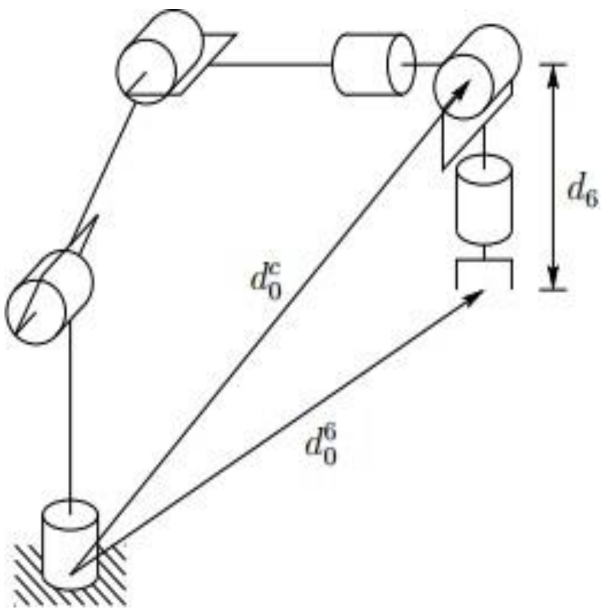
Cinemática Inversa B

Para aprobar y regularizar la materia, en cada trabajo práctico debe tener aprobado los ejercicios marcados como ***obligatorios****. Se recomienda realizar todos los ejercicios para lograr un mayor entendimiento de los conceptos teóricos volcados en las clases, además le servirán también para la elaboración del trabajo final integrador. Se atenderán consultas de todos los ejercicios por igual.*

Ejercicio 1: primer problema de Pieper.

Una gran cantidad de los robots industriales tipo serie comerciales tienen una estructura cinemática similar a la de la figura siguiente (Spong 2005). Es decir, 6 GDL rotacionales con los últimos 3 ejes articulares cruzándose en un punto (muñeca, articulación esférica).



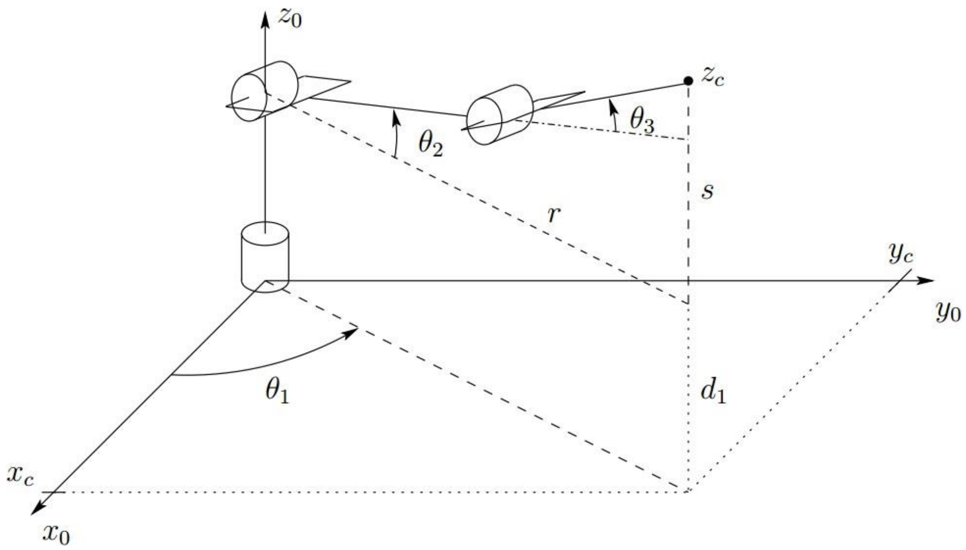
El método de Pieper consiste en desacoplar el robot y resolver dos problemas por separado. El punto d_0^c (muñeca) se puede conocer (pero no su orientación) a partir del conocimiento de la matriz T mediante:

$$\bar{p}_c = \bar{d}_0^6 - d_6\bar{\boldsymbol{a}}_6$$

Donde:

- $\bar{p}_c$: vector de posición de la muñeca respecto del origen
- $\bar{d}_0^6$: vector de posición del extremo final respecto del origen (dato de la matriz de transformación homogénea del extremo)
- d_6: parámetro de DH que indica la distancia entre el extremo y la muñeca.
- $\bar{\boldsymbol{a}}_6$: versor que indica la dirección del extremo, y por lo tanto, la dirección entre el extremo y la muñeca (dato de la matriz de transformación homogénea del extremo).

Por lo tanto, el primer problema de Pieper consiste en determinar todas las posibles combinaciones de θ_1, θ_2 y θ_3 que permiten colocar la muñeca del robot en ese punto específico. En la figura siguiente se presenta el esquema para esta parte del problema.



