text{perd, abc}}(t) = R_s(t) \cdot \left(i_{as}^2(t) + i_{bs}^2(t) + i_{cs}^2(t) \right) \quad (23)$$

Potencia equivalente virtual en coordenadas qd0:

$$P_{\text{perd, qd0}}(t) = \frac{3}{2} \cdot R_s(t) \cdot \left(i_{qs}^r(t)^2 + i_{ds}^r(t)^2 + 2 \cdot i_{0s}^r(t)^2 \right) \quad (24)$$

Balance energético:

$$\frac{dT_s(t)}{dt} = \frac{1}{C_{ts}} \cdot \left(P_{\text{perd}}(t) - \frac{1}{R_{ts-\text{amb}}} (T_s(t) - T_{\text{amb}}) \right) \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_s(t)}{dt} &= \frac{1}{C_{ts}} \left[\frac{3}{2} \cdot R_s(t) \cdot \left(i_{qs}^r(t)^2 + i_{ds}^r(t)^2 + 2 \cdot i_{0s}^r(t)^2 \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{R_{ts-\text{amb}}} (T_s(t) - T_{\text{amb}}) \right] \end{aligned} \quad (26)$$

Subsistema Térmico

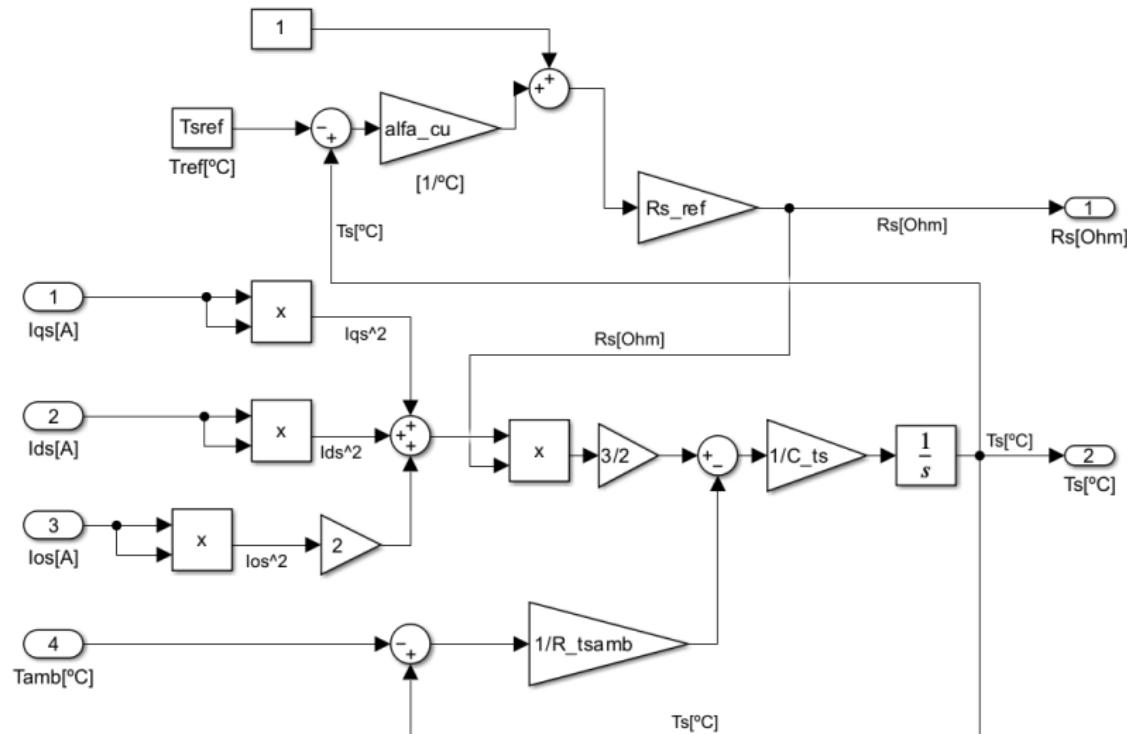


Figura: Diagrama de bloques desagregado del subsistema térmico.

Modelo Dinámico Global No Lineal (NL)

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t), \\ \dot{\omega}_m(t) = \frac{1}{J_{eq}} \left[\frac{3}{2} P_p \left(\lambda'_m i_{qs}^r(t) + (L_d - L_q) i_{ds}^r(t) i_{qs}^r(t) \right) \right. \\ \quad \left. - b_{eq} \omega_m(t) - g \cdot k_l \sin \left(\frac{\theta_m(t)}{r} \right) - \frac{1}{r} T_{ld}(t) \right], \\ \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} \left(v_{qs}^r(t) - R_s(t) i_{qs}^r(t) - (\lambda'_m + L_d i_{ds}^r(t)) P_p \cdot \omega_m(t) \right), \\ \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_d} \left(v_{ds}^r(t) - R_s(t) i_{ds}^r(t) + L_q i_{qs}^r(t) P_p \cdot \omega_m(t) \right), \\ \frac{di_{0s}(t)}{dt} = \frac{1}{L_{ls}} \left(v_{0s}(t) - R_s(t) i_{0s}(t) \right), \\ \frac{dT_s(t)}{dt} = \frac{1}{C_{ts}} \left[\frac{3}{2} R_s(t) \left((i_{qs}^r(t))^2 + (i_{ds}^r(t))^2 + 2 \cdot (i_{0s}(t))^2 \right) \right. \\ \quad \left. - \frac{1}{R_{ts-amb}} (T_s(t) - T_{amb}) \right]. \end{array} \right. \quad (27)$$

Modelo Dinámico Global No Lineal (NL)

$$\begin{cases}
 \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) \\ \dot{i}_{qs}^r(t) \\ \dot{i}_{ds}^r(t) \\ \dot{i}_{0s}^r(t) \\ T_s(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{J_{eq}} \left[\frac{3}{2} P_p (\lambda'_m i_{qs}^r(t) + (L_d - L_q) i_{ds}^r(t) i_{qs}^r(t)) - b_{eq} \omega_m(t) - g \cdot k_l \sin(\frac{\theta_m(t)}{r}) \right] \\ \frac{1}{L_q} (-R_s(t) i_{qs}^r(t) - (\lambda'_m + L_d i_{ds}^r(t)) P_p \omega_m(t)) \\ \frac{1}{L_d} (-R_s(t) i_{ds}^r(t) + L_q i_{qs}^r(t) P_p \omega_m(t)) \\ \frac{1}{L_{0s}} (-R_s(t) i_{0s}^r(t)) \\ \frac{1}{C_{ts}} \left[\frac{3}{2} R_s(t) ((i_{qs}^r(t))^2 + (i_{ds}^r(t))^2 + 2 \cdot (i_{0s}^r(t))^2) - \frac{1}{R_{ts-amb}} T_s(t) \right] \end{bmatrix}}_{f(\theta_m(t), \omega_m(t), i_{qs}^r(t), i_{ds}^r(t), i_{0s}^r(t), T_s^o(t))} \\
 + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_q} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{0s}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{B_c} u(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{eq} r} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_{ts} R_{ts, amb}} \end{bmatrix}}_{B_d} d(t), \\
 y(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_C x(t).
 \end{cases} \quad (28)$$

Modelo Dinámico Global No Lineal (NL)

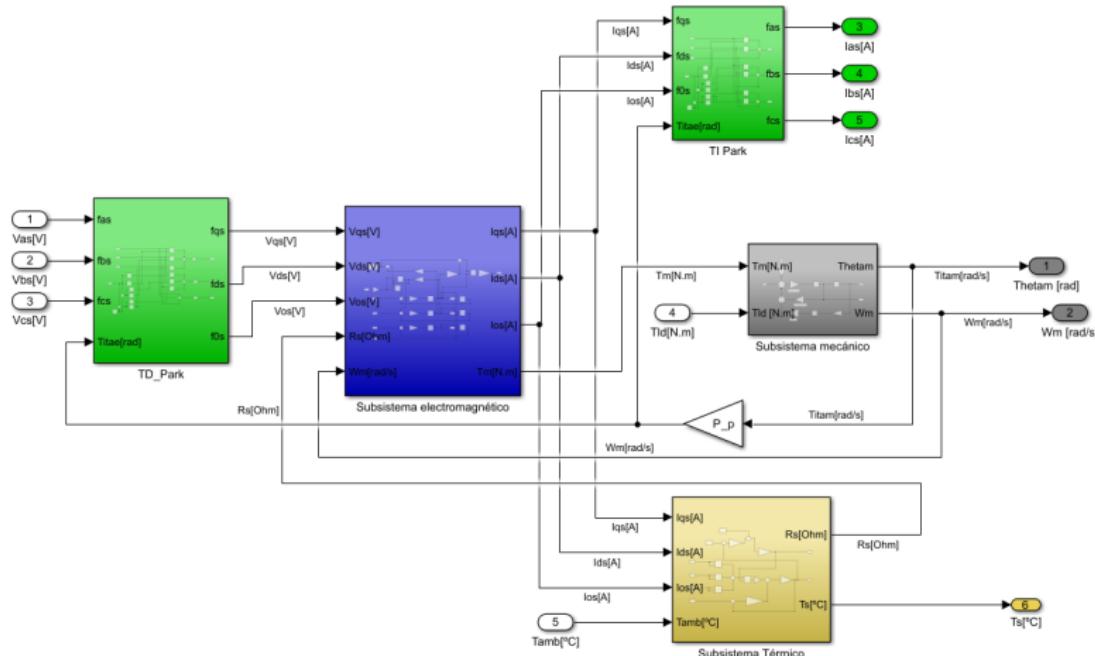


Figura: Diagrama de bloques del modelo global no lineal.

Sensores de Realimentación

Sensores de retroalimentación El sistema cuenta con los siguientes dispositivos físicos y sus canales de medición y acondicionamiento:

- 1 sensor de posición angular (codificador incremental o “encoder”) montado en el eje de motor, asumiendo proceso de “homing” y decodificación idealizados → variable medida: $\theta_m(t)$, posición angular absoluta “rectificada” (al girar más de una revolución); tal que $\theta_I(t) = \frac{1}{r}\theta_m(t)$ y ajuste $\theta_m = 0$ (Origen o “Home”) para $\theta_I = 0$.
- 3 sensores de corriente instantánea de fase, montados en salida trifásica del inversor hacia bornes del estator → variables medidas: $i_{as}(t)$, $i_{bs}(t)$, $i_{cs}(t)$.
- 1 sensor de temperatura (ej. RTD) en bobinado de estator → variable medida: $T_s^\circ(t)$, para monitoreo de calentamiento y estimación de resistencia de estator $R_s(T_s^\circ(t))$.

Modelo Global Linealizado (LPV)

El problema se divide en 2 partes, un espacio de operación global No Lineal (cuasi-estacionario) y un modelo dinámico LPV (pequeñas variaciones locales), que es función de parámetros variables según el punto de operación. El sistema dinámico no-lineal se puede representar como:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)); & x(t_0) = x_0, \\ y(t) = C \cdot x(t) \end{cases} \quad (29)$$

Teniendo en cuenta que para una variable genérica: $z(t) = Z_0(t) + \Delta z(t)$:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \dot{X}_0(t) + \Delta \dot{x}(t) = f(X_0(t) + \Delta x(t), U_0(t) + \Delta u(t)), \\ X_0(0) + \Delta x(0) = x_0, \implies X_0(0) \equiv x_0, \quad \Delta x(0) \equiv 0, \\ Y_0(t) + \Delta y(t) = C(X_0(t) + \Delta x(t)), \implies Y_0(t) = CX_0(t), \\ \Delta y(t) = C\Delta x(t). \end{cases} \quad (30)$$

Modelo Global Linealizado (LPV)

En los sistemas no lineales los puntos de equilibrio son todos aquellos en donde la variación de energía se ha disipado completamente (equilibrio dinámico). Es decir, los puntos de equilibrio son todos aquellos en donde las derivadas de las variables de estado son nulas.

$$\text{Equilibrios: } \dot{x}(t) = 0 = f(x(t), u(t))$$

A todos los pares valores de $x(t)$ e $u(t)$ que satisfacen la igualdad se lo denomina puntos de operación (X_0, U_0). Los puntos de operación pueden ser constantes $\{X_0, U_0\}$ o presentar variaciones relativamente lentas en el tiempo (cuasi-estacionarios) $\{X_0(t), U_0(t)\}$.

Realizamos una expansión en serie de Taylor truncada a 1º orden (despreciando términos orden superior):

$$f(X_0(t) + \Delta x(t), U_0(t) + \Delta u(t)) \approx f(X_0(t), U_0(t)) + \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_0 (t) \cdot \Delta x(t) + \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_0 (t) \cdot \Delta u(t) \quad (31)$$

Si sustituimos esta última expresión en la (Ec. ??), vemos la división del problema en dos partes anteriormente mencionada:

Modelo Global Linealizado (LPV)

1. Una parte no lineal, que representa el espacio de operación global NL (cuasi-estacionario):

$$\dot{X}_0(t) = f(X_0(t), U_0(t)) \approx 0 / \text{ete}; \quad X_0(0) = x_0 \quad (32)$$

Que en nuestro sistema en particular esta formado por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\theta_{mO}}{dt}(t) = \omega_{mO}(t) = \text{cte} \\ \frac{d\omega_{mO}}{dt}(t) = \frac{1}{J_{eq}} \left[-b_{eq}\omega_{mO}(t) + \frac{3}{2}P_p[\lambda'_m + (L_d - L_q)i'_{dsO}(t)]i'_{qsO}(t) - g \cdot k_l \sin\left(\frac{\theta_{mO}}{r}\right) - \frac{1}{r}T_{Id}(t) \right] = 0 \\ \frac{di'_{qsO}}{dt}(t) = \frac{1}{L_q} \left[v'_{qsO}(t) - R_s(T_{sO}^\circ(t))i'_{qsO}(t) - (\lambda'_m + L_d i'_{dsO}(t))P_p\omega_{mO}(t) \right] = 0 \\ \frac{di'_{dsO}}{dt}(t) = \frac{1}{L_d} \left[v'_{dsO}(t) - R_s(T_{sO}^\circ(t))i'_{dsO}(t) + L_q i'_{qsO}(t)P_p\omega_{mO}(t) \right] = 0 \\ \frac{di'_{0sO}}{dt}(t) = \frac{1}{L_{ls}} (v'_{0sO}(t) - R_s(T_{sO}^\circ(t))i'_{0sO}(t)) = 0 \\ \frac{dT_{sO}^\circ}{dt}(t) = \frac{1}{C_{ts}} \left[\frac{3}{2}R_s(t)(i'_{qsO}(t)^2 + i'_{dsO}(t)^2 + 2i'_{0sO}(t)^2) - \frac{1}{R_{ts-amb}}(T_{sO}^\circ(t) - T_{ambO}^\circ(t)) \right] = 0 \end{array} \right. \quad (33)$$

Modelo Global Linealizado (LPV)

2. Una parte lineal dinámica, que representa las pequeñas variaciones alrededor de puntos de Operación (Modelo dinámico lineal LPV):

$$\Delta \dot{x}(t) = \underbrace{\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_0}_{A_o} (t) \cdot \Delta x(t) + \underbrace{\frac{\partial f}{\partial u} \Big|_0}_{B_o} (t) \cdot \Delta u(t); \quad \Delta x(0) = 0 \quad (34)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \dot{\theta}_m(t) = \Delta \omega_m(t) \\ \Delta \dot{\omega}_m(t) = \frac{1}{J_{eq}} \left[\frac{3}{2} P_p \{ [\lambda'_m + (L_d - L_q) \cdot i_{dsO}^r] \cdot \Delta i_{qs}^r(t) + (L_d - L_q) \cdot i_{qsO}^r \cdot \Delta i_{ds}^r(t) \} - b_{eq} \cdot \Delta \omega_m(t) \right. \\ \quad \left. - \frac{g \cdot k_I}{r^2} \cdot \cos\left(\frac{\theta_{mO}}{r}\right) \cdot \Delta \theta_m(t) - \frac{\Delta T_{ld}(t)}{r} \right] \\ \Delta \dot{i}_{qs}^r(t) = \frac{1}{L_q} \left[\Delta v_{qs}^r(t) - R_{sO} \cdot \Delta i_{qs}^r(t) - R_{s, \text{REF}} \alpha_{cu} \Delta T_s^o(t) \cdot i_{qsO}^r - \{ \lambda'_m + L_d \cdot i_{dsO}^r \} P_p \cdot \Delta \omega_m(t) \right. \\ \quad \left. - L_d P_p \omega_{mO} \cdot \Delta i_{ds}^r(t) \right] \\ \Delta \dot{i}_{ds}^r(t) = \frac{1}{L_d} \left[\Delta v_{ds}^r(t) - R_{sO} \cdot \Delta i_{ds}^r(t) - R_{s, \text{REF}} \alpha_{cu} \Delta T_s^o(t) \cdot i_{dsO}^r + L_q \cdot i_{qsO}^r \cdot P_p \cdot \Delta \omega_m(t) \right. \\ \quad \left. + L_q \cdot P_p \cdot \omega_{mO} \cdot \Delta i_{qs}^r(t) \right] \\ \Delta \dot{i}_{0s}^r(t) = \frac{1}{L_{Is}} \left[\Delta v_{0s}^r(t) - R_{sO} \cdot \Delta i_{0s}^r(t) - R_{s, \text{REF}} \alpha_{cu} \Delta T_s^o(t) \cdot i_{0sO}^r \right] \\ \Delta \dot{T}_s(t) = \frac{1}{C_{ts}} \left[\frac{3}{2} \cdot R_{sO} \cdot (2 \cdot i_{qsO}^r \cdot \Delta i_{qs}^r(t) + 2 \cdot i_{dsO}^r \cdot \Delta i_{ds}^r(t) + 4 \cdot i_{0sO}^r \cdot \Delta i_{0s}^r(t)) \right. \\ \quad \left. + \frac{3\alpha_{cu}R_{sREF}}{2} (i_{qsO}^r(t)^2 + i_{dsO}^r(t)^2 + 2i_{0sO}^r(t)^2) \cdot \Delta T_s(t) - \frac{1}{R_{ts-amb}} (\Delta T_s(t) - \Delta T_{amb}(t)) \right] \end{array} \right. \quad (35)$$

Modelo Global Linealizado (LPV)

Donde:

$$R_{sO} = R_{s,\text{REF}} \cdot \left(1 + \alpha_{\text{cu}} \cdot (T_{sO}^{\circ} - T_{s,\text{REF}}) \right),$$

La matriz de estado se define de la siguiente manera:

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{g k_l \cos(\frac{\theta_m O}{r})}{J_{\text{eq}} r^2} & -\frac{b_{\text{eq}}}{J_{\text{eq}}} & \frac{3 P_p (\lambda_m + i_{\text{dsO}} (L_d - L_q))}{2 J_{\text{eq}}} & \frac{3 P_p i_{\text{qsO}} (L_d - L_q)}{2 J_{\text{eq}}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{P_p (\lambda_m + L_d i_{\text{dsO}})}{L_d} & -\frac{R_s}{L_q} & -\frac{L_d P_p \omega_{mO}}{L_q} & 0 & -\frac{R_{s,\text{ref}} \alpha_{\text{cu}} i_{\text{qsO}}}{L_q} \\ 0 & \frac{L_q P_p i_{\text{qsO}}}{L_d} & \frac{L_q P_p \omega_{mO}}{L_d} & -\frac{R_s}{L_d} & 0 & -\frac{R_{s,\text{ref}} \alpha_{\text{cu}} i_{\text{dsO}}}{L_d} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_s}{L_{ls}} & -\frac{R_{s,\text{ref}} \alpha_{\text{cu}} i_{0sO}}{L_{ls}} \\ 0 & 0 & \frac{3 R_s i_{\text{qsO}}}{C_{\text{ts}}} & \frac{3 R_s i_{\text{dsO}}}{C_{\text{ts}}} & \frac{6 R_s i_{0sO}}{C_{\text{ts}}} & \psi_O \end{bmatrix}$$

Donde:

$$\psi_O = -\frac{\frac{1}{R_{\text{ts,amb}}} - \frac{3 R_{s,\text{ref}} \alpha_{\text{cu}} (2 i_{0sO}^2 + i_{\text{dsO}}^2 + i_{\text{qsO}}^2)}{2}}{C_{\text{ts}}},$$

Modelo Global Linealizado (LPV)

Las matrices de entradas de manipulación y perturbación para el modelo LPV son:

$$B_o^c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_q} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{ls}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_o^d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{eq}r} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_{ts}R_{ts,amb}} \end{bmatrix}$$

Finalmente, el modelo dinámico global LPV en forma matricial resulta:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\theta}_m(t) \\ \Delta \dot{\omega}_m(t) \\ \Delta \dot{i}_{qs}^r(t) \\ \Delta \dot{i}_{ds}^r(t) \\ \Delta i_{0s}(t) \\ \Delta \dot{T}_s(t) \end{bmatrix} = A_o \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta_m(t) \\ \Delta \omega_m(t) \\ \Delta i_{qs}^r(t) \\ \Delta i_{ds}^r(t) \\ \Delta i_{0s}(t) \\ \Delta T_s(t) \end{bmatrix} + B_o^c \cdot \begin{bmatrix} \Delta v_{qs}^r(t) \\ \Delta v_{ds}^r(t) \\ \Delta v_{0s}(t) \end{bmatrix} + B_o^d \cdot \begin{bmatrix} \Delta T_{ld}(t) \\ \Delta T_{amb}(t) \end{bmatrix}. \quad (36)$$

Modelo Simplificado Lineal Invariante (LTI)

En esta sección se obtendrá el modelo simplificado lineal invariante (LTI) equivalente, para ello se tendrán en cuenta las siguientes consideraciones:

- Se aplica la estrategia de “Control Vectorial con campo orientado” que consiste en desacoplar los canales de flujo magnético y torque, forzando corriente nula en el eje d , es decir, $i_{ds}^r(t) = 0$. Esto se produce mediante la aplicación de una “Restricción o Ley de Control mínima sobre la variable manipulada virtual $v_{qd0s}^r(t)$ ” o su equivalente por T de Park, $v_{abcs}(t)$.
- Como el estator de la maquina en estudio esta conectado en estrella trifilar con neutro flotante y ademas el sistema es simétrico y equilibrado. Se tiene que:

$$i_{as}(t) + i_{bs}(t) + i_{cs}(t) = 0 \quad (37)$$

Aplicando transformada directa de Park:

$$i_{0s}(t) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (i_{as}(t) + i_{bs}(t) + i_{cs}(t)) = 0 \therefore \frac{di_{0s}(t)}{dt} = 0 \rightarrow v_{0s}(t) = 0 \quad (38)$$

- Se desacoplará el subsistema térmico y para ello se considerará que, debido a las variaciones despreciables de R_s en el rango de temperaturas de trabajo, la temperatura no producirá ninguna variación importante en el sistema.



Modelo Simplificado Lineal Invariante (LTI)

Con estas consideraciones, las ecuaciones vectoriales y matriciales de estado, y de salida del modelo LTI equivalente, quedan de la siguiente forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\theta_m(t)}{dt} = \omega_m(t) \\ \frac{d\omega_m(t)}{dt} = \frac{1}{J_{eq}} \left[\frac{3}{2} P_p \lambda'_m \cdot i_{qs}^r(t) - b_{eq} \cdot \omega_m(t) - \frac{1}{r} \cdot T_{ld}(t) - \frac{g \cdot k_l}{r} \sin\left(\frac{1}{r} \theta_m(t)\right) \right] \\ \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} [v_{qs}^r(t) - R_s \cdot i_{qs}^r(t) - \lambda'_m P_p \cdot \omega_m(t)] \\ \frac{dT_s(t)}{dt} = \frac{1}{C_{ts}} \left[\frac{3}{2} R_s \cdot i_{qs}^r(t)^2 - \frac{1}{R_{ts-amb}} (T_s(t) - T_{amb}(t)) \right]. \end{array} \right. \quad (39)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) \\ \dot{i}_{qs}^r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3P_p \lambda'_m}{2J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p \lambda'_m}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} v_{qs}^r(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{r J_{eq}} \\ 0 \end{bmatrix} T_{ld}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{k_l}{r J_{eq}} \\ 0 \end{bmatrix} \sin\left(\frac{1}{r} \theta_m(t)\right) \\ y(t) = [1 \quad 0 \quad 0] \cdot x(t), \quad x(0) = \begin{bmatrix} \theta_m(0) \\ \omega_m(0) \\ i_{qs}^r(0) \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

Modelo Simplificado Lineal Invariante (LTI)

En la siguiente figura se observa el diagrama de bloques desagregado escalar del sistema LTI equivalente correspondiente a la ecuación de estado (Ec. ??)

