

Tarea 2

Pregunta 1.

Resuelva mediante una sustitución de árbol la siguiente relación de recurrencia. Recuerde mostrar todos los pasos de su respuesta.

Tenemos la siguiente relación de concurrencia

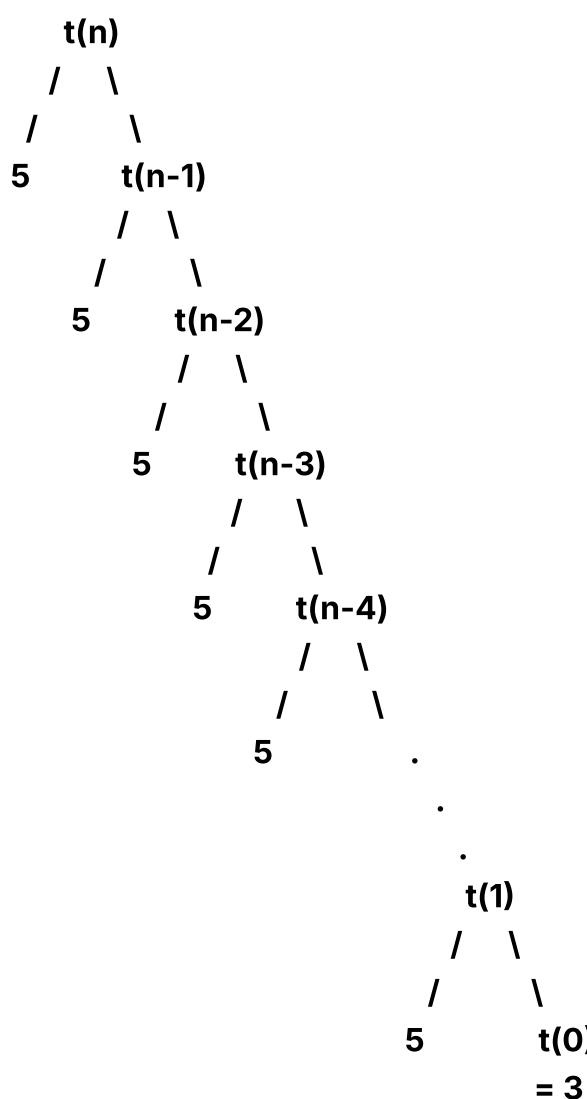
$$t(0) = 3$$

$$t(n) = t(n - 1) + 5$$

Se puede expresar como

$$t(0) = 3$$

$$t(n) = 5 + t(n - 1)$$



Se suman 5 n veces (por cada nivel del árbol), hasta que llegue a $t(0) = 3$
lo que genera el $5n$

$$t(n) = 5 + 5 + 5 + \cdots + 5 + 3$$

Solución de la ecuación de recurrencia

$$t(n) = 5n + 3$$

Revisado por WolframAlpha, que le puse $t(0) = 3, t(n) = t(n - 1) + 5$ y dio
eso mismo

Pregunta 2.

Resuelva la siguiente relación de recurrencia. Recuerde mostrar todos los pasos de su respuesta.

$$t(1) = 1$$

$$t(2) = 2$$

$$t(n) = 2t(n - 1) + 3t(n - 2)$$

Reescribimos la recurrencia:

$$t(n) = 2t(n - 1) + 3t(n - 2)$$

$$t(n) - 2t(n - 1) - 3t(n - 2) = 0$$

Se construye la ecuación característica

$$1x^2 - 2x - 3 = 0$$

Lo ingresamos en la calculadora para sacar las x y nos da

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -1$$

Tenemos que:

$$t(n) = a * (3)^n + b * (-1)^n$$

Usamos las condiciones iniciales para hallar **a** y **b**:

$$\text{Para } n = 1 \rightarrow t(1) = a(3)^1 + b(-1)^1$$

$$1 = 3a - b$$

$$\text{Para } n = 2 \rightarrow t(2) = a(3)^2 + b(-1)^2$$

$$2 = 9a + b$$

Tenemos el sistema de ecuaciones:

$$3a - b = 1$$

$$9a + b = 2$$

Lo ponemos en la calculadora:

$$a = 1/4$$

$$b = -1/4$$

Se construye la solución final:

$$t(n) = a * (x_1)^n + b * (x_2)^n$$

$$t(n) = 1/4(3)^n - 1/4(-1)^n$$

Y WolframAlpha nos da esto, que es otra forma pero es lo mismo

$$t(n) = 1/4(3^n - (-1)^n)$$