

Demostraciones para el Parcial

Álgebra II

1 Espacios Vectoriales

- Las coordenadas de un vector respecto de una base son únicas
- Si un espacio vectorial tiene una base de n elementos cualquier conjunto con $n + 1$ es L.D.
- Todas las bases de un mismo espacio vectorial tienen la misma cantidad de elementos
- Si un conjunto de vectores es L.D. entonces alguno es Combinación lineal de los otros
- Si $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n\}$ es un S.G. de un espacio vectorial V y es un conjunto L.D. entonces existe un subconjunto de él de $n - 1$ elementos que es S.G. de V
- Dado V e.v. tal que $\dim(V) = n$, si tenemos n vectores L.I. $\in V \Rightarrow$ son una base de V
- Dado V e.v $\dim(V) = n$, si tenemos un conjunto de n vectores S.G. de $V \Rightarrow$ son una base de V
- Si S y T son subespacios de V e.v. $\Rightarrow S + T$ es un subespacio de V

2 Transformaciones Lineales

- Dado V y W e.v.s y $f: V \rightarrow W$ / f es T.L. $\Rightarrow f(\vec{0}_v) = \vec{0}_w$
- Dado V y W e.v.s y $f: V \rightarrow W$ / f es T.L. $\Rightarrow \text{Im}(f)$ es un subespacio de W
- Dado V y W e.v.s y $f: V \rightarrow W$ / f es T.L. $\Rightarrow f$ es monomorfismo $\Leftrightarrow \text{Nu}(f) = \{\vec{0}\}$
- Si $f: V \rightarrow W$ es T.L. y $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n\}$ base de $V \Rightarrow \{f(\vec{x}_1), f(\vec{x}_2), \dots, f(\vec{x}_n)\}$ es S.G. de $\text{Im}(f)$
- Si $f: V \rightarrow W$ es T.L. y $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n\}$ base de V y f es monomorfismo $\Rightarrow \{f(\vec{x}_1), f(\vec{x}_2), \dots, f(\vec{x}_n)\}$ es una base de $\text{Im}(f)$

3 Producto Interno

- Todo conjunto ortogonal de vectores es un conjunto linealmente independiente.
- En todo espacio euclídeo V existe una base ortonormal. (proceso de Gram-Schmidt)

4 Matriz Diagonalizable y Autovectores

- A es diagonalizable \leftrightarrow existe una base de autovectores
- Si $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n\}$ son autovectores de $A \Rightarrow$ cualquier combinación lineal también lo es