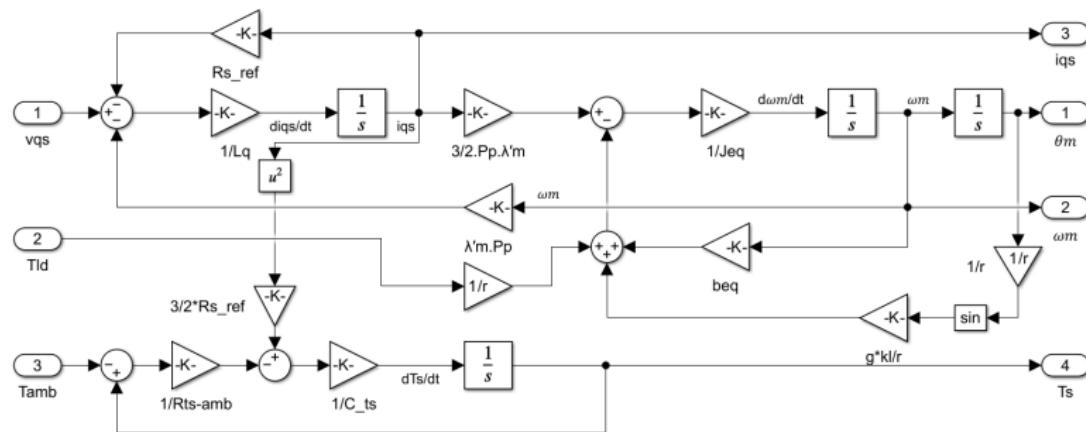


Figura: Diagrama de bloques de estado modelo LTI equivalente.

Ley de Control Mínima

Para cumplir la especificación “ $\dot{i}_{ds}(t) = 0$ ”, asumiendo estado inicial de i_{ds} nulo “ $i_{ds}(0) = 0$ ” (desacoplamiento de canales de flujo magnético y torque) la restricción o ley de control mínima que es necesario aplicar sobre la variable manipulada virtual “ v_{ds} ” se obtiene de una de las ecuaciones de estado del sistema:

$$i_{ds}(t) = 0 \rightarrow \frac{di_{ds}(t)}{dt} = 0 \quad (40)$$

$$\frac{di_{ds}(t)}{dt} = \frac{1}{L_d} \left(v_{ds}(t) - R_s(t)i_{ds}(t) + L_q i_{qs}(t)P_p \cdot \omega_m(t) \right) \quad (41)$$

$$\frac{1}{L_d} \left[v_{ds}(t) + L_q i_{qs}(t)P_p \omega_m(t) \right] = 0 \rightarrow v_{ds}(t) = -L_q \cdot i_{qs}(t) \cdot P_p \cdot \omega_m(t) \quad (42)$$

La variable que se manipula en el sistema es la tensión, pero expresada en el sistema coordenado “abc”, de modo que será necesario aplicar la transformación inversa de Park para regresar al sistema original.

Ley de Control Mínima

Aplicamos la transformación inversa a las tensiones de entrada, para aplicar el control que nos permita lograr las restricciones propuestas anteriormente:

$$\begin{bmatrix} v_{as}(t) \\ v_{bs}(t) \\ v_{cs}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r(t) & \sin \theta_r(t) & 1 \\ \cos(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v'_{qs}(t) \\ v'_{ds}(t) \\ v'_{0s}(t) \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$\begin{cases} v_{as}(t) = \cos \theta_r(t) \cdot v'_{qs}(t) + \sin \theta_r(t) \cdot v'_{ds}(t) + v'_{0s}(t) \\ v_{bs}(t) = \cos \left(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3} \right) \cdot v'_{qs}(t) + \sin \left(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3} \right) \cdot v'_{ds}(t) + v'_{0s}(t) \\ v_{cs}(t) = \cos \left(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3} \right) \cdot v'_{qs}(t) + \sin \left(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3} \right) \cdot v'_{ds}(t) + v'_{0s}(t) \end{cases} \quad (44)$$

Sustituimos los valores de $v'_{qs}(t)$ y $v'_{ds}(t)$ ya conocidos, y teniendo la Ec. ??:

$$\begin{cases} v_{as}(t) = \cos \theta_r(t) \cdot v'_{qs}(t) - \sin \theta_r(t) \cdot L_q \cdot i'_{qs}(t) \cdot P_p \cdot \omega_m(t) \\ v_{bs}(t) = \cos \left(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3} \right) \cdot v'_{qs}(t) - \sin \left(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3} \right) \cdot L_q \cdot i'_{qs}(t) \cdot P_p \cdot \omega_m(t) \\ v_{cs}(t) = \cos \left(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3} \right) \cdot v'_{qs}(t) - \sin \left(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3} \right) \cdot L_q \cdot i'_{qs}(t) \cdot P_p \cdot \omega_m(t) \end{cases} \quad (45)$$

De forma similar para los valores de corriente se tendrá:

$$\begin{cases} i_{as}(t) = \cos \theta_r(t) \cdot i'_{qs}(t) \\ i_{bs}(t) = \cos \left(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3} \right) \cdot i'_{qs}(t) \\ i_{cs}(t) = \cos \left(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3} \right) \cdot i'_{qs}(t) \end{cases} \quad (46)$$

De esta forma determinamos la Restricción o Ley de Control mínima que es necesario aplicar para lograr el desacoplamiento de canales de flujo magnético y torque.

Ley de Control Mínima

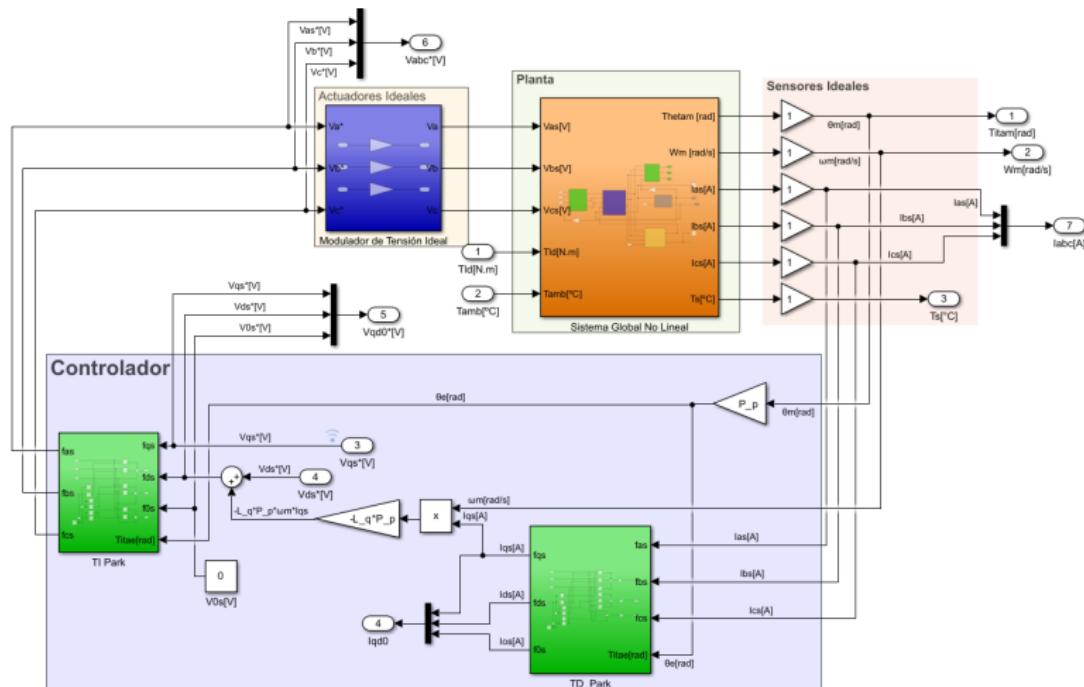


Figura: Diagrama de bloques del sistema linealizado por realimentación parcial de estados mediante un controlador parcial externo.

Modelo de la Dinámica Residual

Con el propósito de modelar la dinámica residual equivalente para $\dot{i}_{ds}^r(t)$ en el caso general donde no se cumpla la hipótesis asumida para el estado inicial de $\dot{i}_{ds}^r(t)$ se aplica la ley de control mínima encontrada para $v_{ds}^r(t)$ de la ecuación de estado.

$$\frac{di_{ds}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_d} \left(v_{ds}^r(t) - R_s(t) \cdot i_{ds}^r(t) + L_q i_{qs}^r(t) P_p \cdot \omega_m(t) \right) \quad (47)$$

$$L_d \cdot \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} + R_s(t) \cdot i_{ds}^r(t) = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_d} [-R_s(t) \cdot i_{ds}^r(t)] \quad (48)$$

Al resolver esta ecuación encontramos que:

$$i_{ds}^r(t) = i_{ds}^r(0) \cdot e^{-\frac{R_s(t)}{L_d} \cdot t} \quad (49)$$

Analizando esta expresión vemos que la corriente decae exponencialmente. Es así que el error de la dinámica residual es debido a un valor inicial de la corriente distinta de cero " $i_{ds}^r(0) \neq 0$ ", lo cual genera un acoplamiento en el eje q y produce un comportamiento no lineal del sistema que desaparecerá al cabo del tiempo, afectando la respuesta natural del sistema pero no así en régimen forzado y es por dicha razón que se puede despreciarlo.

$$v_{qs}^r(t) = L_q \cdot \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} + R_s(t) \cdot i_{ds}^r(t) + \lambda'_m \cdot P_p \cdot \omega_m(t) + L_d \cdot P_p \cdot \omega_m(t) \cdot i_{ds}^r(t) \quad (50)$$

Modelo de la Dinámica Residual

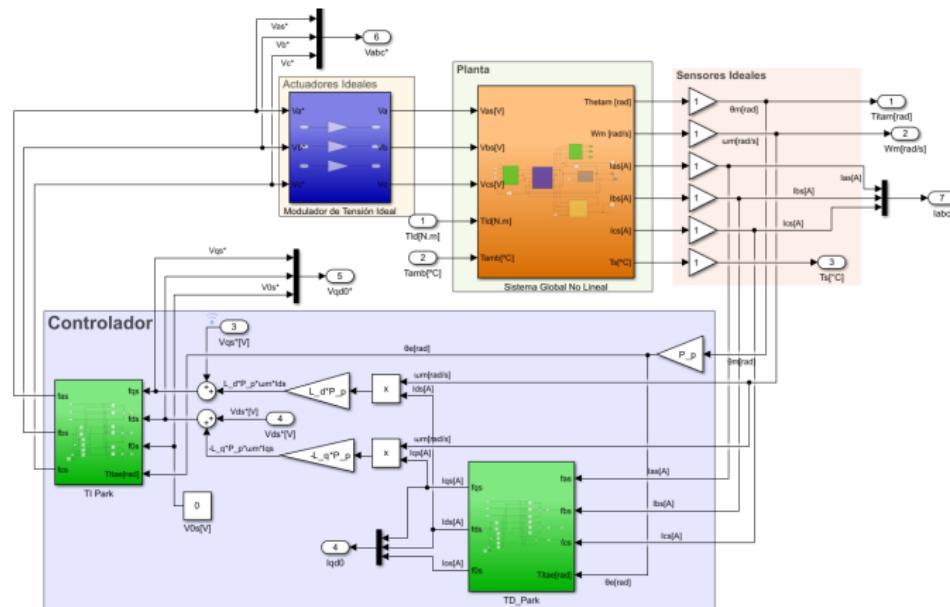
Si incorporamos esta dinámica residual, despreciando el acoplamiento residual NL con el eje q, al modelo LTI equivalente:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\theta_m}{dt}(t) = \omega_m(t) \\ \frac{d\omega_m}{dt}(t) = \frac{1}{J_{eq}} \left[\frac{3}{2} P_p \lambda_m^r i_{qs}^r(t) - b_{eq} \omega_m(t) - \frac{1}{r} T_{ld}(t) - \frac{g \cdot k_l}{r} \sin \left(\frac{\theta_m(t)}{r} \right) \right] \\ \frac{di_{qs}^r}{dt}(t) = \frac{1}{L_q} [v_{qs}^r(t) - R_s i_{qs}^r(t) - \lambda_m^r P_p \omega_m(t)] \\ \frac{di_{ds}^r}{dt}(t) = -\frac{1}{L_d} R_s \cdot i_{ds}^r(t) \\ \frac{dT_s(t)}{dt} = \frac{1}{C_{ts}} \left[\frac{3}{2} R_s \cdot (i_{qs}^r(t)^2 + i_{ds}^r(t)^2) - \frac{1}{R_{ts-amb}} (T_s(t) - T_{amb}(t)) \right] \end{array} \right. \quad (51)$$

Ley de Control Complementaria Mínima

Se puede implementar una Restricción o Ley de Control complementaria mínima en el eje q para eliminar completamente este acoplamiento residual NL aún en régimen natural y obtener un modelo equivalente completamente lineal, independiente del estado inicial de $i_{ds}^r(t)$.

$$v_{qs}^r(t) + L_d \cdot P_p \cdot \omega_m(t) \cdot i_{ds}^r(t) = L_q \cdot \frac{di_{qs}^r}{dt}(t) + R_s(t) \cdot i_{qs}^r(t) + \lambda'_m \cdot P_p \cdot \omega_m(t) + L_d \cdot P_p \cdot \omega_m(t) \cdot i_{ds}^r(t) \quad (52)$$



Modelo Simplificado Lineal Invariante (LTI)

La diferencia entre este modelo con el modelo Global No Lineal con las leyes de control para desacoplar los canales de flujo magnético y torque, es que en el modelo LTI aumentado no se considera la variación de la resistencia con la temperatura $T_s^o(t)$.

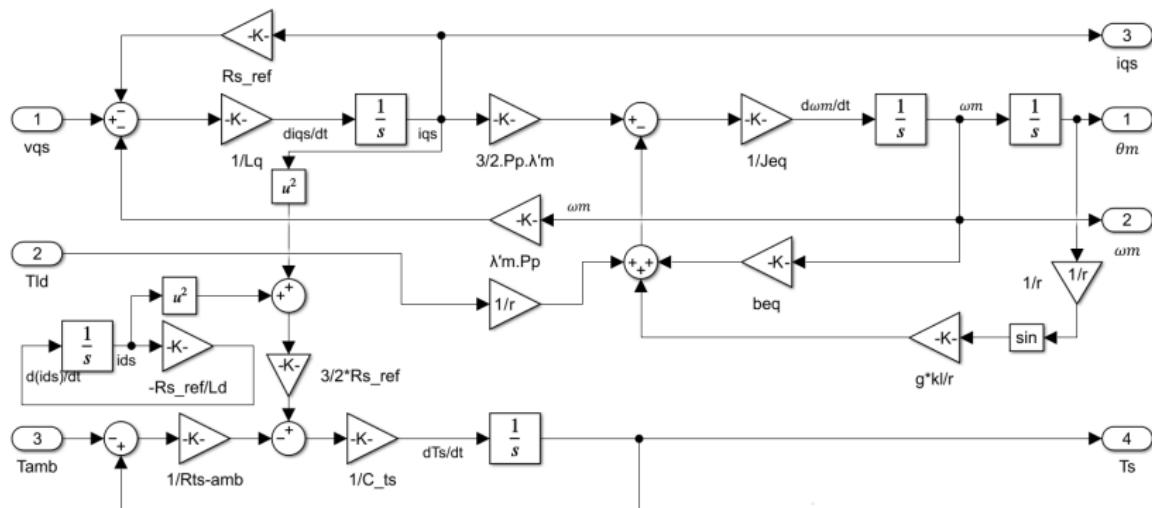


Figura: Diagrama de bloques desagregado del sistema LTI aumentado.

Modelo Dinámico LTI Equivalente Aumentado vs Modelo Dinámico Global LPV

Aspectos principales

- El modelo dinámico global LPV para el caso general " $i_{ds}^r \neq 0$ " representa mejor al sistema real, ya que se tiene un espacio con mayor cantidad de puntos de operación.
- El modelo dinámico LTI equivalente aumentado es un caso particular del modelo dinámico global LPV, en donde $i_{ds}^r = 0$. Realizar esta simplificación implica reducir el espacio de puntos de operación, pero presenta como ventaja un modelo con mucha mayor simplicidad en comparación con el modelo dinámico global LPV.
- El modelo dinámico global LPV considera la variación de $R_s(T_s^\circ(t))$, en cambio el modelo dinámico LTI equivalente aumentado toma la simplificación de considerar R_s constante.

Podemos ver la similitud entre el modelo dinámico global LPV presentado en la (Ec. ??), considerando $I_{dsr_o} \equiv 0$ y el sistema LTI mostrado en la (Ec. ??).

Modelo Dinámico LTI Equivalente Aumentado vs Modelo Dinámico Global LPV

Análisis del comportamiento del sistema frente a variaciones en " i_{ds}^r "

Por otro lado, como la corriente directa está orientada en el mismo sentido que el campo principal de la máquina, su variación tiene un efecto en el torque electromagnético T_m y la velocidad de rotación Al primer análisis lo realizamos con respecto al par electromagnético, recordando Ec. ??:

$$T_m(t) = \frac{3}{2} P_p [\lambda_m'^r + (L_d - L_q) i_{ds}^r(t)] i_{qs}^r(t).$$

- **Corriente directa nula ($i_{ds}^r(t) = 0$)**: Sólo existe flujo concatenado por imanes permanentes ($\lambda_m'^r$).
- **Reforzamiento de Campo ($i_{ds}^r(t) > 0$)**: Sabemos que para motores de polos salientes $L_d > L_q$, entonces cuando $i_{ds}^r(t)$ toma valores más positivos, el campo magnético principal se refuerza aumentando el torque en el motor.
- **Debilitamiento de Campo ($i_{ds}^r(t) < 0$)**: En este caso, según la Ec. ??, el torque disminuye debido al término $(L_d - L_q) i_{ds}^r(t)$.

Modelo Dinámico LTI Equivalente Aumentado vs Modelo Dinámico Global LPV

Ahora analizando lo que pasa con la velocidad, recordando (Ec. ??):

$$\frac{di_{ds}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_d} \left(v_{ds}^r(t) - R_s(t)i_{ds}^r(t) + L_q i_{qs}^r(t)P_p \cdot \omega_m(t) \right) = 0 \rightarrow \omega_m(t) = \frac{-v_{ds}^r(t) + R_s(t).i_{ds}^r(t)}{L_q.i_{qs}^r(t).P_p}$$

- **Corriente directa nula ($i_{ds}^r(t) = 0$)**: El flujo concatenado está afectado únicamente por los imanes permanentes, y el motor alcanza un estado de equilibrio dinámico entre el par motor y su velocidad.
- **Reforzamiento de Campo ($i_{ds}^r(t) > 0$)**: La velocidad del motor disminuye (ya que el término positivo $R_s(t).i_{ds}^r(t)$ se opone al término negativo $-v_{ds}^r(t)$).
- **Debilitamiento de Campo ($i_{ds}^r(t) < 0$)**: En este caso, pasa lo contrario al caso anterior con respecto al término $R_s(t).i_{ds}^r(t)$, y la velocidad del motor aumenta.

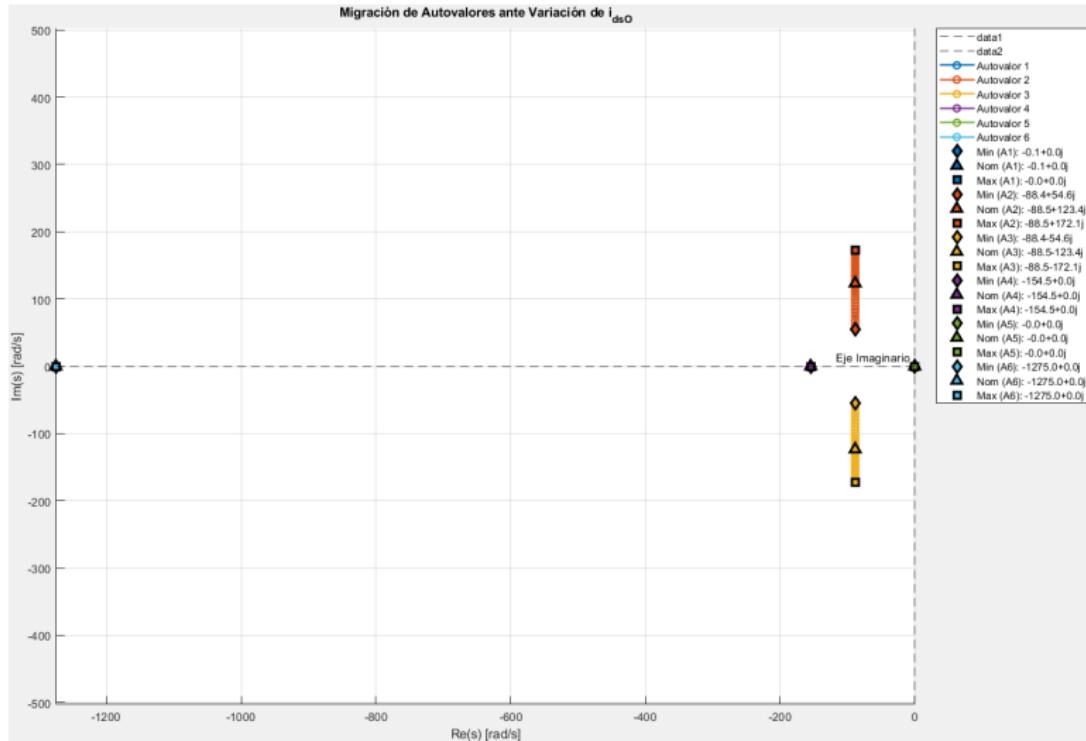
Variación de Parámetros en Modelo LPV

Migración de Propiedades ante Variación de i_{ds} A continuación, se presentan los resultados obtenidos para diferentes valores de i_{ds} . Cada fila muestra 6 autovalores del sistema para un valor dado de i_{ds} :

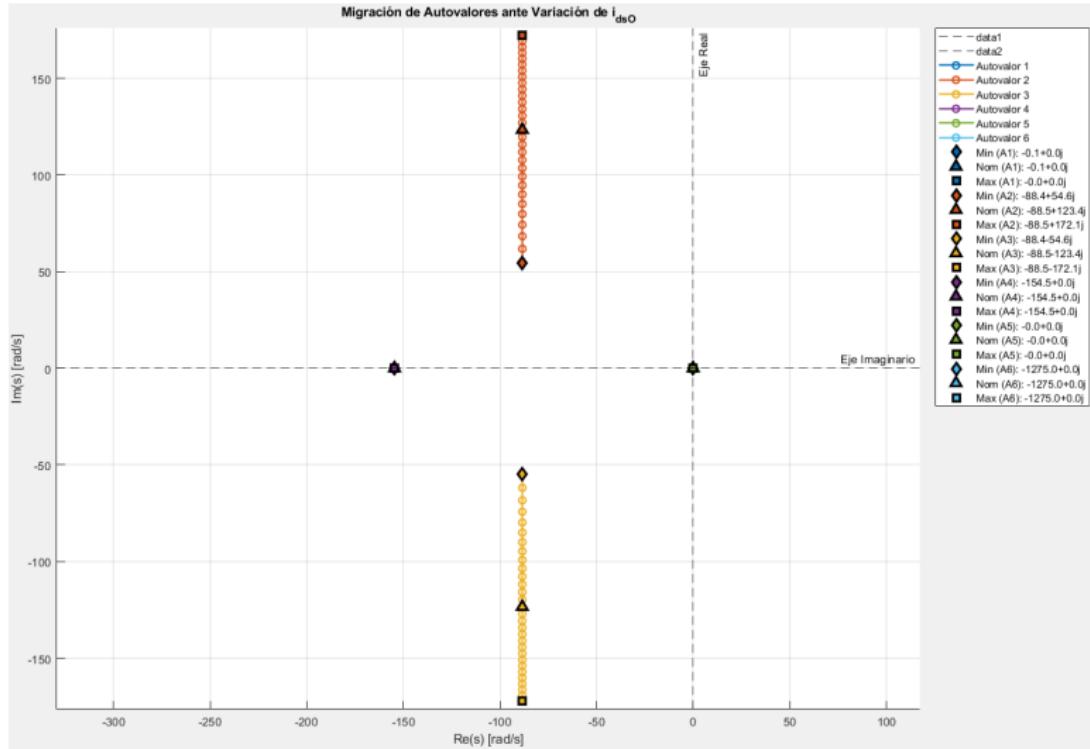
i_ds [A]	Autovalores (6 en total)					
	$-0,1 + 0,0j$	$- 88,4 + 54,6j$	$- 88,4 - 54,6j$	$- 154,5 + 0,0j$	$- 0,0 + 0,0j$	$- 1275,0 + 0,0j$
-1.500	$-0,1 + 0,0j$	$- 88,4 + 85,0j$	$- 88,4 - 85,0j$	$- 154,5 + 0,0j$	$- 0,0 + 0,0j$	$- 1275,0 + 0,0j$
-1.155	$-0,1 + 0,0j$	$- 88,4 + 107,7j$	$- 88,4 - 107,7j$	$- 154,5 + 0,0j$	$- 0,0 + 0,0j$	$- 1275,0 + 0,0j$
-0.810	$-0,1 + 0,0j$	$- 88,5 + 127,0j$	$- 88,5 - 127,0j$	$- 154,5 + 0,0j$	$- 0,0 + 0,0j$	$- 1275,0 + 0,0j$
-0.466	$-0,1 + 0,0j$	$- 88,5 + 144,3j$	$- 88,5 - 144,3j$	$- 154,5 + 0,0j$	$- 0,0 + 0,0j$	$- 1275,0 + 0,0j$
-0.121	$-0,1 + 0,0j$	$- 88,5 + 160,1j$	$- 88,5 - 160,1j$	$- 154,5 + 0,0j$	$- 0,0 + 0,0j$	$- 1275,0 + 0,0j$
0.224	$-0,0 + 0,0j$					

Cuadro: Variación de los 6 autovalores ante cambios en i_{ds}

Variación de Parámetros en Modelo LPV



Variación de Parámetros en Modelo LPV



Para obtener las funciones de transferencia desde las entradas $v_{qsr}(t)$ y $T_l(t)$ hacia la salida $\theta_m(t)$ para el modelo LTI equivalente aumentado, partimos del sistema completo y aplicamos las siguientes consideraciones:

- **Subsistema Térmico Desacoplado:** Consideramos $R_s(t) = R_s$ constante.
- **Control Vectorial Orientado a Campo:** Se asume $i_{ds}^r(t) = 0$.
- **Condiciones Iniciales Nulas:** Todas las condiciones iniciales se consideran nulas para la aplicación de la transformada de Laplace.