Donde:

$$\bar{p}_c = (x_c, y_c, z_c)$$

Trabajando con esta estructura de 3GDL:

1. Halle una expresión para calcular geométricamente el valor de θ_1 usando arcotangente.
2. Considere que las articulaciones tienen una amplitud de $\pm 180°$. Observe que en este caso pueden existir dos valores de θ_1 para llegar a una posible solución. Halle la expresión para el cálculo del segundo valor.
3. Trabajando en papel dibuje las 4 posibles soluciones del problema mediante gráficos de 2 dimensiones en el plano $x_1 - y_1$.
4. Para el cálculo de θ_2 y θ_3 trabaje en el plano $x_1 - y_1$. Para esto, referencia el punto (x_c, y_c, z_c) al sistema $\{1\}$ mediante la matriz de transformación homogénea dada por el conocimiento de θ_1. Tenga en cuenta que para cada valor de θ_1 deberá realizar un nuevo planteo.
5. Implemente adecuadamente las ecuaciones en Matlab para poder determinar los 4 conjuntos de $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ que cumplen con un determinado punto c.
6. Aplique la convención de Denavit Hartenberg a todo el robot, considere longitud unitaria en eslabones y escriba una rutina en Matlab para poder trabajar con un objeto de la clase SerialLink.
7. Proponga una configuración articular del robot y calcula la matriz final con la cinemática directa. Luego, aplicando correctamente las ecuaciones desarrolladas, calcule las primeras 3 articulaciones y verifique que todas las soluciones dan como resultado la misma posición en la muñeca del robot, y que una de ellas corresponde al vector articular propuesto inicialmente.

Ejercicio 2: segundo problema de Pieper.

Este problema consiste en hallar el valor de las últimas 3 articulaciones del robot, que permiten orientar el extremo según la matriz T dato. Específicamente se desea hallar los valores articulares que permiten llegar a ${}^{0}T_6$ partiendo de ${}^{0}T_3$, es decir, los valores que permiten calcular ${}^{3}T_6$.

1. Considere que ${}^{0}T_3$ no es única. Esto es así porque se debe aplicar el cálculo para cada conjunto de soluciones del ejercicio anterior.
2. Adopte límites articulares $[0°, 360°)$.
3. Analice la multiplicidad de soluciones.
4. Adopte el método que desee para resolver el problema (geométrico o matricial) y determine las ecuaciones necesarias.
5. Integre el desarrollo con el del ejercicio anterior y escriba una única función de Cinemática Inversa para el robot completo. Verifíquela mediante cinemática directa.

Ejercicio TF (***obligatorio***): escriba una función de cinemática inversa específica para su robot, con las siguientes características:

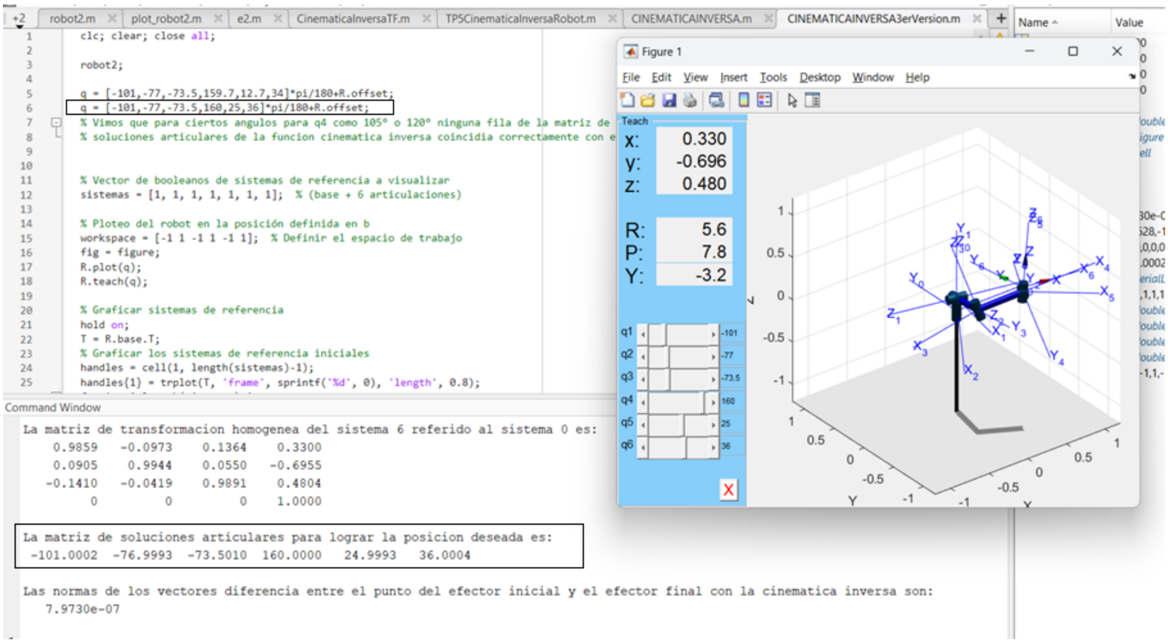
1. Debe recibir el objeto SerialLink de su robot, los parámetros cartesianos que considere necesarios (pudiendo ser una matriz de transformación homogénea u otro conjunto de valores), un booleano “q_mejor”, y también un vector de posiciones articulares “q0” en el que se encuentra el robot actualmente.
2. Dependiendo del valor de “q_mejor” debe devolver una única solución (en caso de true): la más cercana al “q0” pasado; o debe devolver todas las soluciones halladas (caso de false).
3. Se recomienda tomar como guía el material propuesto por la cátedra, con el ejemplo del IRB140.

