Demostraciones para el Parcial

Álgebra II

1 Espacios Vectoriales

- Las coordenadas de un vector respecto de una base son únicas
- Si un espacio vectorial tiene una base de n elementos cualquier conjunto con $n+1$ es L.D.
- Todas las bases de un mismo espacio vectorial tienen la misma cantidad de elementos
- Si un conjunto de vectores es L.D. entonces alguno es Combinación lineal de los otros
- Si $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_n\}$ es un S.G. de un espacio vectorial V y es un conjunto L.D. entonces existe un subconjunto de él de $n-1$ elementos que es S.G. de V
- Dado V e.v. tal que $dim(V) = n$, si tenemos n vectores L.I. $\in$ V $\Rightarrow$ son una base de V
- Dado V e.v $dim(V) = n$, si tenemos un conjunto de n vectores S.G. de V $\Rightarrow$ son una base de V
- Si S y T son subespacios de V e.v. $\Rightarrow S + T$ es un subespacio de V

2 Transformaciones Lineales

- Dado V y W e.v.s y f: $V \to W$ / f es T.L. $\Rightarrow f(\vec{0}_v) = \vec{0}_w$
- Dado V y W e.v.s y f: $V \to W$ / f es T.L. $\Rightarrow Im(f)$ es un subespacio de W
- Dado V y W e.v.s y f: $V \to W$ / f es T.L. $\Rightarrow f$ es monomorfismo $\leftrightarrow Nu(f) = \{\vec{0}\}$
- Si f: $V \to W$ es T.L. y $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n\}$ base de V $\Rightarrow \{f(\vec{x}_1), f(\vec{x}_2), \ldots, f(\vec{x}_n)\}$ es S.G. de $Im(f)$
- Si f: $V \to W$ es T.L. y $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n\}$ base de V y f es monomorfismo $\Rightarrow \{f(\vec{x}_1), f(\vec{x}_2), \ldots, f(\vec{x}_n)\}$ es una base de $Im(f)$

3 Producto Interno

- Todo conjunto ortogonal de vectores es un conjunto linealmente independiente.
- En todo espacio euclídeo V existe una base ortonormal. (proceso de Gram-Schmidt)

4 Matriz Diagonalizable y Autovectores

- A es diagonalizable $\leftrightarrow$ existe una base de autovectores
- Si $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n\}$ son autovectores de A $\Rightarrow$ cualquier combinación lineal también lo es