Funciones de Transferencia para el Modelo LTI Equivalente Aumentado

Definición de $T_I(t)$

Definimos la variable $T_I(t)$ como:

$$T_I(t) = T_{Id}(t) + g \cdot k_I \sin\left(\frac{\theta_m(t)}{r}\right)$$

Sistema Reducido con $T_I(t)$

$$\begin{cases} \frac{d\theta_m}{dt}(t) = \omega_m(t) \\ \frac{d\omega_m}{dt}(t) = \frac{1}{J_{eq}} \left[\frac{3}{2} P_p \lambda_m'^r i_{qs}^r(t) - b_{eq} \omega_m(t) - \frac{1}{r} \cdot T_I(t) \right] \\ \frac{di_{qs}^r}{dt}(t) = \frac{1}{L_q} [V_{qs}(t) - R_s i_{qs}^r(t) - \lambda_m'^r P_p \omega_m(t)] \end{cases}$$

Aplicación de la Transformada de Laplace

$$\begin{cases} s\Theta_m(s) = \Omega_m(s) \\ s\Omega_m(s) = \frac{1}{J_{eq}} \left[\frac{3}{2} P_p \lambda_m'^r I_{qs}^r(s) - b_{eq} \Omega_m(s) - T_I(s) \right] \\ sI_{qs}^r(s) = \frac{1}{L_q} [V_{qs}(s) - R_s I_{qs}^r(s) - \lambda_m'^r P_p \Omega_m(s)] \end{cases}$$

Funciones de Transferencia para el Modelo LTI Equivalente Aumentado

Resolución del Sistema

$$I_{qs}^r(s) = \frac{V_{qs}^r(s) - \lambda_m'^r P_p \Omega_m(s)}{L_q s + R_s}$$

$$s\Omega_m(s) = \frac{1}{J_{eq}} \left[\frac{3}{2} P_p \lambda_m'^r \cdot \frac{V_{qs}^r(s) - \lambda_m'^r P_p \Omega_m(s)}{L_q s + R_s} - b_{eq} \Omega_m(s) - T_I(s) \right]$$

$$\Omega_m(s) = \frac{\frac{3}{2} P_p \lambda_m'^r V_{qs}^r(s) - (L_q s + R_s) T_I(s)}{J_{eq} L_q s^2 + (J_{eq} R_s + b_{eq} L_q) s + (b_{eq} R_s + \frac{3}{2} P_p^2 (\lambda_m'^r)^2)}$$

$$\Theta_m(s) = \frac{\Omega_m(s)}{s} = \frac{\frac{3}{2} P_p \lambda_m'^r V_{qs}^r(s) - (L_q s + R_s) T_I(s)}{s (J_{eq} L_q s^2 + (J_{eq} R_s + b_{eq} L_q) s + (b_{eq} R_s + \frac{3}{2} P_p^2 (\lambda_m'^r)^2))}$$

Funciones de Transferencia

$$\Theta_m(s) = G_{V_{qs}}(s) \cdot V_{qs}^r(s) + G_{T_I}(s) \cdot T_I(s)$$

Donde:

$$G_{V_{qs}}(s) = \frac{\frac{3}{2} P_p \lambda_m'^r}{J_{eq} L_q s^3 + (J_{eq} R_s + b_{eq} L_q) s^2 + (b_{eq} R_s + \frac{3}{2} P_p^2 (\lambda_m'^r)^2) s} \quad (53)$$

$$G_{T_I}(s) = \frac{-(L_q s + R_s)}{J_{eq} L_q s^3 + (J_{eq} R_s + b_{eq} L_q) s^2 + (b_{eq} R_s + \frac{3}{2} P_p^2 (\lambda_m'^r)^2) s} \quad (54)$$

Estados Internos no Reflejados en las Funciones de Transferencia

En el modelo LTI equivalente aumentado completo, existen cinco estados internos:

- $\theta_m(t)$: Posición angular del motor
- $\omega_m(t)$: Velocidad angular del motor
- $i_{qs}^r(t)$: Corriente del eje q
- $i_{ds}^r(t)$: Corriente del eje d
- $T_s(t)$: Temperatura del estator

Sin embargo, en las funciones de transferencia obtenidas $G_{V_{qs}}(s)$ y $G_{T_I}(s)$, sólo se reflejan tres de estos estados ($\theta_m(t)$, $\omega_m(t)$ e $i_{qs}^r(t)$). Los estados $i_{ds}^r(t)$ y $T_s(t)$ no aparecen debido a:

- $i_{ds}^r(t)$: Se mantiene en cero por el control vectorial de campo orientado, y su dinámica está desacoplada del sistema principal.
- $T_s(t)$: Al desacoplar el subsistema térmico y considerar R_s constante, la temperatura del estator no afecta directamente al modelo electromagnético.

Análisis de Estabilidad a lazo abierto

Polinomio característico:

$$J_{eq}L_qs^3 + (J_{eq}R_s + b_{eq}L_q)s^2 + \left(b_{eq}R_s + \frac{3}{2}P_p^2(\lambda_m'^r)^2 \right) s = 0$$

Polos:

$$\begin{cases} s_1 = 0 \\ s_{2,3} = -\frac{L_q b_{eq} + J_{eq} R_s \pm \sqrt{J_{eq}^2 R_s^2 - 6 J_{eq} L_q P_p^2 \lambda_{r,m}^2 - 2 J_{eq} L_q R_s b_{eq} + L_q^2 b_{eq}^2}}{2 J_{eq} L_q} \end{cases}$$

Reemplazando los parámetros:

$$\begin{cases} s_1 = 0 \\ s_2 = -88,5 + 149,9j \text{ rad/s} \\ s_3 = -88,5 - 149,9j \text{ rad/s} \end{cases}$$

Ceros:

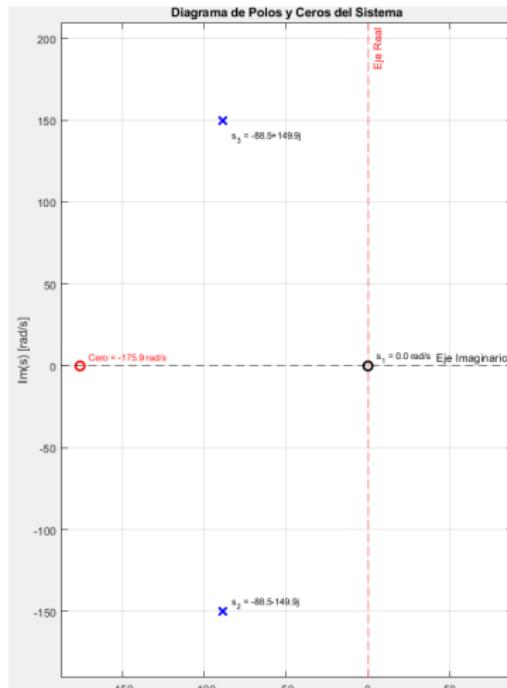
- $G_{V_{qs}}(s)$ no presenta ceros finitos ya que su numerador es constante.
- $G_{T_I}(s)$ presenta un cero en:

$$z = -\frac{R_s}{L_q} = -175,862 \text{ rad/s}$$

Análisis de Estabilidad a Lazo Abierto

Frecuencia Natural y Amortiguamiento:

$$\omega_n = \sqrt{30312} \approx 174,1 \text{ rad/s} \quad \zeta = \frac{176,97}{2 \cdot 174,1} \approx 0,508$$



Migración de Propiedades ante Variación de Rs

Para comprender cómo la resistencia del estator (R_s) afecta la dinámica del sistema, se realizó un análisis de variación de R_s dentro de un rango de $[0,8 \cdot R_s^{\text{ref}}, 1,2 \cdot R_s^{\text{ref}}]$, donde R_s^{ref} es el valor nominal de la resistencia. Este análisis permite observar cómo cambian las posiciones de los polos y ceros en el plano s , lo que influye directamente en la estabilidad y el comportamiento transitorio del sistema.

Resultados de la Variación de Rs

A continuación, se presentan los resultados obtenidos para diferentes valores de R_s :

Rs [ohms]	Polos	Cero	ω_n [rad/s]	ζ
0.816	$s_{2,3} = -70,9 \pm 158,9j$	-140.69	174.0	0.41
0.849	$s_{2,3} = -73,8 \pm 157,6j$	-146.43	174.0	0.42
0.883	$s_{2,3} = -76,6 \pm 156,2j$	-152.17	174.0	0.44
0.916	$s_{2,3} = -79,5 \pm 154,8j$	-157.92	174.0	0.46
0.949	$s_{2,3} = -82,4 \pm 153,3j$	-163.66	174.1	0.47
0.983	$s_{2,3} = -85,3 \pm 151,8j$	-169.40	174.1	0.49
1.016	$s_{2,3} = -88,1 \pm 150,2j$	-175.14	174.1	0.51
1.049	$s_{2,3} = -91,0 \pm 148,4j$	-180.89	174.1	0.52
1.082	$s_{2,3} = -93,9 \pm 146,7j$	-186.63	174.1	0.54
1.116	$s_{2,3} = -96,7 \pm 144,8j$	-192.37	174.2	0.56
1.149	$s_{2,3} = -99,6 \pm 142,9j$	-198.11	174.2	0.57
1.182	$s_{2,3} = -102,5 \pm 140,9j$	-203.86	174.2	0.59
1.216	$s_{2,3} = -105,4 \pm 138,7j$	-209.60	174.2	0.60

Análisis de Estabilidad a Lazo Abierto

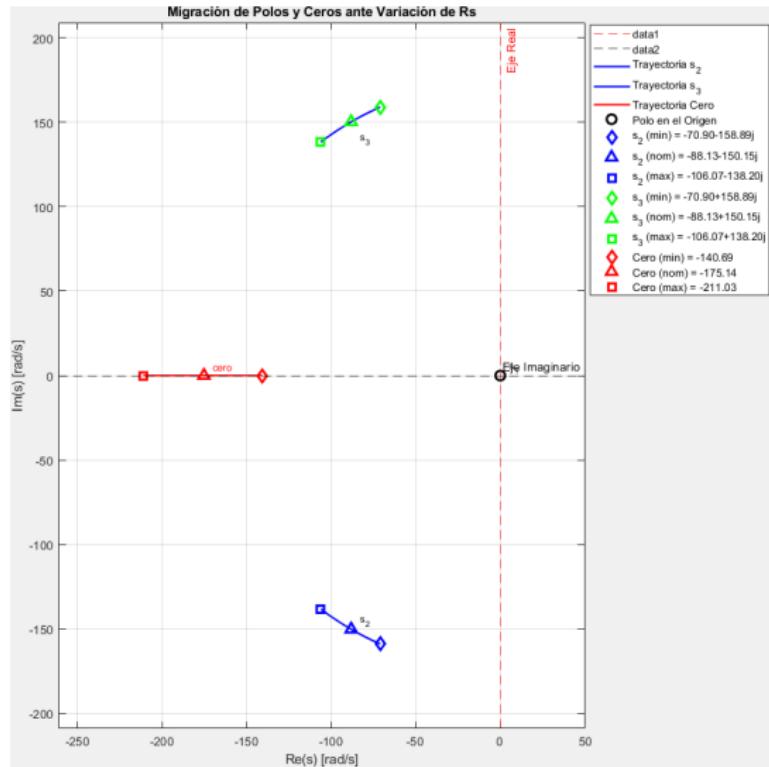


Figura: Migración de Polos y Ceros ante Variación de R_s

Observabilidad Completa de Estado

La matriz de estado A y las matrices de salida C_θ y C_ω están definidas como sigue:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3P_p\lambda'_m}{2J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p\lambda'_m}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix}$$

$$C_\theta = [1 \quad 0 \quad 0], \quad C_\omega = [0 \quad 1 \quad 0]$$

Observabilidad desde la Salida Medida $\theta_m(t)$

La matriz de observabilidad O_θ se construye utilizando la matriz de estado A y la matriz de salida C_θ , como se define en la siguiente expresión:

$$O_\theta = \begin{bmatrix} C_\theta \\ C_\theta A \\ C_\theta A^2 \end{bmatrix}$$

Donde C_θ es la matriz que mide la posición $\theta_m(t)$. La matriz resultante es:

$$O_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3P_p\lambda'_m}{2J_{eq}} \end{bmatrix}$$

El rango de la matriz de observabilidad es 3, lo que indica que el sistema es completamente observable desde la salida medida $\theta_m(t)$.

Observabilidad Completa de Estado

Observabilidad desde la Salida Medida $\omega_m(t)$

Para la salida medida de la velocidad angular $\omega_m(t)$, la matriz de observabilidad O_ω se construye de manera similar utilizando la matriz de salida C_ω :

$$O_\omega = \begin{bmatrix} C_\omega \\ C_\omega A \\ C_\omega A^2 \end{bmatrix}$$

La matriz de observabilidad O_ω se expresa como:

$$O_\omega = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3P_p\lambda'_m}{2J_{eq}} \\ 0 & \frac{b_{eq}^2}{J_{eq}^2} - \frac{3P_p^2(\lambda'_m)^2}{2J_{eq}L_q} & -\frac{3P_p b_{eq}\lambda'_m}{2J_{eq}^2} - \frac{3P_p R_s \lambda'_m}{2J_{eq} L_q} \end{bmatrix}$$

El rango de la matriz de observabilidad es 2, lo que indica que el sistema NO es completamente observable desde la salida medida $\omega_m(t)$. Esto se debe a que por más que se conozca la velocidad del sistema, no es posible obtener la posición del mismo sin conocer la condición inicial de posición. Caso contrario a lo que sucede cuando se conoce la posición del sistema, ya que si se la deriva, se puede llegar a conocer la velocidad del mismo.

Controlabilidad Completa de Estado

La matriz de estado A y la matriz de entrada B están definidas como sigue:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3P_p\lambda'_m}{2J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p\lambda'_m}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix}$$

A partir de las matrices de estado A y de entrada B , se construye la matriz de controlabilidad C , que se expresa como:

$$C = [B \quad AB \quad A^2B]$$

La matriz de controlabilidad C resultante es:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{3P_p\lambda'_m}{2J_{eq}L_q} \\ 0 & \frac{3P_p\lambda'_m}{2J_{eq}L_q} & -\frac{\frac{3P_p b_{eq}\lambda'_m}{2J_{eq}^2} + \frac{3P_p R_s\lambda'_m}{2J_{eq}L_q}}{L_q} \\ \frac{1}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q^2} & \frac{\frac{R_s^2}{L_q^2} - \frac{3P_p^2\lambda'^2_m}{2J_{eq}L_q}}{L_q} \end{bmatrix}$$

El rango de la matriz de controlabilidad es 3, lo que indica que el sistema **es completamente controlable** desde la entrada manipulada $v_{qsr}(t)$. Esto implica que, con esta única entrada de control, es posible controlar todos los estados del sistema.

Simulación Dinámica

Respuesta del estado interno $\{\theta_m(t); \omega_m(t); i_{qs}^r(t); i_{ds}^r(t); T_s^\circ(t)\}$ (y $v_{ds}^r(t)$ forzada) a pulso de consigna de tensión de estator en eje q: $v_{qs}^r(t) = 0 \text{ V} \Rightarrow v_{qs}^r = +19,596 \text{ V}_{CC}$ en $t_{\text{step1}} = 0,1 \text{ s} \Rightarrow 0 \text{ V}$ en $t_{\text{step4}} = 0,7 \text{ s}$, superpuesto con doble pulso de torque de carga $T_{Id}(t) = 0 \Rightarrow (T_{Id\max} = +6,28 \text{ N.m en } t_{\text{step2}} = 0,3 \text{ s}) \Rightarrow (-T_{Id\max} = -6,28 \text{ N.m en } t_{\text{step3}} = 0,5 \text{ s}) \Rightarrow (0 \text{ N.m en } t_{\text{step5}} = 0,9 \text{ s})$.

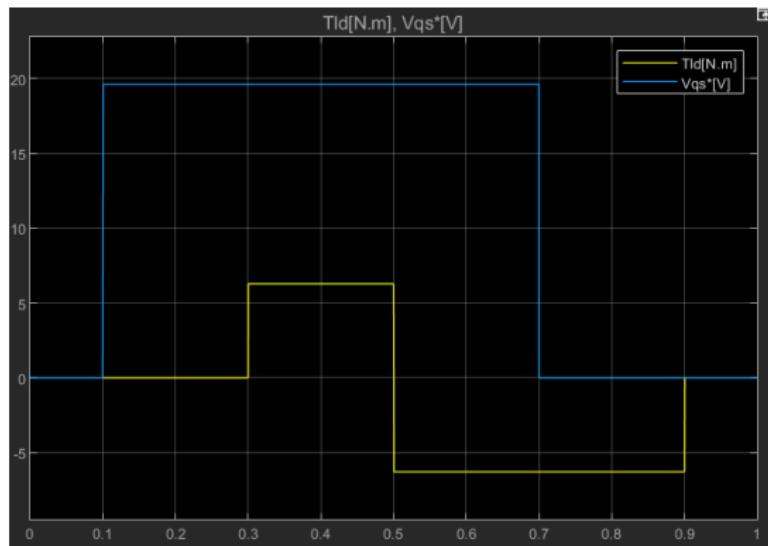


Figura: Consignas de Tensión V_{qs}^* y Torque de carga T_{Id} .

Simulación Dinámica

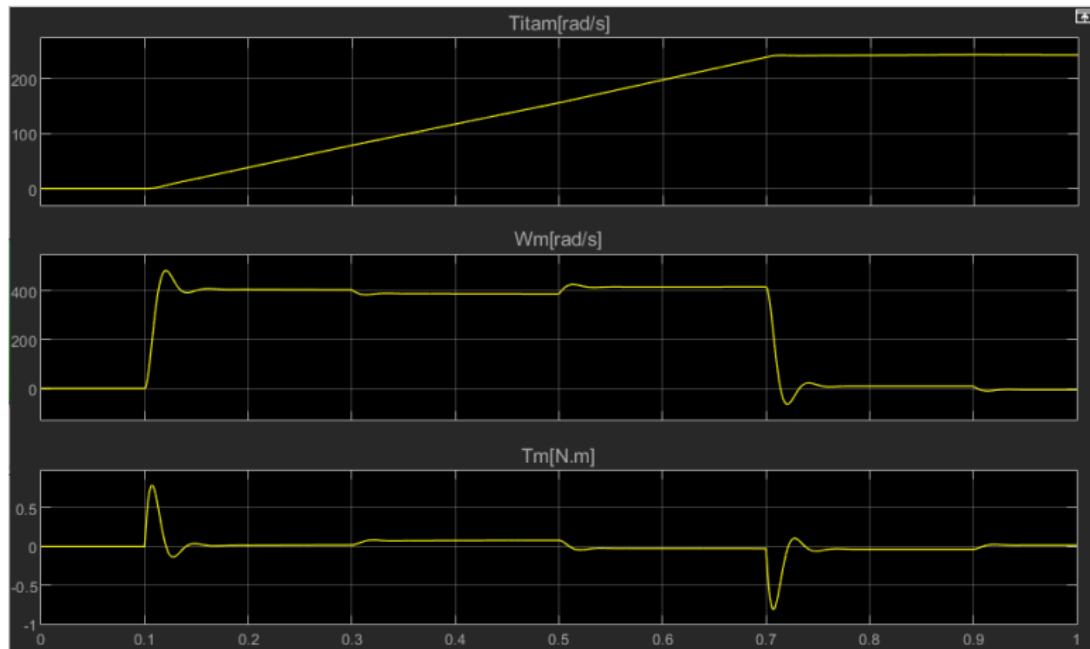


Figura: Curvas de posición angular, velocidad angular y torque electromagnético.

Simulación Dinámica

En la Figura se observa como varía la temperatura de los bobinados del estator, considerando una perturbación de la temperatura ambiente igual a 20°C.

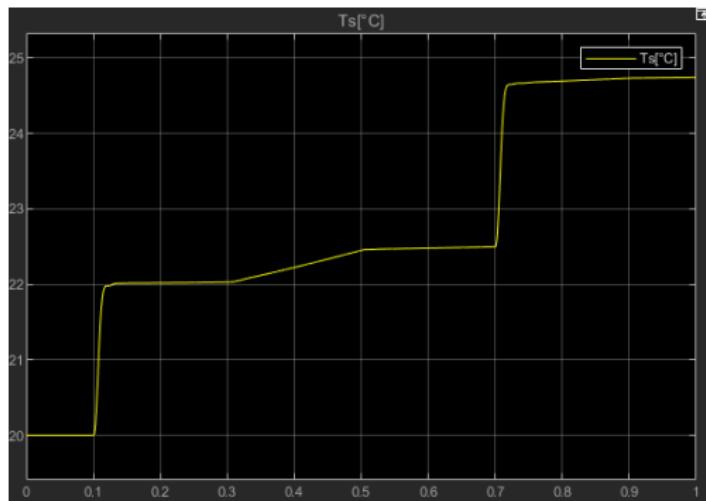


Figura: Temperatura de bobinados del estator.

Simulación Dinámica

Los cambios en la consigna de tensión V_{ds}^* se debe a la realimentación No Lineal de desacople entre los ejes q y d del controlador parcial. Esta realimentación logra que, como se observa en las gráficas, la corriente i_{ds}^r sea nula.

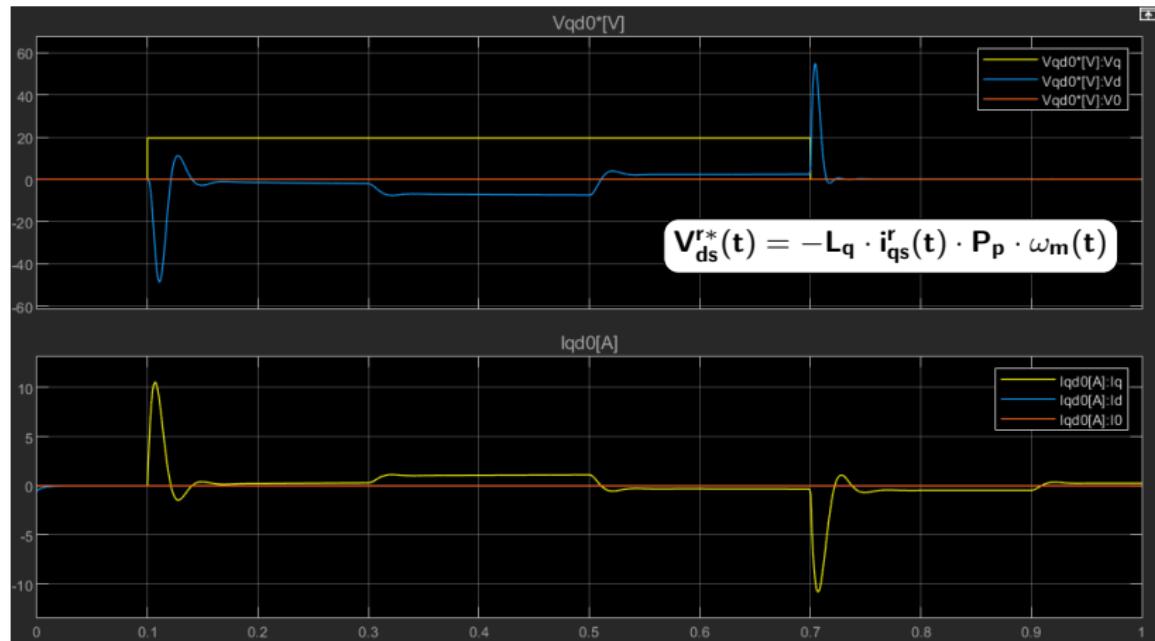


Figura: Tensiones y corrientes en coordenadas virtuales.

Simulación Dinámica

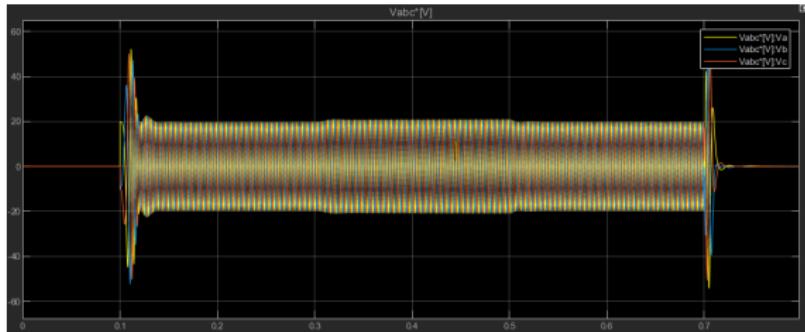


Figura: Tensiones reales abc V_{abcs} .