Ejercicio TF (***obligatorio***):

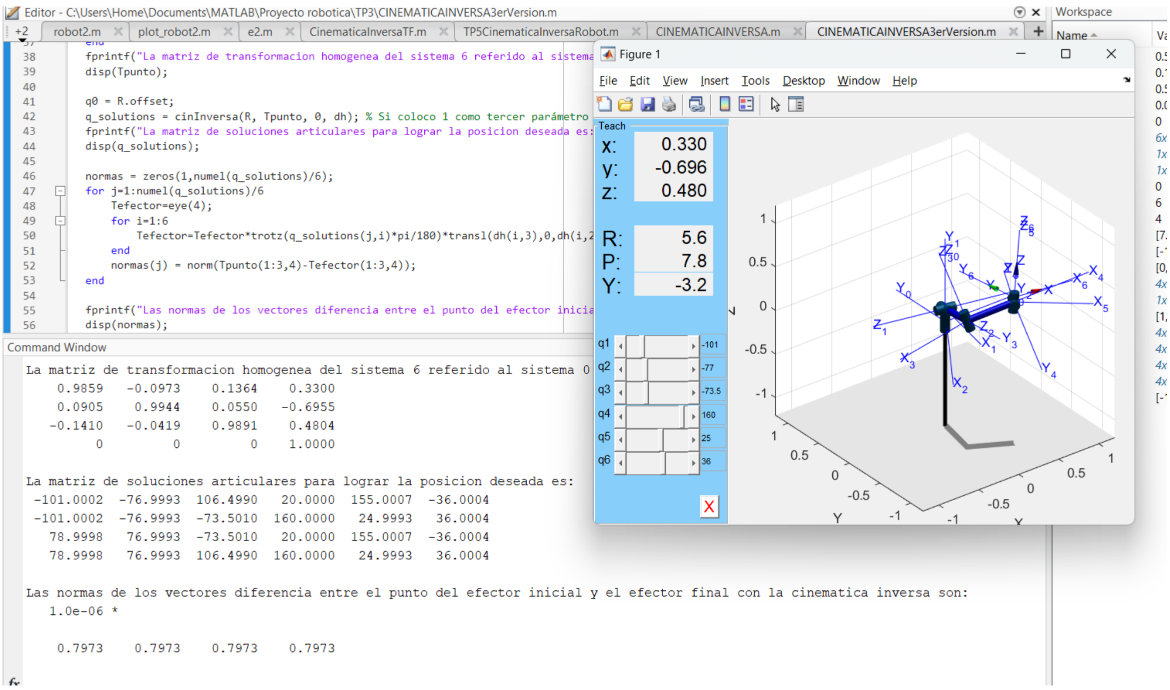
Para poder obtener la función de cinemática inversa se han planteado algunas relaciones geométricas que involucran tanto los datos como las características propias del robot elegido. Primero se plantean dos esferas, una centrada en el punto de la muñeca y radio igual al segundo eslabón que une codo con muñeca, la otra esfera está centrada en el hombro y tiene radio igual al eslabón que une hombro con codo. La intersección de estas dos esferas genera una circunferencia en el espacio, esta circunferencia describe todos los puntos donde se puede situar el codo con el objetivo de llevar la muñeca al mismo punto. Únicamente un punto de la circunferencia va a ser el correcto para colocar el codo con el objetivo de lograr la posición y orientación final del efector final.

El método para encontrar el punto correcto de la circunferencia se ha basado en relaciones geométricas entre dos familias de planos, una generada por el vector que une hombro con muñeca y los distintos vectores que unen hombro con codo (depende del punto de la circunferencia). La segunda familia de planos corresponde a aquellos que contienen el versor Z del efector final y el vector que va desde el codo a la muñeca (también varía con cada punto de la circunferencia). Se itera dentro de un bucle for a lo largo de todos los puntos de la circunferencia hasta que se encuentra un punto particular tal que los dos planos generados sean perpendiculares entre sí.

Si pasamos un booleano 1 al parámetro **q_mejor**, devuelve una única solución, la más exacta.



Si pasamos 0 como valor para el parámetro **q_mejor**, devuelve 4 soluciones, 2 soluciones correspondientes a distintas combinaciones de q1 y q2 para colocar el codo en el punto correcto, y para cada una de esas 2 soluciones hay dos combinaciones de q3 y q4 para llevar la muñeca al punto deseado.



Probando con otro vector de q obtenemos soluciones bastante precisas.