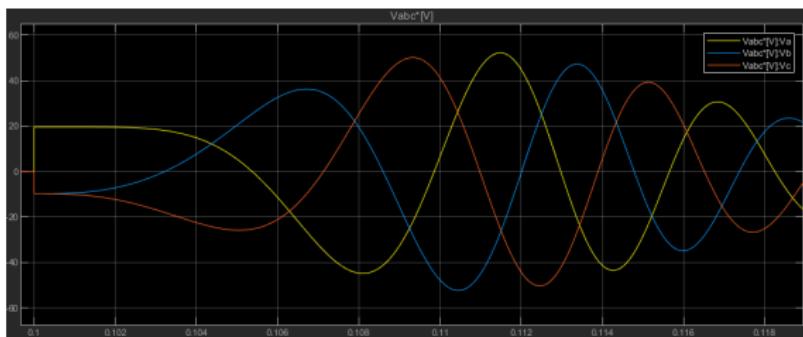


Figura: Acercamiento a $t = 0.1$ s.

Simulación Dinámica

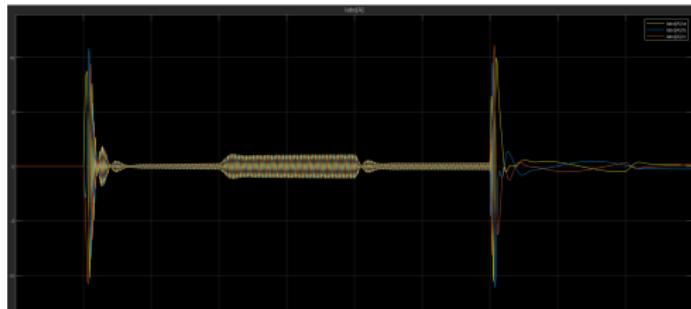


Figura: Corrientes reales abc I_{abcs} .

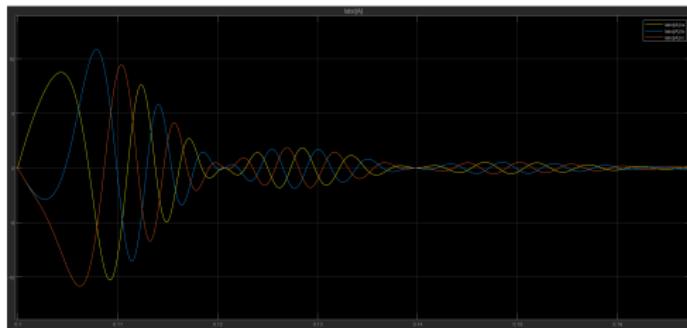


Figura: Acercamiento a $t = 0.1$ s.

Comparación de Modelos NL vs LTI

- Modelos NL vs LTI presentan respuestas similares.
- Desacoplamiento efectivo en ejes q y d .

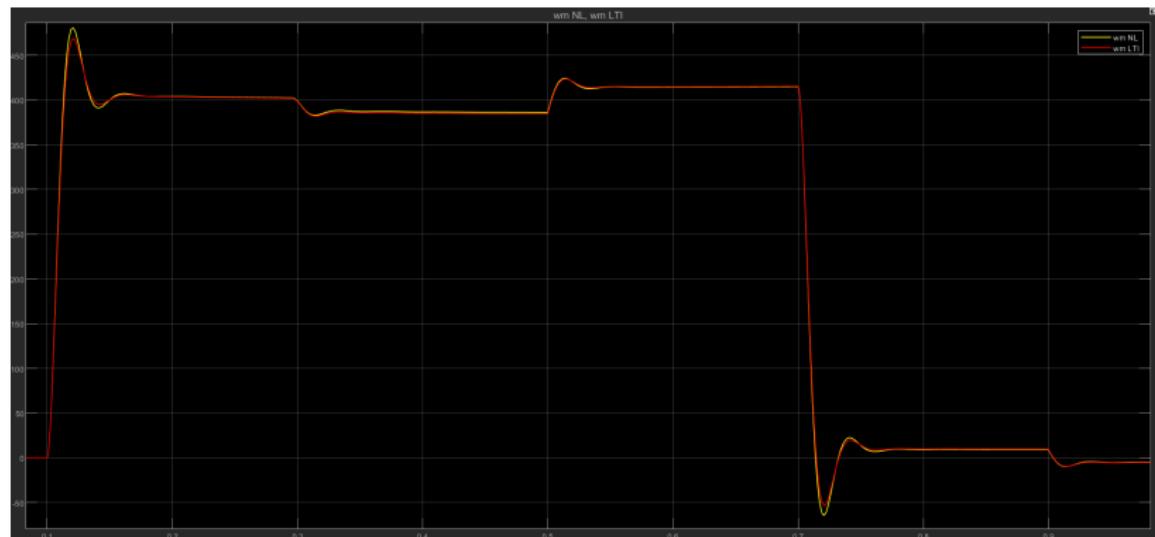


Figura: Velocidad angular: NL(amarillo) vs LTI(rojo).

Comparación de Modelos NL vs LTI

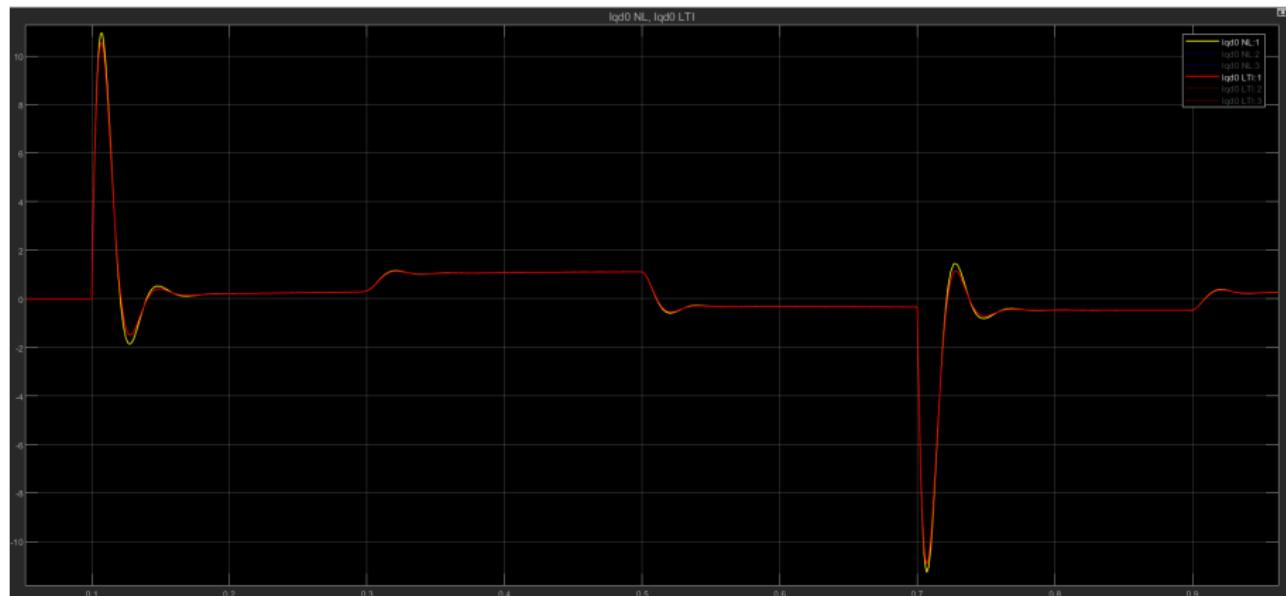


Figura: Comparación de las corrientes virtuales entre el sistema NL y el sistema LTI aumentado. Amarillo: sistema NL - Rojo: sistema LTI aumentado.

Curva Paramétrica Torque vs Velocidad

La curva paramétrica $\omega_m - T_m$ representa el comportamiento dinámico del sistema, construida a partir de los pares ordenados $(\omega_m(t), T_m(t))$ correspondientes a la velocidad angular del eje mecánico y el torque electromagnético, respectivamente, para cada instante t de simulación. En esta representación se identifican 6 puntos agudos que corresponden a estados de equilibrio del sistema dinámico bajo las condiciones de entrada especificadas. La curva se puede dividir en 5 segmentos, cada uno representado con un color diferente, que conectan pares sucesivos de puntos de equilibrio. Estos segmentos constituyen las trayectorias de transición del sistema, es decir, los conjuntos de puntos que describen la evolución temporal del sistema cuando se desplaza de un estado de equilibrio a otro. Esta visualización permite apreciar tanto los estados estacionarios como la dinámica transitoria del sistema en el espacio de estados $\omega_m - T_m$.

Curva Paramétrica Torque vs Velocidad

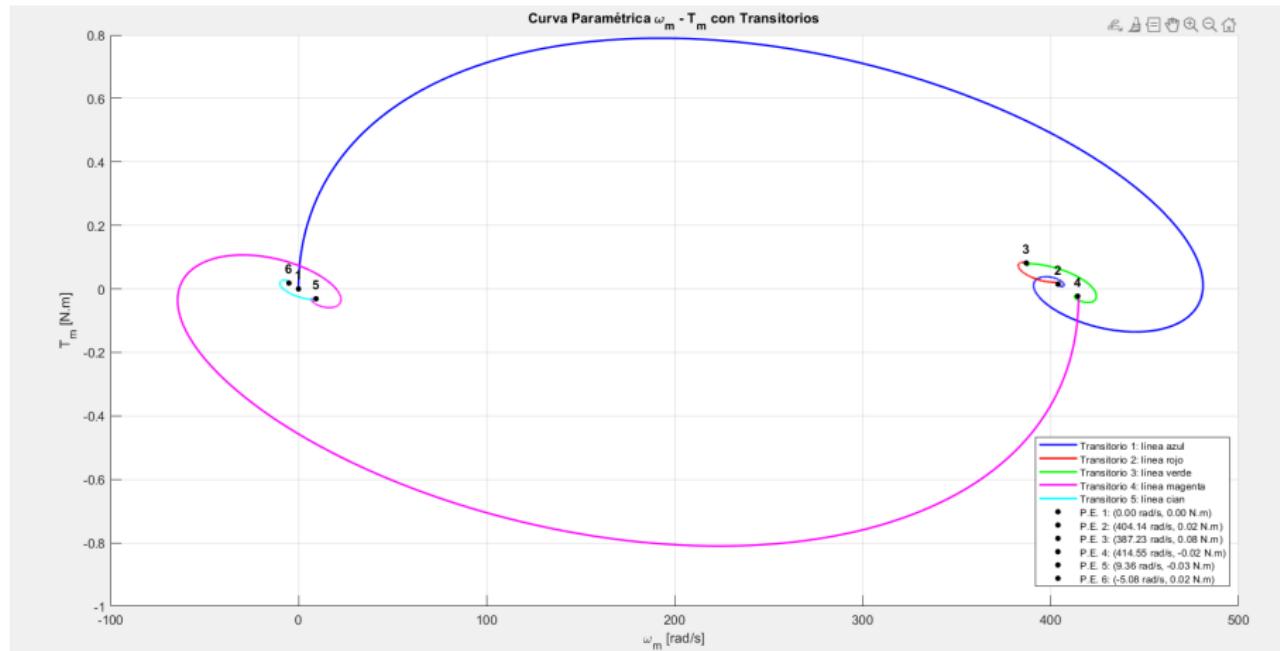


Figura: Curvas paramétricas de Torque vs Velocidad.

Determinación de velocidad y corriente final de establecimiento

Parámetros del sistema					
	$V_q = 19,596V$ $t = 0,1s$	$T_{Id} = 6,28N.m$ $t = 0,3s$	$T_{Id} = -6,28N.m$ $t = 0,5s$	$V_q = 0V$ $t = 0,7s$	$T_{Id} = 0N.m$ $t = 0,9s$
ω_m Final [rad/s]	403.90	387.1	414.50	9.50	-5.35
Tiempo de levantamiento t_r [s]	0.013	0.007	0.006	0.014	0.0071
Tiempo de asentamiento t_s [s]	0.083	0.014	0.022	0.076	0.049
Sobrepico [rad/s]	77.27	-7.161	4.046	-55.442	-2.5673
i_q Final [A]	0.2094	1.063	-0.3155	-0.468	0.2522
Tiempo de levantamiento t_r [s]	0.000623	0.0145	0.0134	0.00039	0.004200
Tiempo de asentamiento t_s [s]	0.094	0.055	0.0052	0.083828	0.0052
Sobrepico [A]	10.76	0.100	-0.22	-10.782	0.1314

Cuadro: Parámetros característicos de la respuesta dinámica del sistema ante variaciones de tensión y torque de carga

Diseño, Análisis y Simulación con Controlador de Movimiento

Integrantes:

Juan Quiroga, Matías Armani

Profesor:

Ing. Gabriel L. Julián

Febrero 2025

Modulador de Torque Equivalente

Objetivo: Desacoplar las corrientes i_{qs}^r , i_{ds}^r y i_{0s} mediante:

- Compensación de retroalimentaciones físicas.
- Linealización para dinámicas rápidas y desacopladas.

Ecuaciones Desacopladas:

Partimos del subsistema electromagnético en qd0:

$$\begin{aligned} v_{qs}(t) &= R_s(T_s^\circ(t)) i_{qs}^r(t) + L_q \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} + [\lambda'_m + L_d i_{ds}^r(t)] P_p \omega_m(t), \\ v_{ds}(t) &= R_s(T_s^\circ(t)) i_{ds}^r(t) + L_d \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} - L_q i_{qs}^r(t) P_p \omega_m(t), \\ v_{0s}(t) &= R_s(T_s^\circ(t)) i_{0s}(t) + L_{Is} \frac{di_{0s}(t)}{dt}. \end{aligned} \quad (55)$$

Estos lazos contienen las retroalimentaciones físicas naturales: términos que dependen de $\omega_m(t)$, la resistencia variable con la temperatura $R_s(T_s^\circ(t))$, y acoplamientos entre las corrientes $i_{qs}^r(t)$ e $i_{ds}^r(t)$.

Modulador de Torque Equivalente

Objetivo → desacoplar términos naturales realimentando tensiones → lograr relación directa entre entradas de referencia y derivadas de las corrientes.

Desarrollando llegamos a:

$$L_q \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = v_{qs}^{r*}(t), \quad L_d \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} = v_{ds}^{r*}(t).$$

Comparación con la Linealización por Retroalimentación NL Completa:

La estrategia previa imponía → $i_{ds}^r(t) = 0$ para desacoplar el canal de flujo magnético. (Caso particular)

Ahora el desacoplamiento es **más general** → compensamos términos no lineales y acoplamientos → modelo interno: corrientes responden casi independiente a las entradas $v_{qs}^{r*}(t)$ y $v_{ds}^{r*}(t)$. Logramos alcanzar una dinámica ↑ rápida y robusta, permitiendo variar incluso $i_{ds}^r(t)$ si se desea realizar → debilitamiento o reforzamiento de campo.

Efecto de $R_s(T_s^\circ)$ en el Desempeño

Comparativa:

- R_s Constante: Error estacionario por desacople incompleto.
- R_s Variable: Mejor respuesta a temperatura variable.

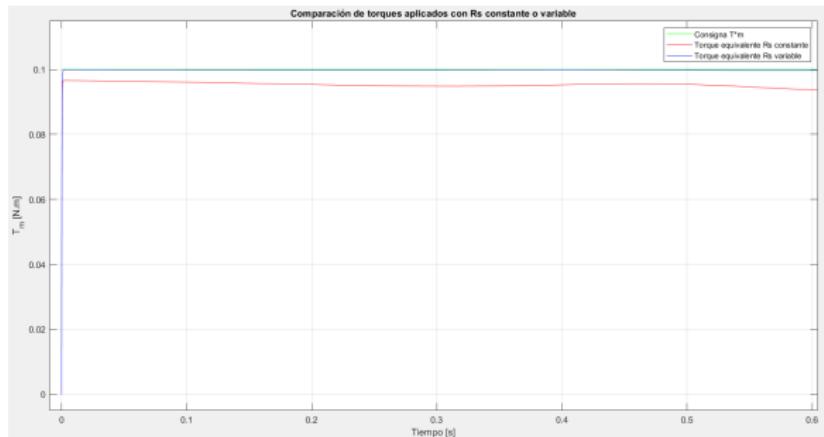


Figura: Comparación del torque resultante sobre eje mecánico considerando R_s constante (rojo) y variable (azul).

Error estado estacionario: controlador no compensa variación.

Efecto de $R_s(T_s^\circ)$ en el Desempeño

Error que se refleja en la respuesta de velocidad:

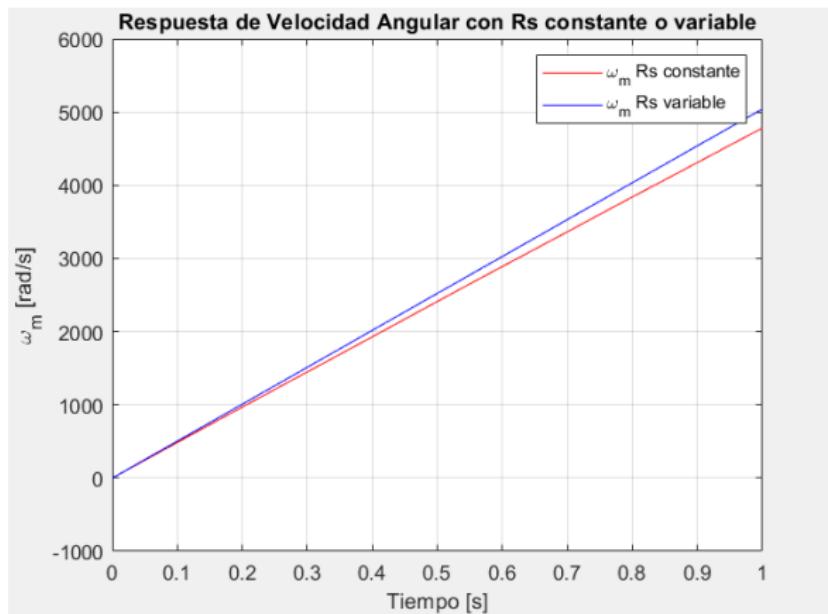


Figura: Comparación del torque resultante sobre el eje mecánico considerando R_s constante (rojo) y variable (azul).

Modulador de Torque Equivalente

Resultados:

- Dinámica interna linealizada. Relación: **tensiones virtuales** $(v_{qs}^*(t), v_{ds}^*(t), v_{0s}^*(t)) \rightarrow$ **derivadas de las corrientes** $(i_{qs}^r(t), i_{ds}^r(t), i_{0s}^r(t))$
- Corrientes responden directamente a las entradas de referencia.

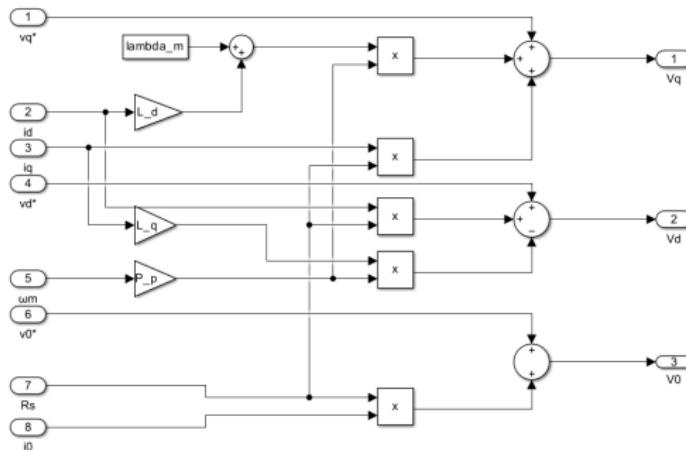


Figura: Diagrama de bloques del modulador de torque.

Para que el **modulador de torque equivalente** pueda ejecutar correctamente las **consignas de torque** → necesario asegurar **control directo y preciso** sobre las **corrientes** del estator $qd0$.

Por ello, implementamos lazos de control proporcionales de corriente.

Objetivo: obtener **tensiones de referencia** ($v_{qs}^{r*}(t)$, $v_{ds}^{r*}(t)$, $v_{0s}^{r*}(t)$) a partir del **error** entre las **corrientes deseadas** ($i_{qs}^{r*}(t)$, $i_{ds}^{r*}(t)$, $i_{0s}^{r*}(t)$) y las **corrientes medidas** ($i_{qs}^r(t)$, $i_{ds}^r(t)$, $i_{0s}^r(t)$), **multiplicando** por una **ganancia proporcional** adecuada.

Lazos de Control de Corrientes

Partimos de:

$$L_q \frac{d\dot{i}_{qs}^r(t)}{dt} \approx v_{qs}^*(t) = (\dot{i}_{qs}^*(t) - \dot{i}_{qs}^r(t))R'_q,$$

$$L_d \frac{d\dot{i}_{ds}^r(t)}{dt} \approx v_{ds}^*(t) = (\dot{i}_{ds}^*(t) - \dot{i}_{ds}^r(t))R'_d,$$

$$L_{ls} \frac{di_{0s}(t)}{dt} \approx v_{0s}^*(t) = (\dot{i}_{0s}^*(t) - i_{0s}(t))R'_0.$$

R'_q, R'_d, R'_0 son **constantes de proporcionalidad** que, físicamente, pueden interpretarse como **resistencias virtuales**. Su elección determinará la **ubicación** de los **polos del lazo de corriente**.

Aplicando transformada de Laplace y funciones de transferencia, llegamos a:

Lazos Proporcionales:

$$G_{iqs}(s) = \frac{1}{\frac{L_q}{R'_q}s + 1}, \quad G_{ids}(s) = \frac{1}{\frac{L_d}{R'_d}s + 1}, \quad G_{i0s}(s) = \frac{1}{\frac{L_{ls}}{R'_0}s + 1}.$$

Cada lazo de corriente → filtro pasa-bajos de primer orden. Polos determinados por las relaciones $\frac{R'_q}{L_q}, \frac{R'_d}{L_d}, \frac{R'_0}{L_{ls}}$.

Objetivo de diseño:

- Polos en $p_i = -5000 \text{ rad/s}$.
- Respuesta rápida y robusta.

Por lo tanto:

$$\frac{R'_q}{L_q} = 5000 \implies R'_q = 5000L_q = 29 \Omega,$$

$$\frac{R'_d}{L_d} = 5000 \implies R'_d = 5000L_d = 33 \Omega,$$

$$\frac{R'_0}{L_{Is}} = 5000 \implies R'_0 = 5000L_{Is} = 4 \Omega.$$

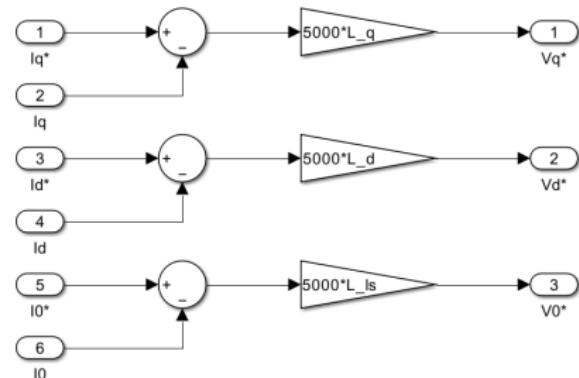


Figura: Diagrama de bloques del modulador de corriente.

Extendiendo el ancho de banda hasta aproximadamente 796 Hz.

Interpretación y Comparación

A diferencia de la linealización mínima mediante retroalimentación no lineal, imponiendo $i_{ds}^r(t) = 0$. Ahora nos **permite**:

- Ajustar la velocidad de respuesta de las corrientes.
- Aumentar la robustez ante variaciones paramétricas (ejemplo $R_s(T_s^\circ)$).
- Permitir $i_{ds}^{r*}(t) \neq 0$, abriendo la posibilidad de realizar debilitamiento o reforzamiento de campo, algo que no era posible bajo la condición $i_{ds}^r(t) = 0$.

Incorporación de la Consigna de Torque y Compensación del Subsistema Mecánico

- Incorporación de la consigna de torque mecánico como nueva variable manipulada.
- Compensación de perturbaciones mecánicas internas:
 - Fricción viscosa equivalente.
 - Torque gravitacional sobre la carga.
- Garantía de que el torque electromagnético del lazo externo de control de movimiento no se vea afectado.

Consigna de Torque con Compensación de Fricción Viscosa y Gravedad

Precomputed Torque:

- Se parte de una consigna de torque pura: $T_m^{*'}(t)$.
- Se incluyen compensaciones mecánicas para fricción y gravedad:

$$T_m^*(t) = T_m^{*'}(t) + b_{eq} \omega_m(t) + \frac{k_t}{r} \sin\left(\frac{\theta_m(t)}{r}\right). \quad (56)$$

- Facilita el diseño del controlador de movimiento.
- Reduce la carga computacional del control externo.

Relación entre el Torque y las Corrientes

Expresión del torque electromagnético en coord. qd:

$$T_m(t) = \frac{3}{2} P_p [\lambda'_m + (L_d - L_q) i_{ds}^r(t)] i_{qs}^r(t). \quad (57)$$

Conocido $T_m^*(t)$, despejamos la referencia de corriente en el eje q:

$$i_{qs}^{r*}(t) = \frac{T_m^{*'}(t) + b_{eq} \omega_m(t) + \frac{k_I \cdot g}{r} \sin\left(\frac{\theta_m(t)}{r}\right)}{\frac{3}{2} P_p [\lambda'_m + (L_d - L_q) i_{ds}^r(t)]}. \quad (58)$$

Casos Especiales y Flexibilidad

- Si $i_{ds}^r(t) = 0$, el torque depende solo del flujo del imán permanente y la corriente q.
 - Configuración simple y eficiente.
- Si $i_{ds}^r(t) \neq 0$, permite modificar el campo magnético interno.
 - Expande el rango de operación en torque y velocidad.
 - Implica mayor complejidad en control.

Diagrama del Modulador de Torque

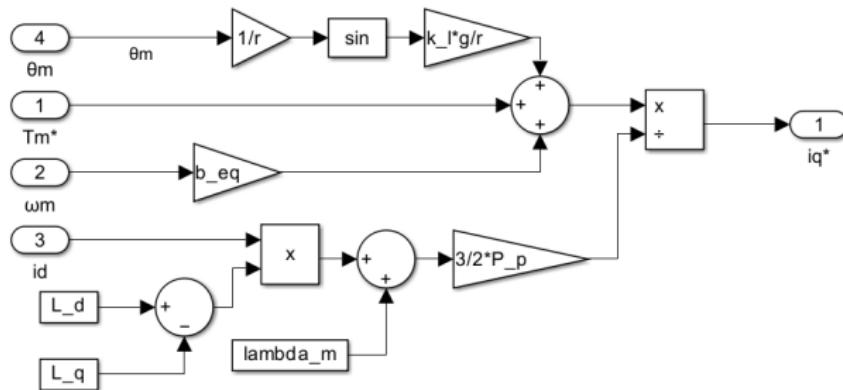


Figura: Diagrama de bloques del modulador de torque con compensaciones internas.

Simulación con Modulador de Torque

- Evaluación en el dominio del tiempo del sistema global con el modulador de torque diseñado.
- Se comparan las señales de torque electromagnético, torque aplicado, perturbaciones y fricción viscosa.

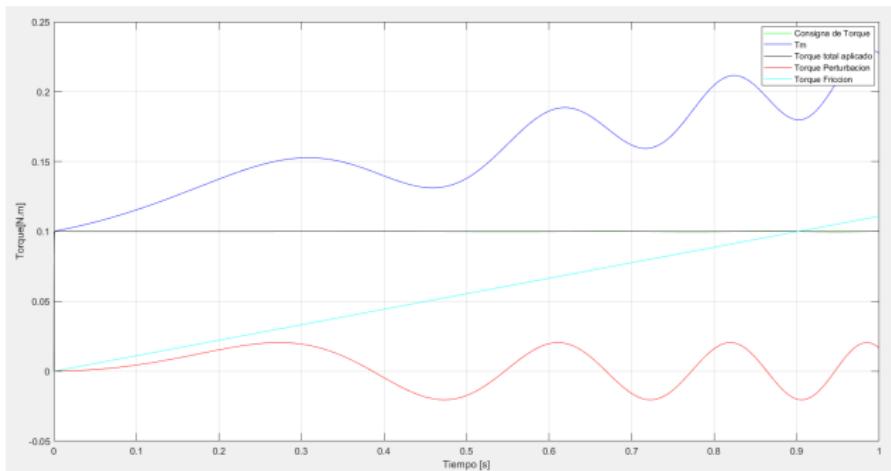


Figura: Comparación de torques en la simulación con modulador de torque.

Seguimiento de Consigna de Torque

- El torque total aplicado sigue el escalón de la consigna de torque.
- Se requiere compensación del torque de perturbación y fricción viscosa.

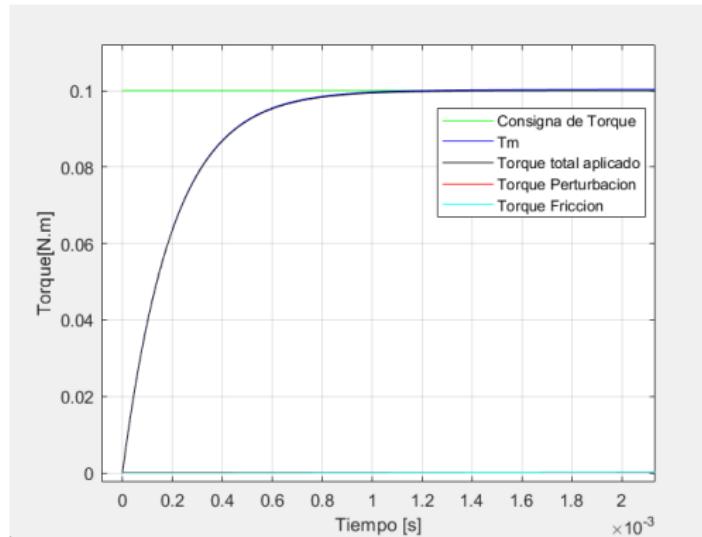


Figura: Acercamiento en el instante inicial mostrando respuesta del torque total aplicado.

Respuesta en Posición y Velocidad

- Un torque constante genera una aceleración angular constante.
- La velocidad angular sigue una trayectoria lineal, mientras que la posición tiene una curva parabólica.

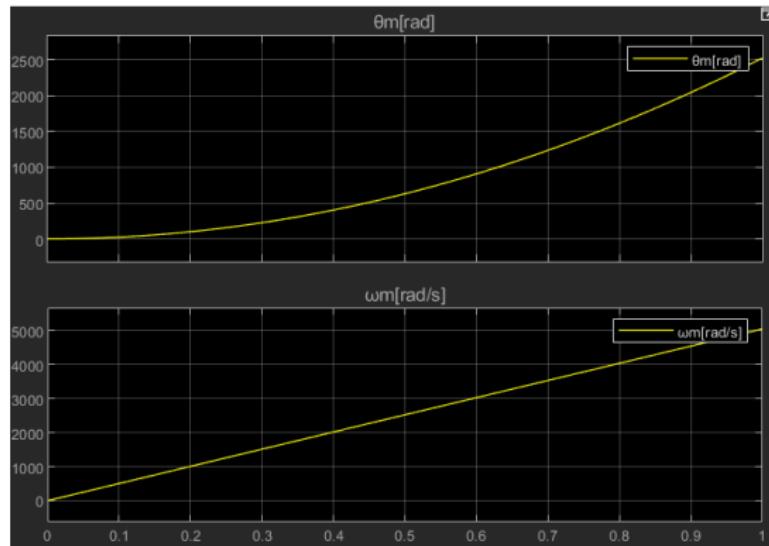


Figura: Curvas de posición y velocidad angular del eje mecánico.

Respuesta de Corrientes en Coordenadas abc

- El torque electromagnético representa la envolvente de las corrientes reales.
- Crecimiento de corriente debido a la compensación de fricción viscosa.

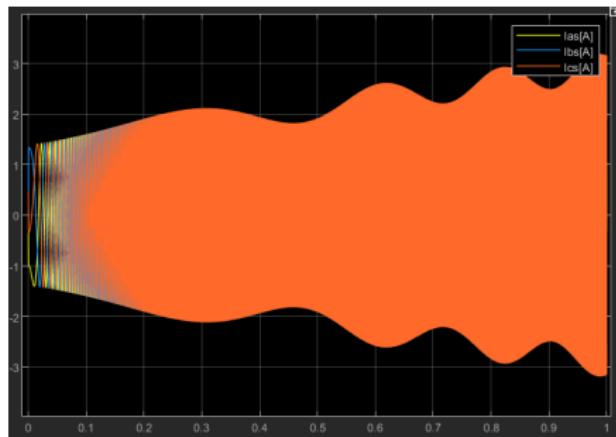


Figura: Corrientes en coordenadas *abc* con modulador de torque.

Efectos de $i_{ds}^*(t)$ en el Torque

De la ecuación $\dot{i}_{qs}^*(t)$ concluimos que:

- $\dot{i}_{ds}^*(t) = 0$: Torque solo depende del flujo de imanes permanentes.
- $\dot{i}_{ds}^*(t) \neq 0$:
 - $\dot{i}_{ds}^*(t) > 0$ refuerza el campo y aumenta el torque.
 - $\dot{i}_{ds}^*(t) < 0$ debilita el campo y reduce el torque.

Controlador Externo de Movimientos: Posición/Velocidad

- Para **mejorar dinámica** del sistema y **corregir errores de estado estacionario** por cargas perturbadoras → se **implementa controlador** que recibe **consignas de velocidad y posición**.
- Define el torque necesario para la acción requerida.
- Método de sintonía serie con acción integral para el PID.
- Parámetros: $\xi = 0,75$, $\omega_n = 800 \text{ rad/s}$. Valores nominales de J_I y b_I .

Diseño del Controlador PID

- Se elige como variable de entrada la velocidad angular del motor.
- Evita acciones derivativas para reducir errores numéricos.
- Dos bloques integrales actúan como filtros pasa bajos para eliminar ruido.

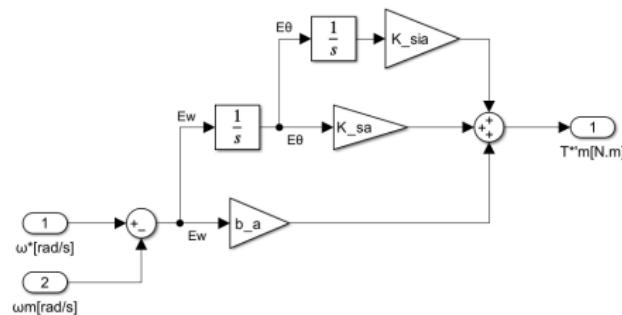


Figura: Diagrama de bloques del controlador PID

Salida:

$$T_m'(s) = e_\omega(s) \cdot b_a + e_\theta(s) \cdot K_{sa} + K_{sia} \frac{e_\theta(s)}{s} \quad (59)$$

Relación entre Torque y Variación de Velocidad

Ecuación dinámica del subsistema mecánico:

$$J_{eq}\dot{\omega}_m(t) = T_m^*(t) - \frac{T_l(t)}{r} \quad (60)$$

- Se considera el desacople de $-b_{eq}\omega_m(t)$.
- Modelado en el dominio de Laplace:

$$J_{eq} \cdot s^2 \cdot \theta_m(s) = T_m^*(s) - \frac{T_l(s)}{r} \quad (61)$$

Expresión del Torque del Controlador

- Sustituyendo el torque del controlador:

$$J_{eq} \cdot s^2 \cdot \theta_m(s) = E_\theta(s) \cdot s \cdot b_a + E_\theta(s) \cdot K_{sa} + \frac{E_\theta(s)}{s} \cdot K_{sia} - \frac{T_I(s)}{r} \quad (62)$$

- Expandiendo el error de posición:

$$J_{eq} \cdot s^2 \cdot \theta_m(s) = \left[s \cdot b_a + K_{sa} + \frac{K_{sia}}{s} \right] \cdot [\theta_m^*(s) - \theta_m(s)] - \frac{T_I(s)}{r} \quad (63)$$

Agrupando términos y finalmente despejando $\theta_m(s)$, identificamos:

Funciones de Transferencia del Controlador

Para la entrada de consigna de posición:

$$G_{\theta_m^*}(s) = \frac{s^2 b_a + s K_{sa} + K_{sia}}{J_{eq} s^3 + s^2 b_a + s K_{sa} + K_{sia}} \quad (64)$$

Para la perturbación de torque:

$$G_{T_I}(s) = -\frac{s}{J_{eq} s^3 + s^2 b_a + s K_{sa} + K_{sia}} \quad (65)$$

- La ecuación $G_{\theta_m^*}(s)$ describe la respuesta a cambios en la consigna de posición.
- La ecuación $G_{T_I}(s)$ muestra la influencia de perturbaciones en el torque de carga.

Respuesta en Régimen Estacionario

- Evaluando las funciones de transferencia en régimen estacionario para una entrada escalón unitario:
 - Si $K_{sia} \neq 0 \Rightarrow G_{\theta^*}(s) = 1$ y $G_{T_i}(s) = 0$ (rechazo total a perturbaciones).
 - Si $K_{sia} = 0 \Rightarrow G_{\theta^*}(s) = 1$ y $G_{T_i}(s) = -1/K_{sa}$ (sin rechazo a perturbaciones).
- Concluimos: La acción integral es clave para la eliminación de errores en estado estacionario.

Sintonización del Controlador

Buscamos valores óptimos de las ganancias del controlador:

- Método de sintonía serie con $n = 2,5$.
- Cálculo de ganancias con J_{eq} nominal.
- Definición de frecuencias características:

$$\omega_{vel} = \frac{b_a}{J_{eq}}, \quad \omega_{pos} = \frac{K_{sa}}{b_a}, \quad \omega_{int} = \frac{K_{sia}}{K_{sa}} \quad (66)$$

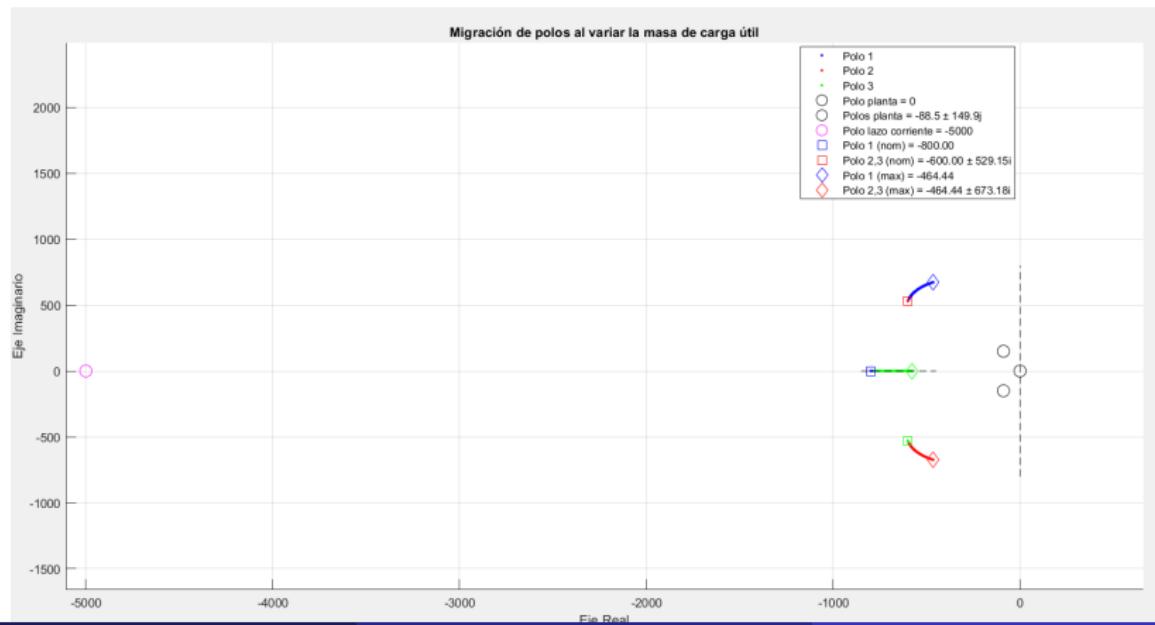
Ganancias calculadas:

$$b_a = 0,039 \frac{N \cdot m}{rad/s}, \quad K_{sa} = 31,656 \frac{N \cdot m}{rad}, \quad K_{sia} = 10129,78 \frac{N \cdot m}{rad \cdot s} \quad (67)$$

Con ello, obtenemos el polinomio característico del controlador y comparamos con la forma normalizada → distintos polos

Migración de Polos del Controlador

- Se analizan los polos del sistema para diferentes valores de J_{eq} y b_{eq} .
- Comparación con los polos del lazo de corriente y de la planta original en lazo abierto.



Setpoint de Posición

- Implementación del control de posición mediante referencia de consigna.
- Generación de una consigna de velocidad a partir de la derivada de la posición de referencia.
- Evita amplificación de ruido debido a su origen en la consigna y no en mediciones.

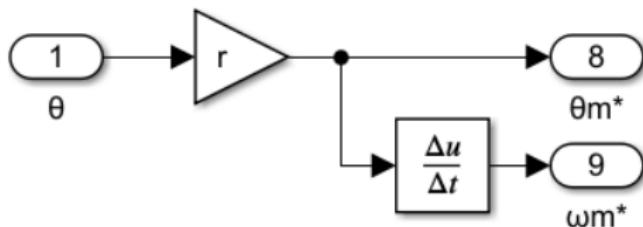


Figura: Diagrama de bloques del setpoint de posición θ_m^* .

Observador de Estado de Orden Reducido

Propósito:

- Estimar $\omega_m(t)$ a partir de $\theta_m(t)$.
- Evitar el uso de sensores de velocidad.
- Mejorar el control externo mediante estimaciones rápidas y precisas.

Modelo del Subsistema Mecánico:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_{eq}} \end{bmatrix} u(t), \quad y(t) = [1 \ 0] x(t).$$

Estados Iniciales:

$$e(0) = x(0) - \tilde{x}(0), \quad \dot{e}(t) = (A - K_e C)e(t).$$

Diseño del Observador

Ecuación del Observador: (basado en la estructura de Luenberger)

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A\tilde{x}(t) + Bu(t) + K_e [y(t) - C\tilde{x}(t)].$$

Cálculo de K_e :

$$A - K_e C = \begin{bmatrix} -K_{e\theta} & 1 \\ -K_{e\omega} & 0 \end{bmatrix}.$$

$$p(s) = \det(sl - (A - K_e C)) = s^2 + K_{e\theta}s + K_{e\omega}.$$

Para $p_{\text{obs}} = -3200 \text{ rad/s}$, el polinomio característico deseado es:

$$p_{\text{obs}}(s) = (s + 3200)^2 = s^2 + 6400s + 3200^2.$$

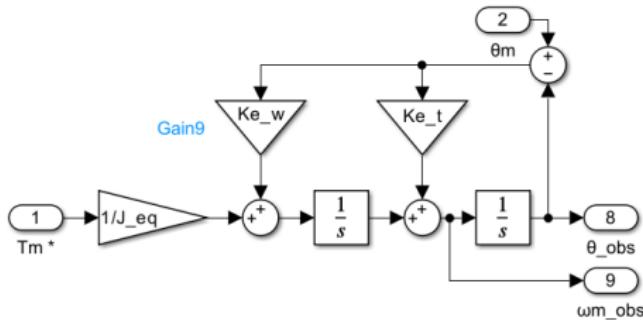
Finalmente,

$$K_{e\theta} = 6400 \text{ rad/s}, \quad K_{e\omega} = 1,024 \times 10^7 \text{ rad/s}^2.$$

Justificación de los Polos

Justificación:

- Polos reales en -3200 rad/s para rápida convergencia.
- Ubicación separada de los polos del controlador externo.



Análisis del Error: Gobernada por:

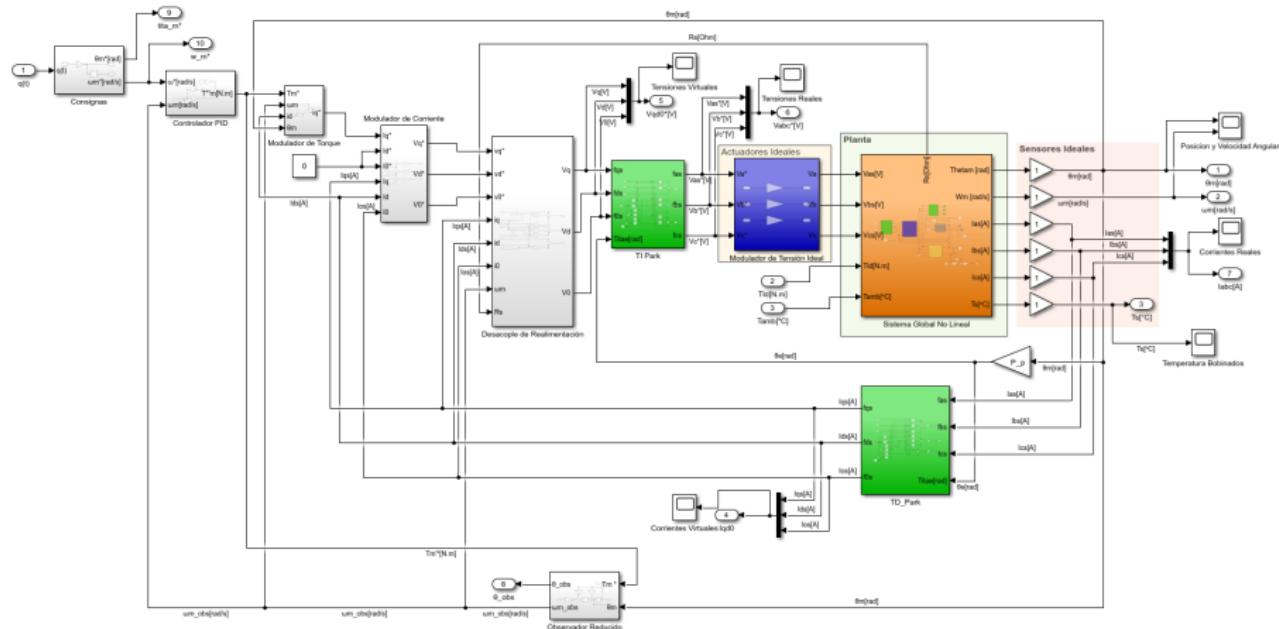
$$\dot{e}(t) = (A - K_e C)e(t),$$

donde $A - K_e C$ es estable por construcción, con polos en -3200 rad/s .
Esto asegura que: $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$

Simulación - Modelo Completo NL

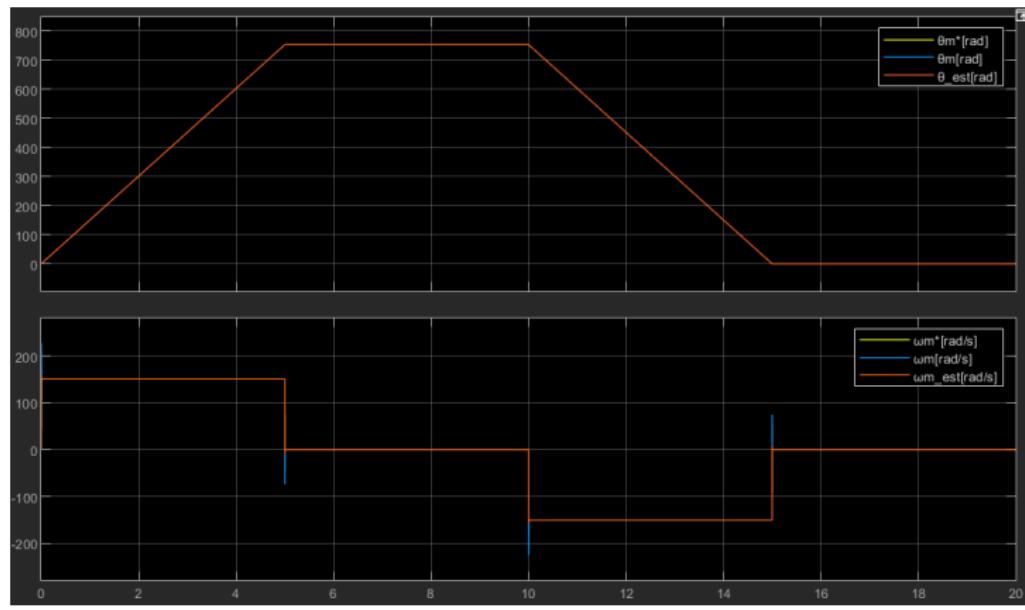
Componentes Principales:

- Planta: Subsistemas electromagnético, mecánico y térmico.
- Control: PID, modulador de torque, observador de estado.



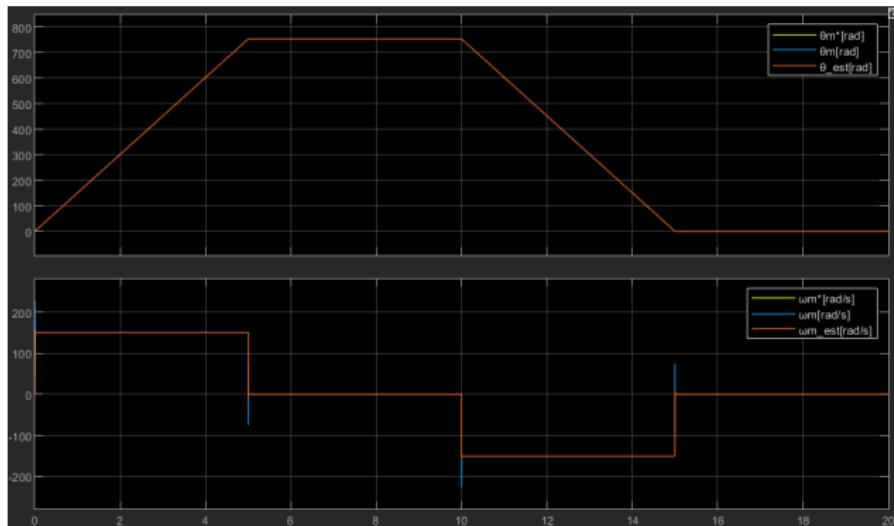
Seguimiento de Consignas de Movimiento

- Perfil trapezoidal de posición con $\Delta t_{ramp} = 5s$,
 $q^*(\Delta t_{ramp}) = 2\pi\text{rad}$.
- Movimientos de ida y vuelta de una vuelta completa.



Seguimiento de Consignas de Movimiento

Consigna: Movimiento trapezoidal en $q^*(t)$ con $\Delta t_{ramp} = 5\text{ s}$, posición final $2\pi\text{ rad}$.



- Seguimiento exitoso, aunque con errores en transitorios.
- Perfiles trapezoidales presentan problemas prácticos: altas aceleraciones y picos de torque.

Seguimiento de Consignas de Movimiento

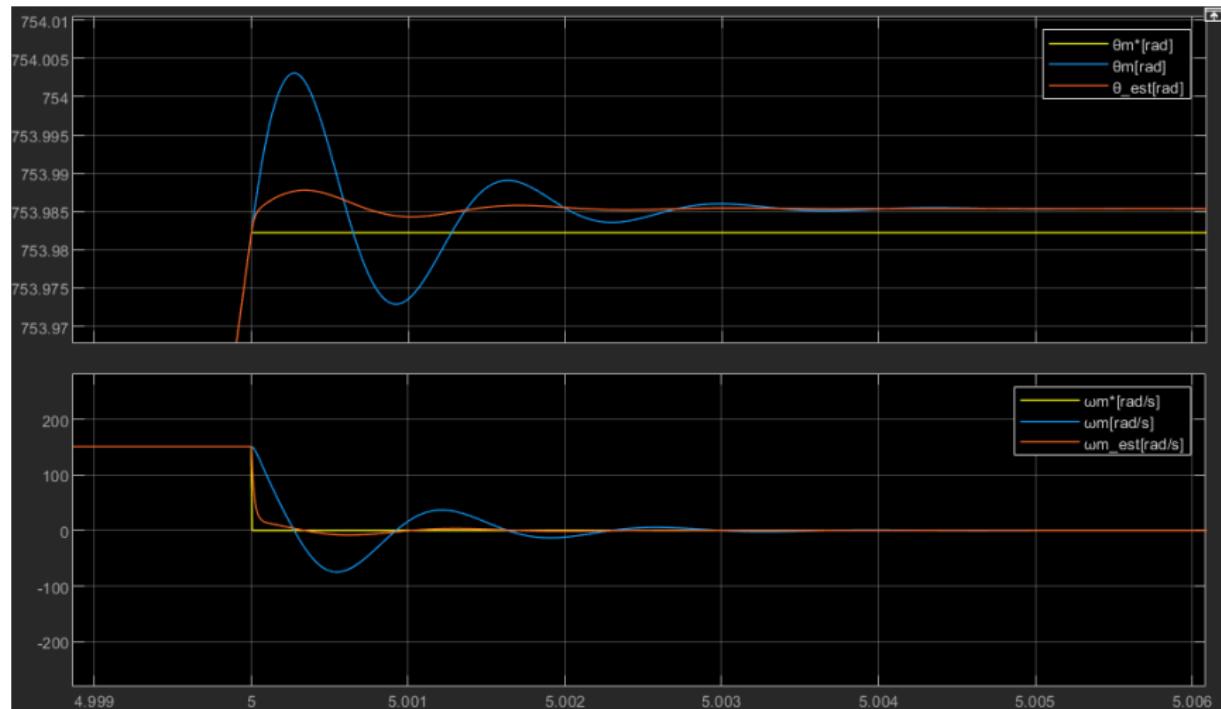


Figura: Acercamiento en el instante $t = 5 s$ para observar los transitorios de posición y velocidad.

Seguimiento de Consignas de Movimiento

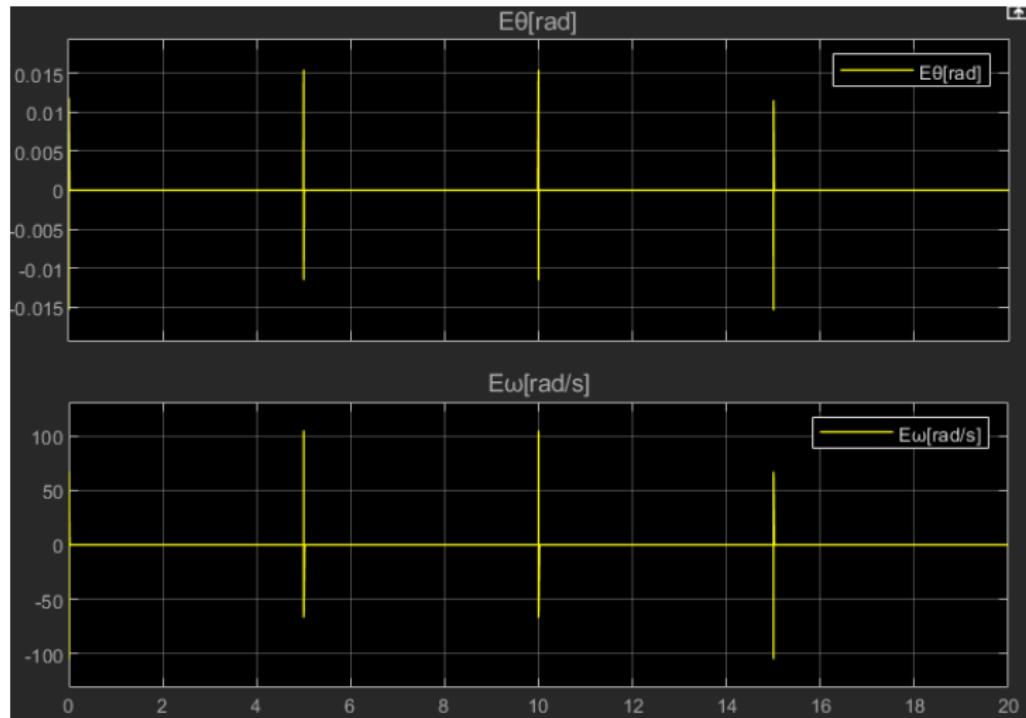


Figura: Error de posición y velocidad por estimación de Observador de Estado de Orden Reducido.

Análisis de Tensiones en la Simulación

- En transitorios, se evidencian picos elevados que superan los límites de operación eléctrica.
- En la práctica, el modulador de tensión alcanzaría la saturación.

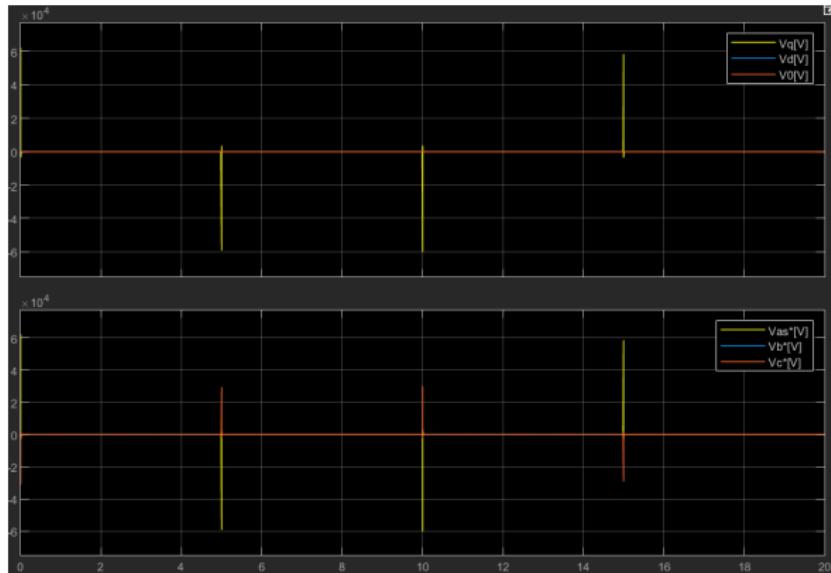


Figura: Curvas de tensiones en coordenadas virtuales y absolutas.

Análisis de Tensiones en la Simulación

- En estado estacionario, las tensiones presentan un comportamiento senoidal.
- Se observan picos elevados en los transitorios, lo que genera sobrecargas.

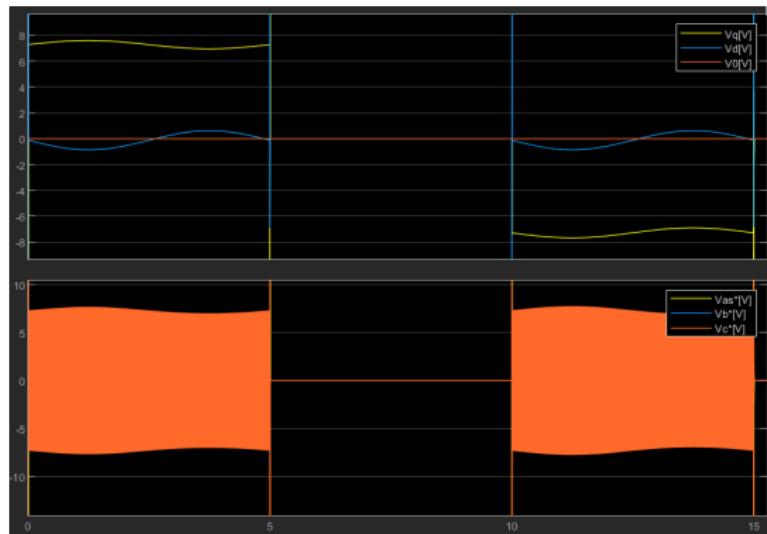


Figura: Acercamiento: Tensiones en estados de eq.

Análisis de Tensiones en la Simulación

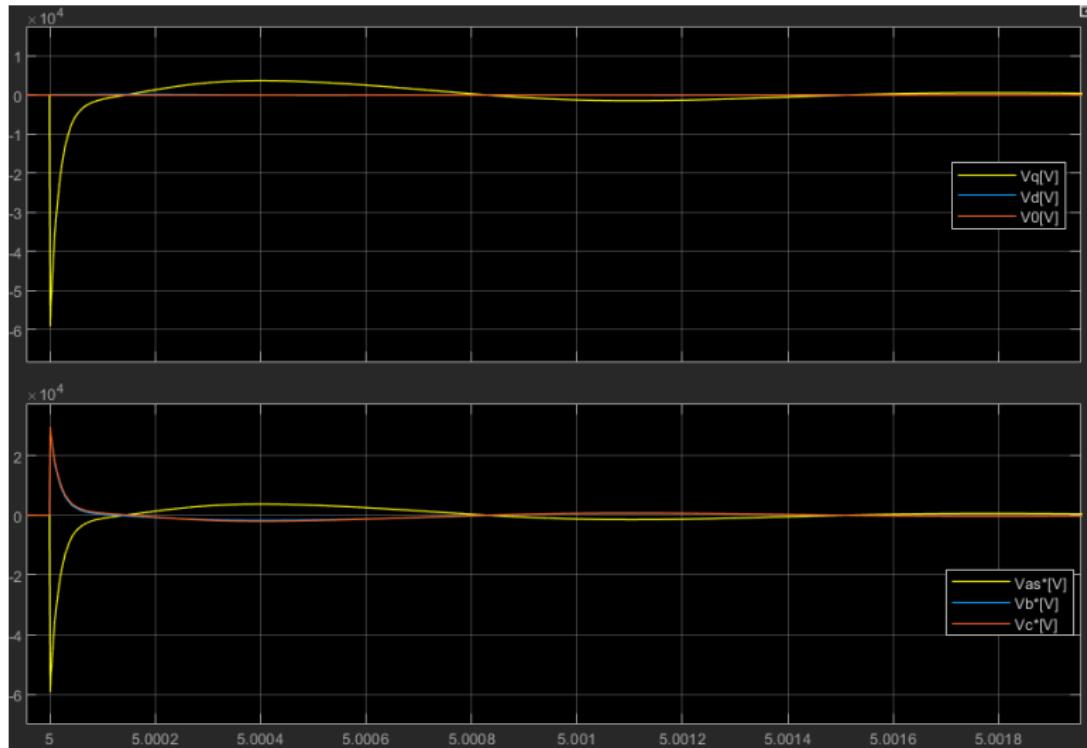


Figura: Acercamiento: Tensiones en transitorios.

Análisis de Corrientes en la Simulación

- En estado estacionario, las corrientes presentan comportamiento senoidal.
- En transitorios, se observan picos elevados que pueden afectar la estabilidad del sistema.

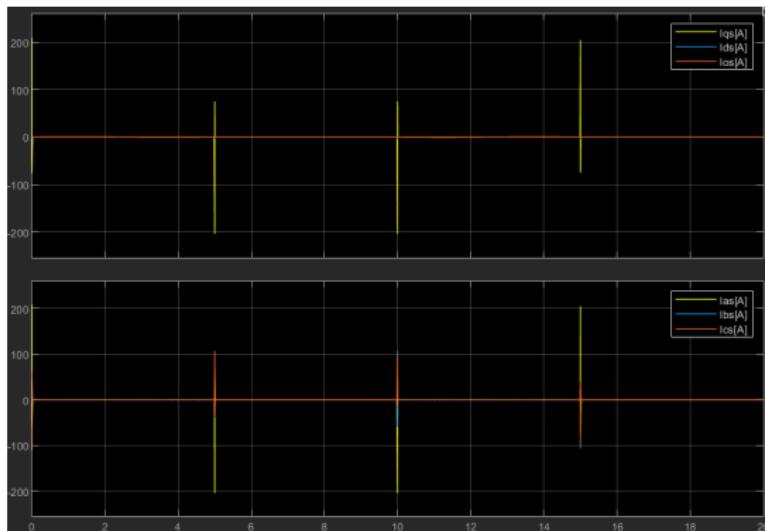


Figura: Curvas de corrientes en coordenadas virtuales y absolutas.

Análisis de Corrientes en la Simulación

- En estado estacionario, las corrientes muestran un comportamiento estable.
- En los transitorios, se observan picos elevados que pueden generar sobrecalentamientos.

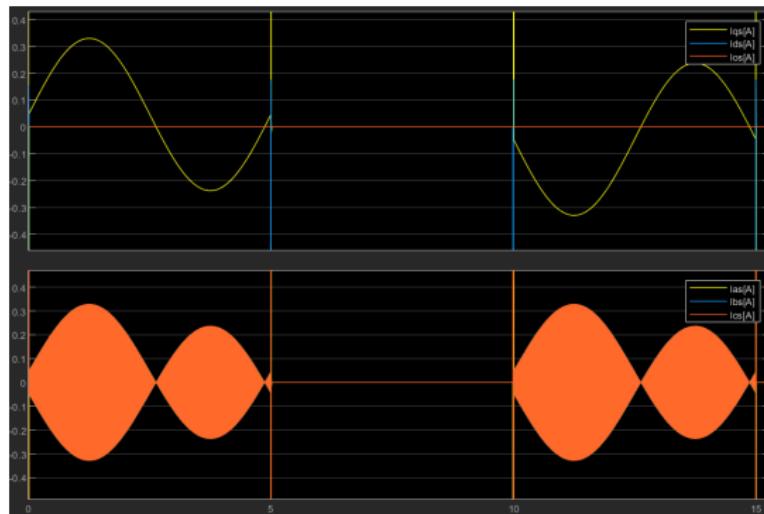


Figura: Acercamiento: Corrientes en estados de equilibrio.

Análisis de Corrientes en la Simulación

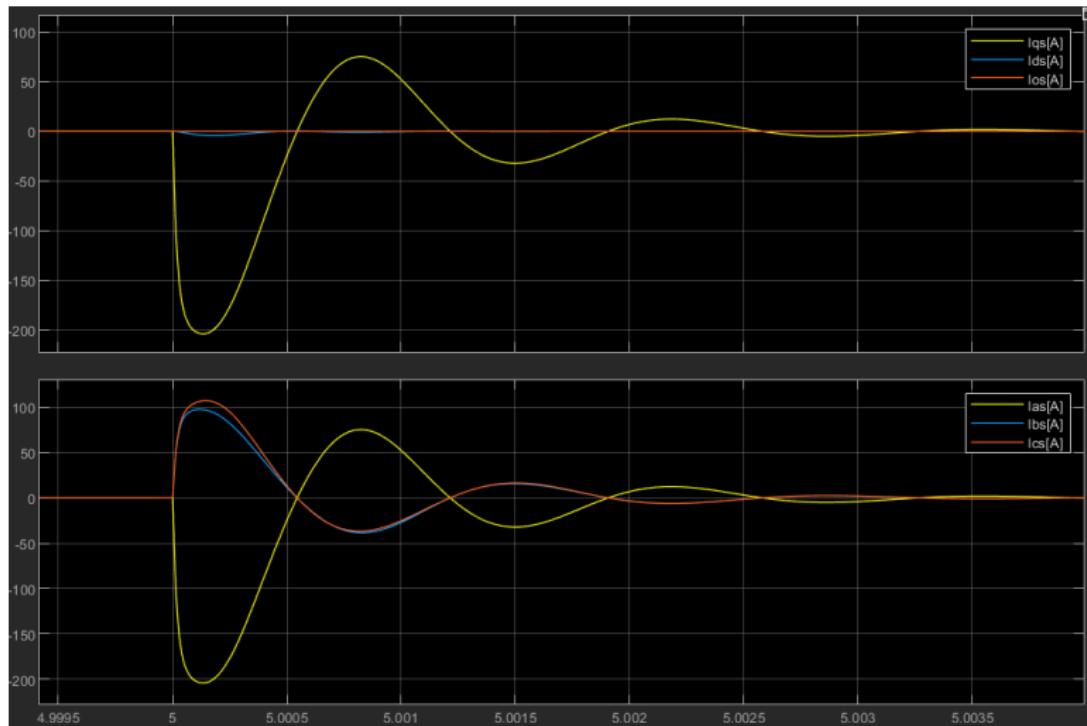
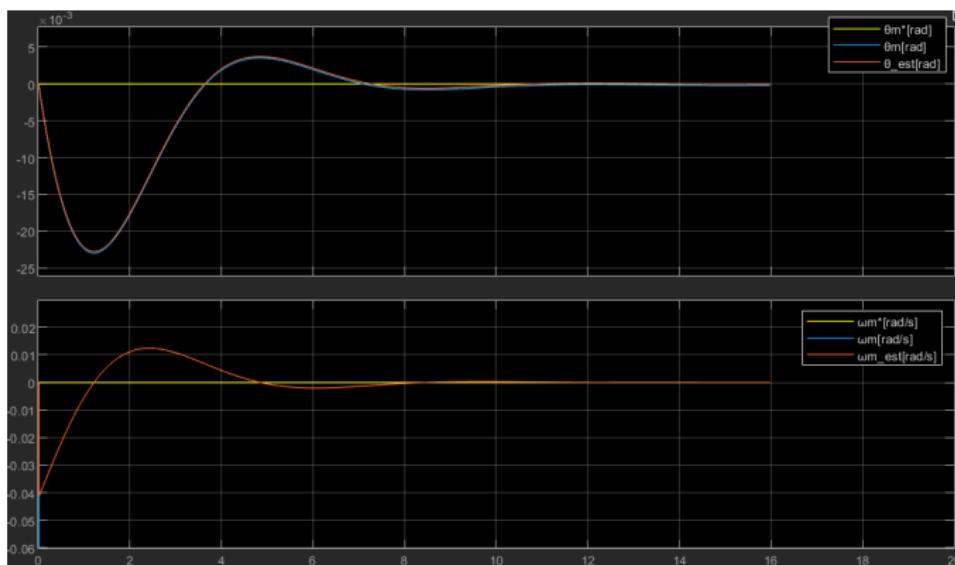


Figura: Acercamiento: Corrientes en transitorios.

Rechazo a Perturbaciones

Evaluación del desempeño ante perturbaciones de carga

- Se aplica una perturbación en $t = 0 \text{ s}$ con $T_{ld} = 5 \text{ N.m}$.
- La consigna de posición es $q^*(t) = 0$.
- Se genera un error de estado estacionario en la posición angular del motor.



Análisis del Error de Posición debido a perturbación

- La relación de la caja reductora atenúa el efecto del torque perturbador.
- Sin embargo, se observa un pequeño error en estado estacionario.
- Error debido a comportamiento PD del observador. → Debemos mejorar el observador implementando acción integral.

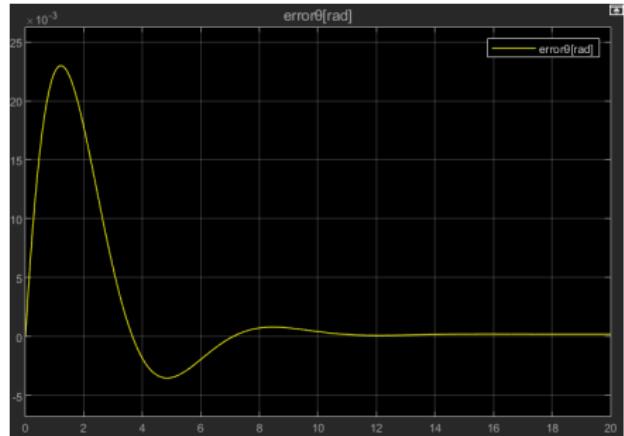


Figura: Error de posición

Quiroga, Armani

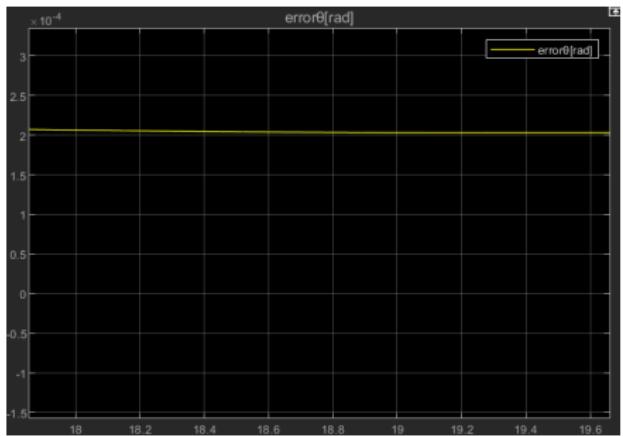


Figura: Acercamiento en el

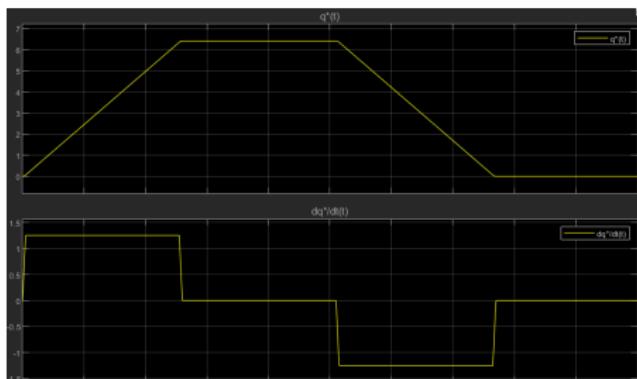


Comparación de Valores Simulados

Especificación	Especificación de Operación		Simulación	
	Régimen Continuo	Máximo (Pico)	Régimen Continuo	Máximo (Pico)
Torque (Caja)	17.0 N.m	45.0 N.m	2.85 N.m	1492.8 N.m
Velocidad Caja	6.28 rad/s	6.28 rad/s	1.25 rad/s	1.88 rad/s
Velocidad Motor	691.15 rad/s	691.15 rad/s	150 rad/s	226.1 rad/s
Corriente Estator	0.4 A	2.0 A	0.34 A	209 A
Tensión Fase Estator	17.32 V	27.71 V	7.61 V	62,000 V

Propuesta de Mejora:

- Reducir valores que superan los límites de operación.
- Suavizar las aceleraciones para mejorar el comportamiento dinámico.
- Reducción de picos de corriente y tensiones máximas en los transitorios.



Torque Electromagnético con Perfil Trapezoidal

Resultados:

- Se reducen los picos de torque electromagnético.
- Antes: $T_q(t) = 1492,8 \text{ N.m}$, ahora: 5016 N.m.

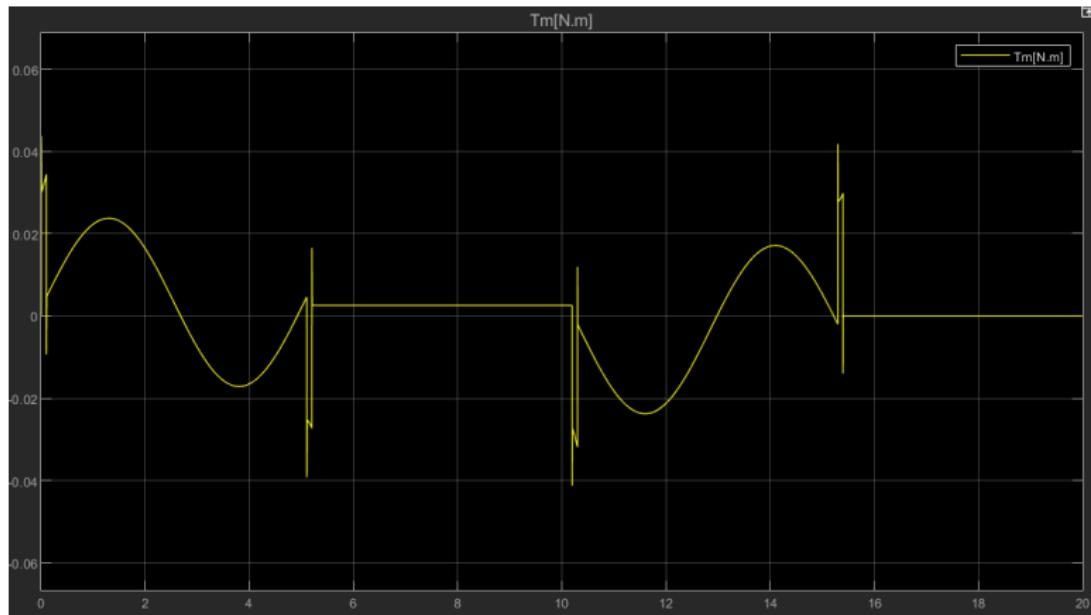


Figura: Curva de torque electromagnético con el nuevo perfil de velocidad

Reducción de Picos de Corriente

Resultados:

- Reducción significativa de picos de corriente en los bobinados del estator.
- Menor impacto en transitorios de velocidad.

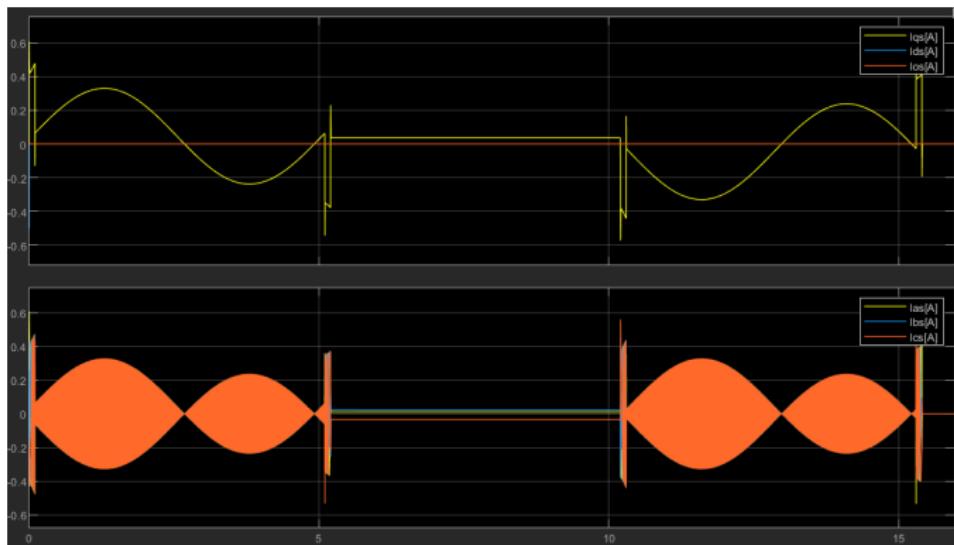


Figura: Corrientes virtuales y reales con el nuevo perfil de velocidad. ↗ ↘ ↙ ↘

Reducción de Picos de Tensión

Resultados:

- Se reducen los valores máximos de tensión aplicada en los bobinados.
- Valor máximo en transitorios: 13.85 V, mucho menor que el original.

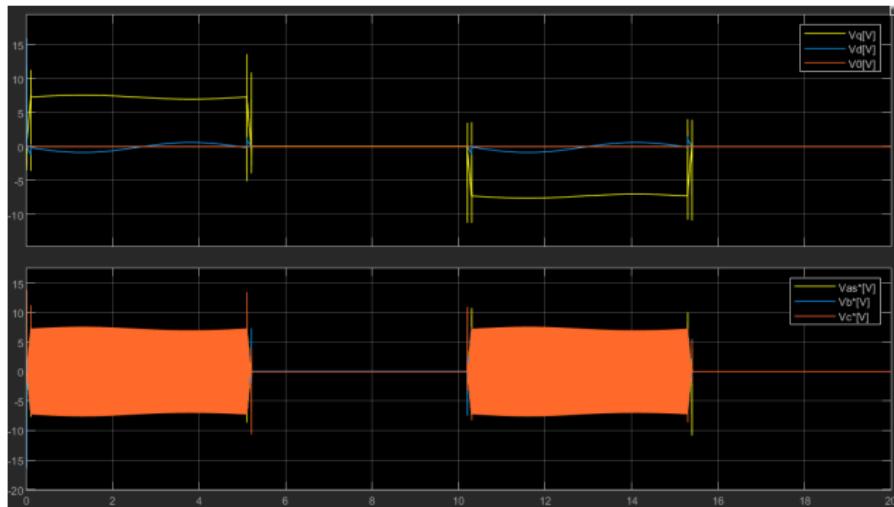


Figura: Curva de tensiones con el nuevo perfil de velocidad

Observador de Estado con Acción Integral

Motivación: Resolver el error estacionario causado por torques de carga.
→ Se agrega sección integral mediante nuevo estado:

$$z(t) = \int (\theta(t) - \tilde{\theta}(t)) dt \quad (68)$$

Por lo tanto, el modelo del observador redefinido es:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}}(t) = K_{e\theta} \cdot (\theta(t) - \tilde{\theta}(t)) + \hat{\omega}(t) \\ \dot{\hat{\omega}}(t) = K_{e\omega} \cdot (\theta(t) - \tilde{\theta}(t)) + \frac{T_m(t)}{J_{eq}} + z(t) \\ \dot{z}(t) = K_{ei} \cdot (\theta(t) - \tilde{\theta}(t)) \end{cases} \quad (69)$$

Obtenemos ecuación característica → Ganancias del observador.

Definimos matriz a lazo cerrado de $A' = [A - K_e \cdot C]$:

$$A' = \begin{bmatrix} -K_{e\theta} & 1 & 0 \\ -K_{e\omega} & 0 & 1 \\ -K_{ei} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (70)$$

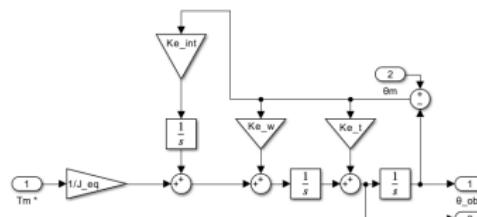
Observador de Estado con Acción Integral

$$|s \cdot I - A'| = \begin{vmatrix} s + K_{e\theta} & -1 & 0 \\ K_{e\omega} & s & -1 \\ K_{ei} & 0 & s \end{vmatrix} = s^3 + s^2 \cdot K_{e\theta} + s \cdot K_{e\omega} + K_{ei} \quad (71)$$

Planteamos polinomio de tercer orden y, por comparación, obtenemos:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{e\theta} = 9,6 \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ K_{e\omega} = 3,072 \cdot 10^7 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ K_{ei} = 3,2768 \cdot 10^{10} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{array} \right. \quad (72)$$

Finalmente, observador modificado:



Observador de Estado con Acción Integral

Sometemos nuevamente el sistema a la misma perturbación de torque de carga $T_{Id} = 5N.m$ y $q_i^*(t) \equiv 0$.

Resultados:

- Error estacionario reducido a $\pm 2 \cdot 10^{-6}$.
- Sin necesidad de hardware adicional.

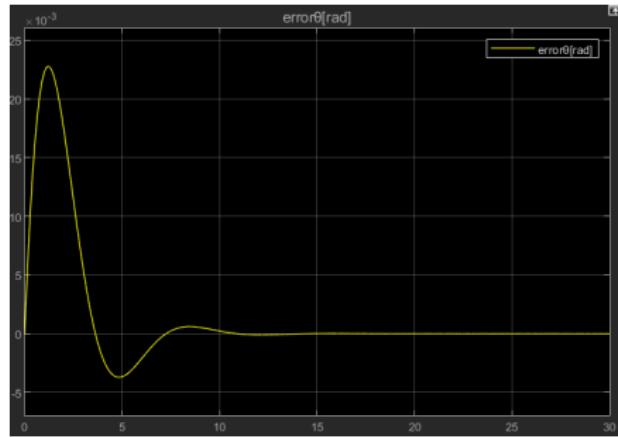


Figura: Error de posición $\theta^*(t) - \theta_m(t)$.

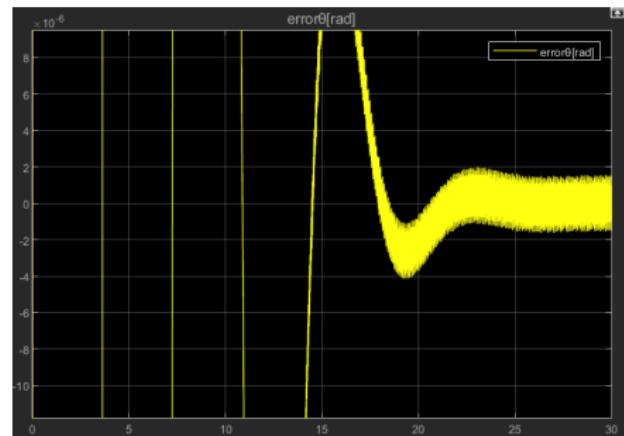


Figura: Acercamiento vertical.

Comportamiento Térmico

Análisis: Simulación cíclica de la consigna durante 500 segundos.

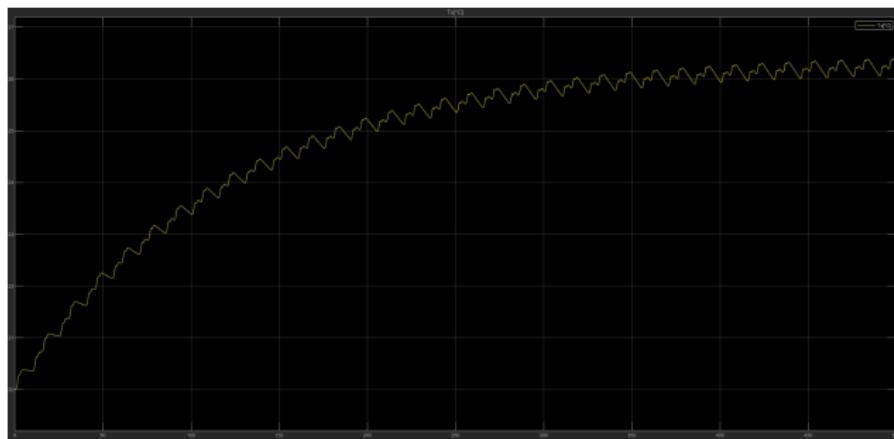


Figura: Temperatura del bobinado del motor sin perturbación.

Resultados:

- Temperatura estabilizada en $26,40^{\circ}\text{C}$, dentro de límites seguros ($T_{max} = 115^{\circ}\text{C}$).
- Sin riesgo térmico bajo condiciones nominales.

Comportamiento Térmico con Perturbación

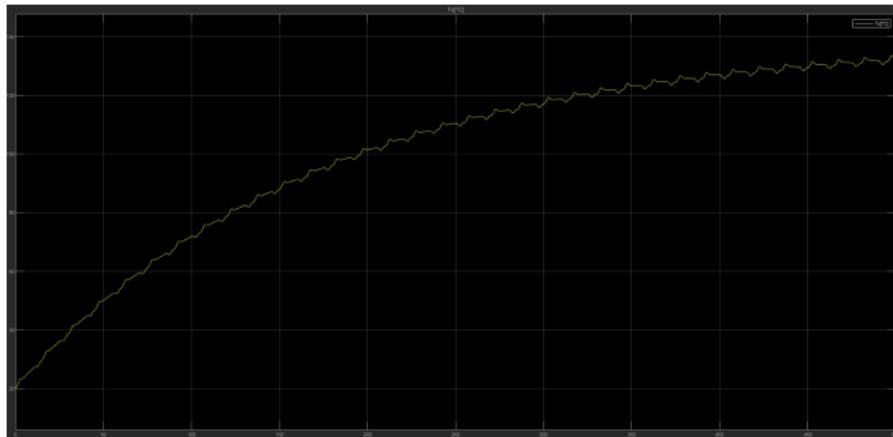


Figura: Temperatura con perturbación de carga ($T_{Id} = 5 \text{ N.m}$).

Resultados:

- Temperatura alcanza 135°C , sobrepasando el límite de operación.
- Efecto visible a partir de 240 segundos (16 repeticiones).
- Efecto a considerarse al momento de someter la máquina a trabajos pesados y cíclicos, sumados a perturbaciones externas.

Sensores y Acondicionadores de Señal

Análisis de la respuesta no ideal de los sensores:

- Sensores de corriente: filtro pasa-bajos de 2º orden,
 $\omega_n = 6000 \text{ rad/s}$, $\xi = 1$.
- Sensor de posición angular: filtro pasa-bajos de 2º orden,
 $\omega_n = 2000 \text{ rad/s}$, $\xi = 1$.
- Sensor de temperatura: filtro pasa-bajos de 1º orden, $\tau = 20\text{s}$.

Modelo en espacio de estados para sensores de corriente y posición: Desarrollando y comparando con la función de transferencia, llegamos a:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \omega_n^2 & -2\omega_n\xi \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 1], \quad D = [0]$$

Modelado y Simulación de Sensores No Ideales

Sensores NO Ideales

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}$$

Sni_pos

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}$$

Sni_temp

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}$$

Sni_ia

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}$$

Sni_ib

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}$$

Sni_ic

Se fue haciendo una implementación progresiva de los sensores no ideales. **Impacto del sensor de posición no ideal:**

- Con $\omega_n = 2000$ rad/s, la simulación se vuelve inestable hasta su detención.
- Divergencias en la posición observada y en las corrientes.

1º: Resultados del Sensor de Posición No Ideal

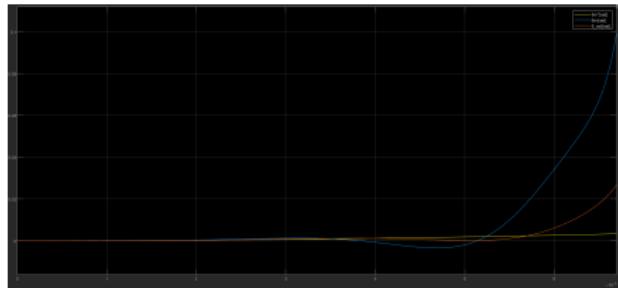


Figura: Gráfica de posición.

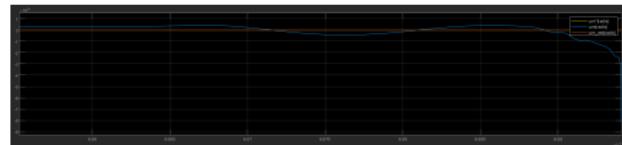


Figura: Gráfica de velocidad.

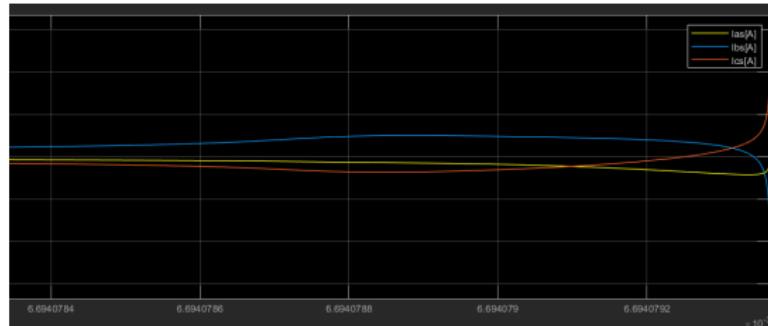


Figura: Corrientes con sensor de posición no ideal ($\omega_n = 2000$ rad/s).

1º: Ajuste del Sensor de Posición

Luego de iterar y analizar: **Con $\omega_n = 25000 \text{ rad/s}$, se logra estabilidad en la simulación.**

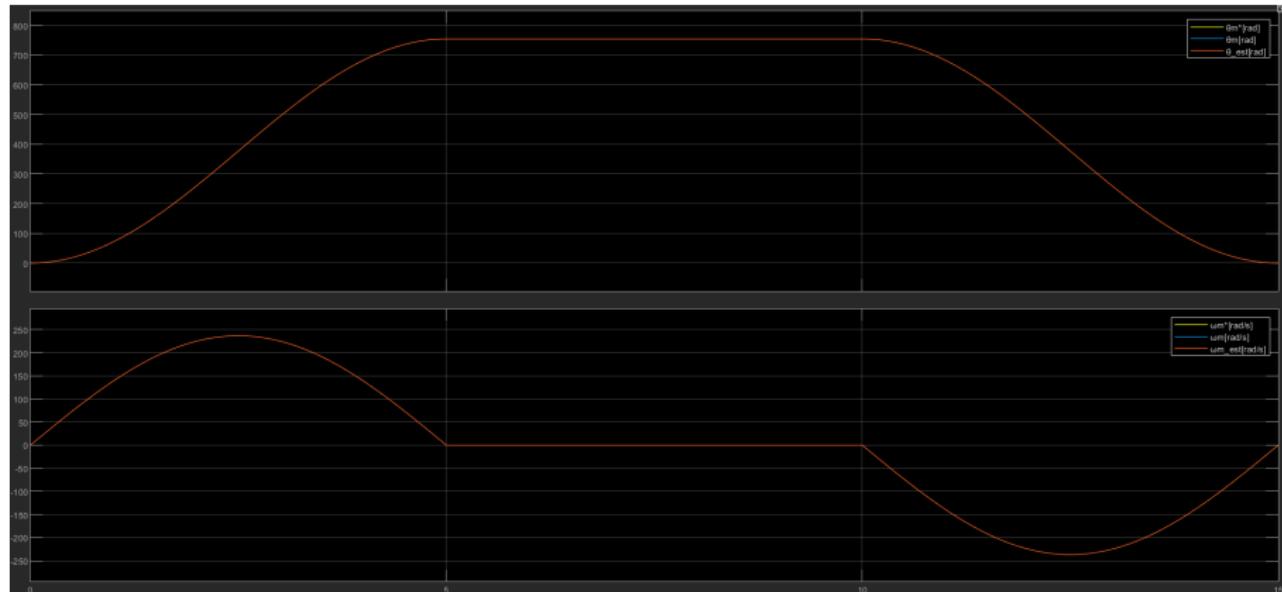
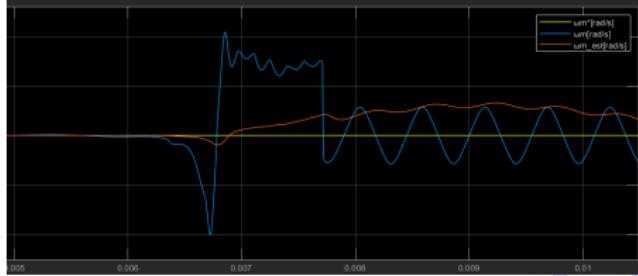
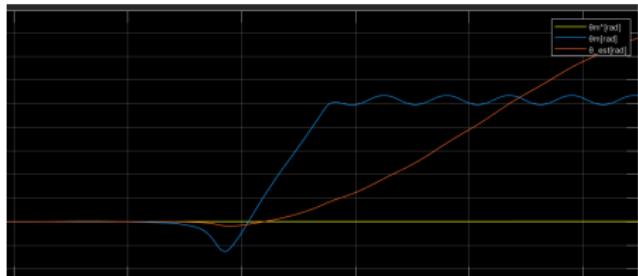
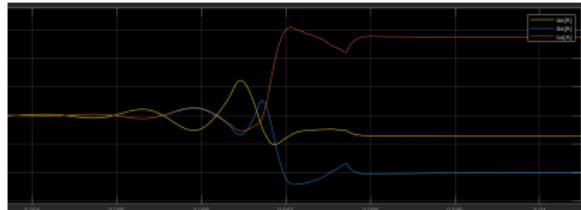


Figura: Posición y velocidad con $\omega_n = 25000 \text{ rad/s}$.

2º: Sensores de Corriente No Ideales

Impacto de $\omega_n = 6000 \text{ rad/s}$:

- Degradación en la estimación de velocidad.
- Inestabilidad en la posición.



2º: Ajuste de Sens. de Corriente, 3º: Sen. Temp NI

Tras iterar y analizar: **Con $\omega_n = 15000 \text{ rad/s}$, se logran respuestas satisfactorias.**

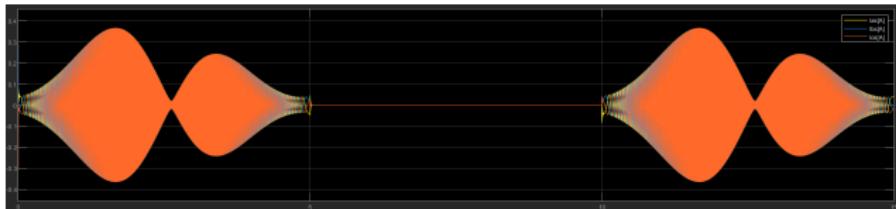


Figura: Corrientes con sensores de corriente no ideales.

Impacto de $\tau = 20 \text{ s}$:

- Atenuación de la señal de temperatura.
- Retraso en la respuesta térmica del sistema.

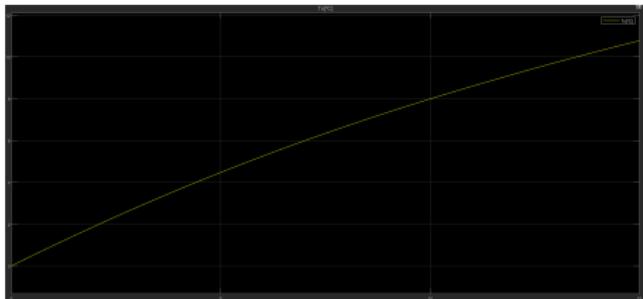


Figura: Gráfica de temperatura.

Ajuste de Sensor de Temperatura

Mejora al reducir τ :

- Con $\tau = 1$ s, la respuesta es más rápida pero aún insuficiente.
- Con $\tau = 0,01$ s, se obtiene una representación precisa.

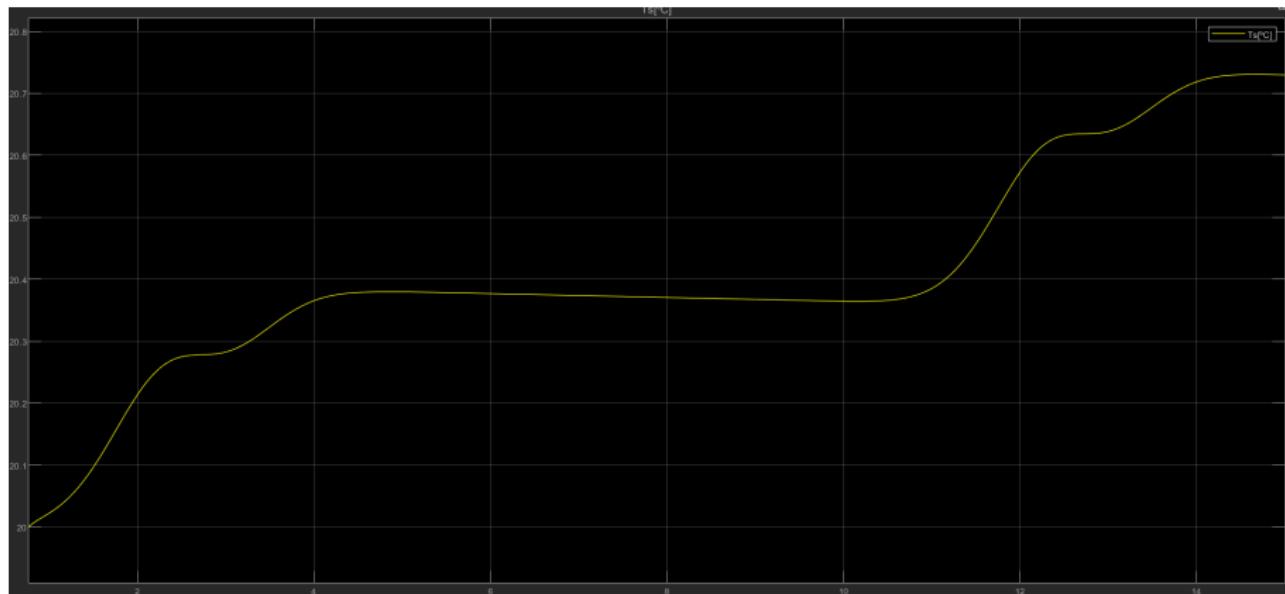


Figura: Acercamiento: Respuesta térmica con $\tau = 0,01$ s.

Modulador Trifásico de Tensión No Ideal

Evaluación de la degradación en el desempeño al considerar la respuesta no ideal del modulador trifásico.

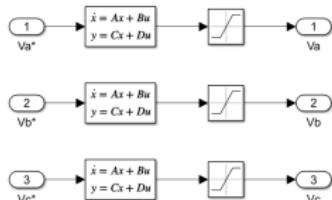
- Saturación de tensión:

$$|v(t)| \leq \sqrt{2} \cdot \frac{V_{sl,\max}}{\sqrt{3}}, \quad V_{sl,\max} = 48 \cdot V_{ca,\text{rms}}$$

- Ancho de banda de tensión: Modelo LP en espacio de estados de 2º orden, $\omega_n = 6000 \text{ rad/s}$, $\xi = 1$.

Matrices del modelo en espacio de estados:

$$A_v = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 6000^2 & -12000 \end{bmatrix}, \quad B_v = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C_v = [0 \ 1], \quad D_v = [0]$$



Impacto en el Seguimiento de Consignas

Resultados de simulación:

- Ruido en la velocidad → grandes aceleraciones → torques elevados.

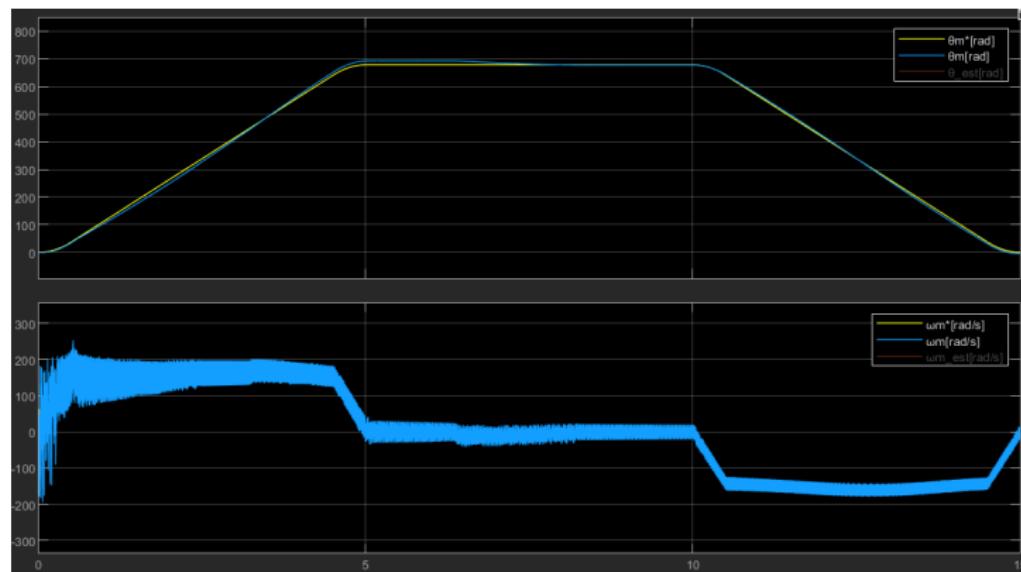


Figura: Perfiles de posición y velocidad angular con $\omega_n = 6000$ rad/s.

Tensiones y Corrientes con Modulador No Ideal

- Tensiones de fase superan la saturación.
- Corrientes sobrepasan los valores admisibles del estator.

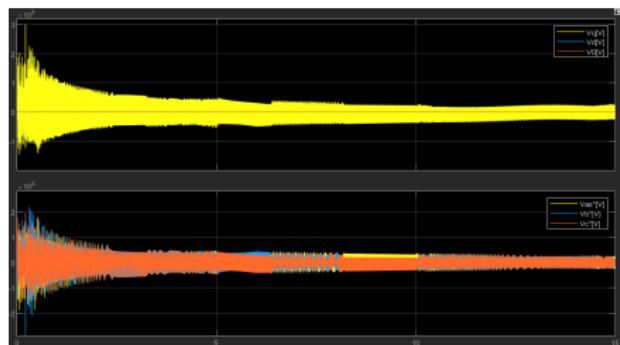


Figura: Consignas de tensión en coordenadas absolutas y virtuales.

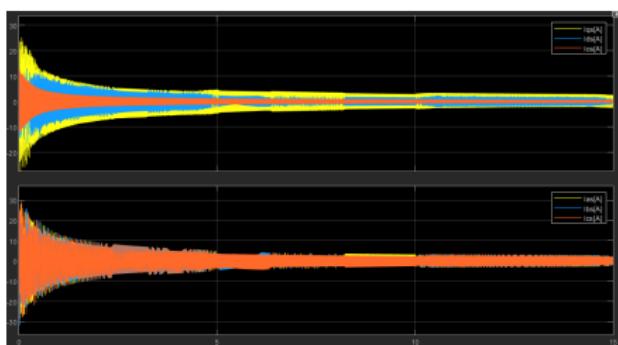


Figura: Perfiles de corriente en el estator.

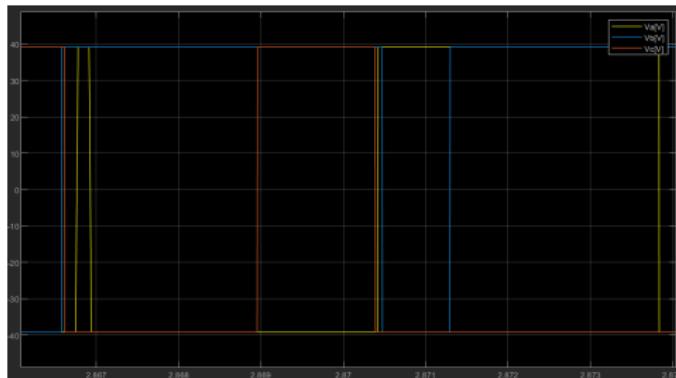
Saturación del Modulador de Tensión

Tensiones de salida del modulador

- La tensión real alcanza el valor máximo de saturación.
- Se observan ondas cuadradas en la salida del modulador.



Figura: Tensiones de fase



Impacto en la Temperatura del Estator

Elevadas corrientes generan un incremento de temperatura en el estator.

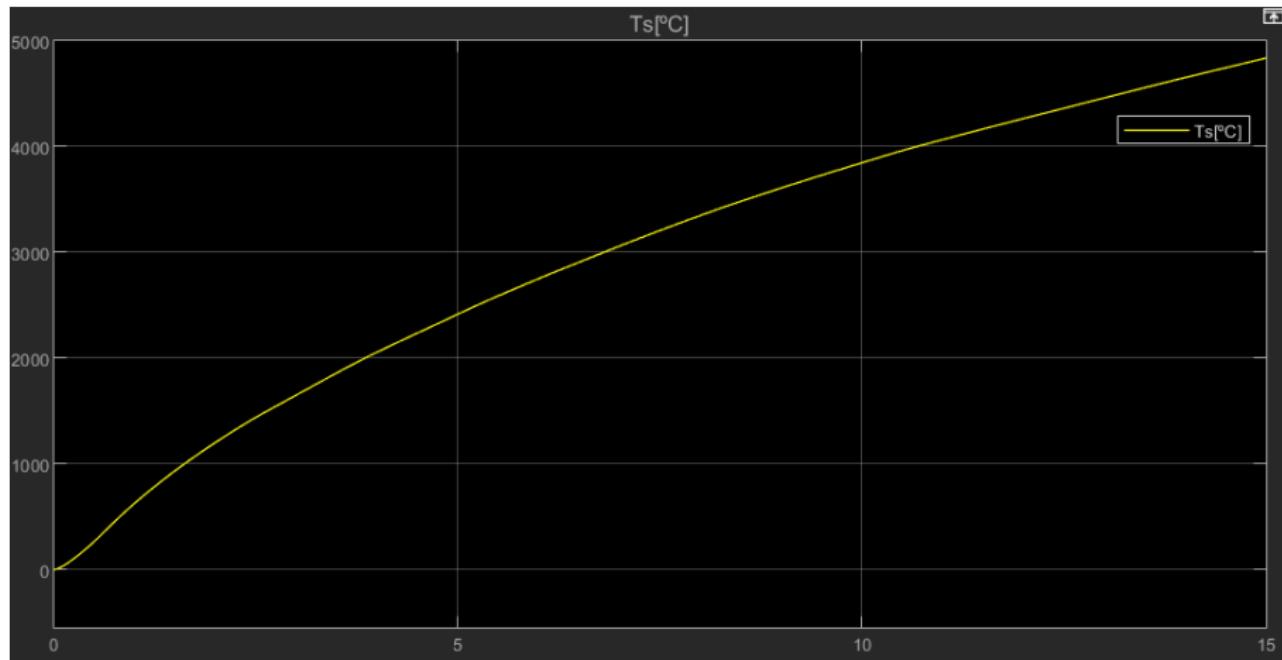
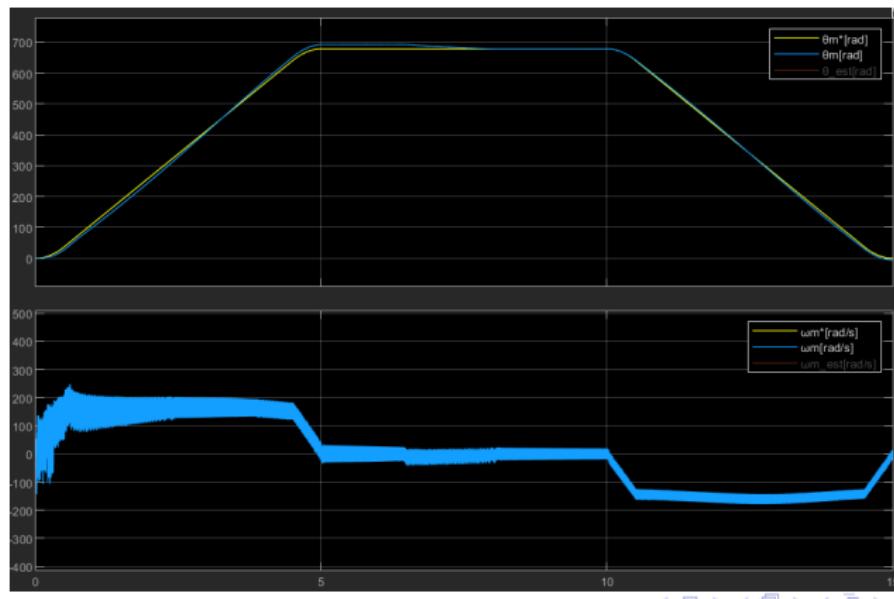


Figura: Evolución de la temperatura del estator con $\omega_n = 6000$ rad/s.

Mejora con Frecuencias de Corte Ajustadas

Propuesta de mejora:

- Aumento de la frecuencia de corte del modulador de tensión a $\omega_n = 30000 \text{ rad/s}$.
- Ajuste de sensores de corriente a $\omega_n = 25000 \text{ rad/s}$.



Comparación de Tensiones y Corrientes Mejoradas

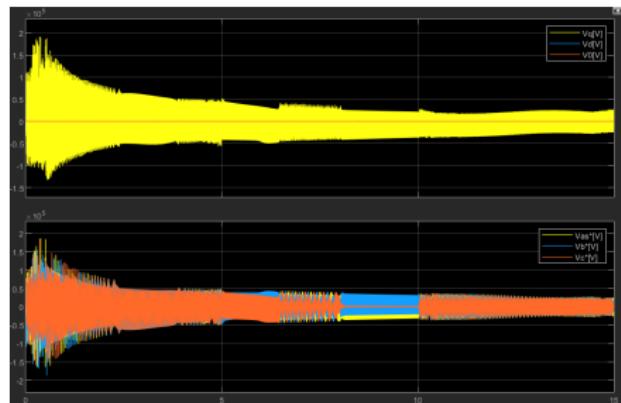


Figura: Tensiones en coordenadas absolutas y virtuales.

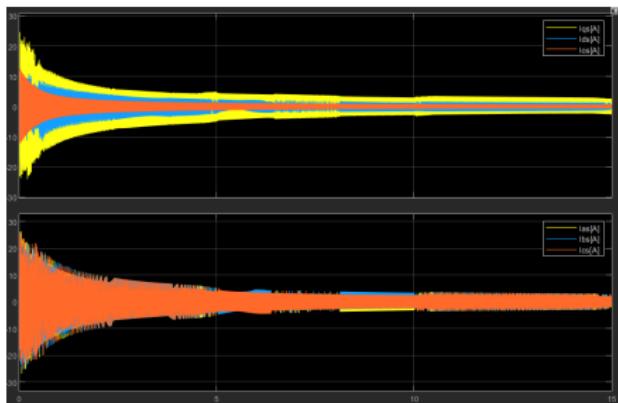


Figura: Corrientes en coordenadas absolutas y virtuales.

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones:

- La degradación del sistema se debe a la saturación del modulador de tensión.
- Las consignas de tensión crecen exponencialmente sin que las tensiones reales puedan seguir las.
- Elevadas corrientes ponen en riesgo la integridad de la máquina eléctrica.

Recomendaciones:

- Establecer perfiles de velocidad más lentos para reducir las tensiones requeridas.
- Ajustar el diseño del modulador de tensión para mejorar su respuesta.

Versión Final del Controlador Completo

El controlador integra todas las etapas necesarias:

- Modelo no lineal del sistema físico.
- Transformaciones de Park (directa e inversa).
- Modulador de torque con desacoplamiento de realimentaciones.
- Controlador PID con resistencia del estator dependiente de la temperatura.
- Observador de estado reducido con acción integral.
- Sensores y modulador de tensión con ancho de banda finito y saturación.

Diagrama de Bloques del Controlador Completo

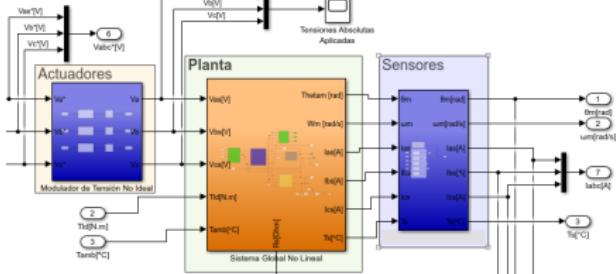
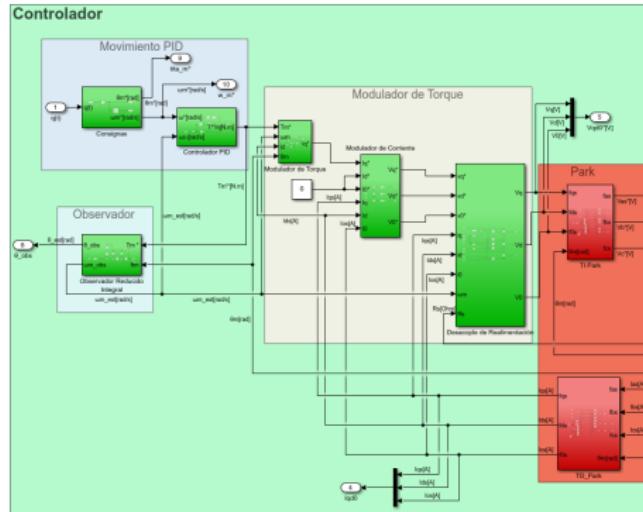


Figura: Planta y actuadores con sensores.

Figura: Diagrama de bloques del controlador.

Discretización del Controlador

La discretización del completo se realizó utilizando: **Método de Tustin (Trapecios):**

$$H(z) = \frac{T_s}{2} \cdot \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

Criterio de muestreo:

$$f_s = \frac{1}{T_s} \geq 10 \cdot BW_{\text{cont}}, \quad T_s = \frac{1}{10 \times 796} \approx 1,25 \times 10^{-4} \text{ s}$$

Controlador PID Discretizado

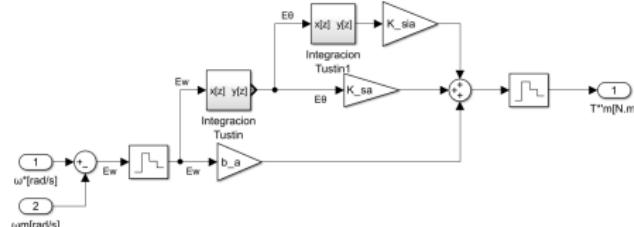


Figura: PID discretizado.

Observador de Estado Discreto

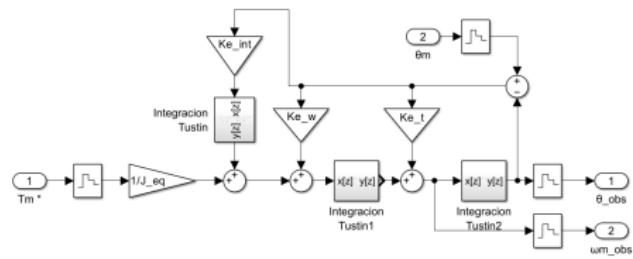


Figura: Observador discretizado.

Comparación de Respuestas del Controlador Discretizado

Respuesta con
 $T_s = 1,25 \times 10^{-4}$ s

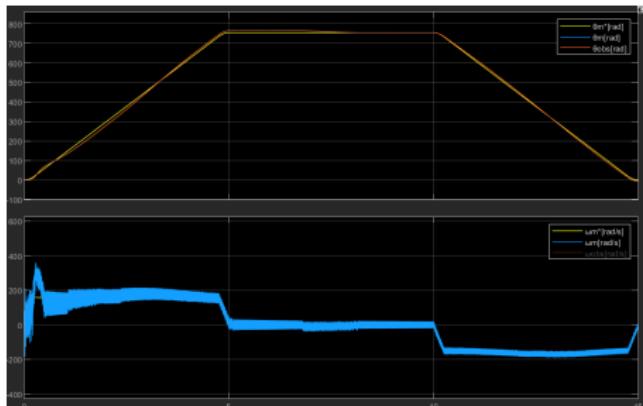


Figura: Respuesta degradada debido a freq. de muestreo insuficiente.

Respuesta con
 $T_s = 3,14 \times 10^{-5}$ s

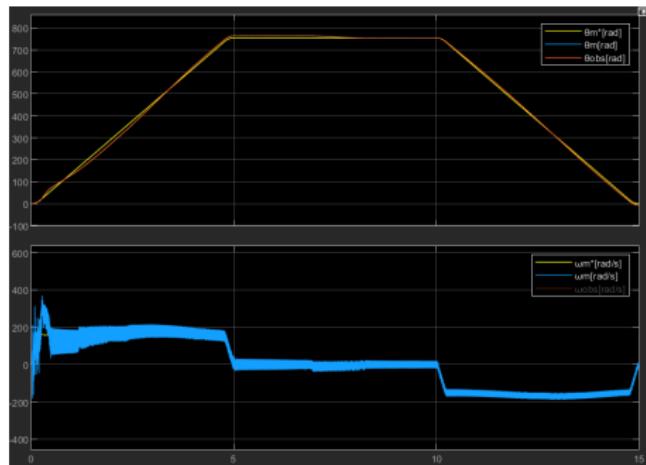


Figura: Respuesta mejorada sin degradación en el seguimiento de la consigna.

Mejora en la Consigna de Movimiento mediante Perfiles Trapezoidales de Aceleración

Problemas diseño original:

- Discontinuidades en la velocidad y aceleraciones escalonadas.
- Ancho de banda infinito → Sensores y actuadores NI con ancho de banda limitado → Problemas sistema control: no lo suficientemente rápido para cambios bruscos de aceleración.

Solución: Implementación de un perfil trapezoidal de aceleración, logrando:

- Consigna de aceleración continua.
- Curva de velocidad y posición más suave.

Perfiles de Posición y Velocidad Trapezoidal

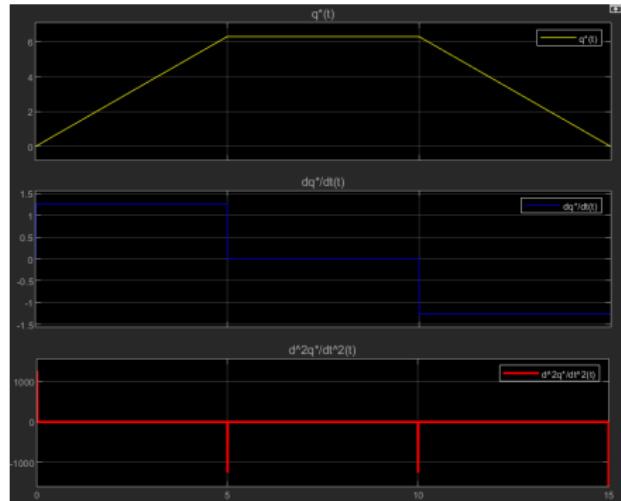


Figura: Perfil de posición trapezoidal con velocidad escalonada.

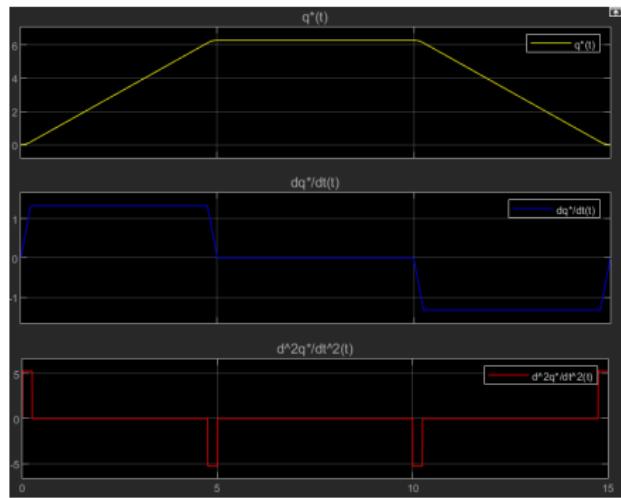


Figura: Perfil de velocidad trapezoidal con aceleración escalonada.

Cálculo de la Altura de los Perfiles

Parámetros definidos para la consigna de aceleración:

- $t_{r1} \rightarrow$ Tiempo de rampa de velocidad ($t_{r1} < \frac{5}{2}$ s).
- $t_{r2} \rightarrow$ Tiempo de rampa de aceleración ($t_{r2} = \frac{t_{r1}}{5}$).

Cálculo de la altura de velocidad:

$$h_1 = \frac{4\pi}{10 - 2t_{r1}}$$

Cálculo de la altura de aceleración:

$$h_2 = \frac{2h_1}{2 \cdot t_{r1} - 2 \cdot t_{r2}}$$

Impacto del ajuste de t_{r1} :

- Si t_{r1} es pequeño \rightarrow Perfil más parecido a un escalón.
- Si t_{r1} es grande \rightarrow Mayor suavizado, pero también picos más altos.

Consigna de Aceleración Suavizada

Consigna final de posición:

$$q_1^*(t) = \int_0^t \left(\int_0^\tau a^*(\xi) d\xi \right) d\tau$$

Beneficios:

- Suaviza completamente la velocidad y la aceleración.
- Reduce los picos de corriente y torque en la máquina eléctrica.
- Asegura que la consigna de posición sea alcanzada sin problemas.

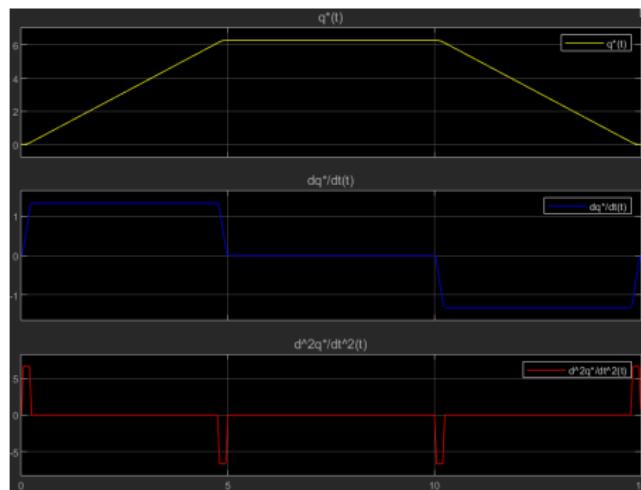


Figura: Consigna suavizada con trapecios de aceleración.

Análisis de Consigna

Resultados obtenidos con la nueva consigna:

- Reducción de los transitorios abruptos en la aceleración y el torque.
- Disminución de los picos de corriente y tensiones en la máquina.
- Mejor aprovechamiento del ancho de banda de sensores y actuadores.

Conclusión:

- Un mal diseño de consignas puede saturar el sistema de control.
- La implementación de perfiles trapezoidales de aceleración garantiza estabilidad.
- La elección de t_{r1} y t_{r2} es clave para obtener un equilibrio entre suavizado y desempeño.

Conclusión

Logros:

- Modelo realista que incluye limitaciones físicas del sistema.
- Controlador robusto con observador de estado mejorado.
- Desempeño optimizado con discretización para implementación en hardware.

Propuestas Futuras:

- Integración de control predictivo y estrategias adaptativas.
- Evaluación con inversores de mayor capacidad y fuentes de alimentación robustas.

Referencias

- ① G. L. Julián, "Guía de Trabajo: Control de Accionamiento CA con PMSM," UNCUYO, 2024.
- ② Franklin, G. F., *Feedback Control of Dynamic Systems*, 2015.
- ③ Gonzalez, R., *Apuntes sobre control en espacio de estados*, 2022.
- ④ Krishnan, R., *Permanent Magnet Synchronous and Brushless DC Motor Drives*, 2010.
- ⑤ MathWorks, *Simulink y MATLAB*. Recuperado de <https://la.mathworks.com>.