

Formulación del Problema Dual desde el Problema Primal

El problema que nos ocupa solicita minimizar una función objetivo, que es una suma ponderada de dos variables, sujetas a un conjunto de restricciones lineales. Este tipo de problema se denomina problema primal en el contexto de la programación lineal.

Para formular el problema dual correspondiente, aplicamos principios de dualidad. Esto implica convertir el problema primal, que es de minimización, en su problema de maximización dual. Cada restricción de desigualdad en el primal se convierte en una variable en el dual, y los roles de las variables y las restricciones se invierten.

El problema dual entonces busca maximizar una suma de productos de las constantes de las restricciones del primal por nuevas variables, las cuales representan cada una de las restricciones originales. Las nuevas restricciones en el problema dual se derivan de los coeficientes de las variables en la función objetivo del primal y las restricciones del primal, estableciendo límites superiores a estos productos.

Interpretación del Problema Dual

La formulación dual ofrece una perspectiva alternativa sobre el problema original. Mientras que el problema primal enfoca en minimizar costos sujetos a restricciones de recursos, el dual enfoca en maximizar el valor de esos recursos limitados. Las soluciones al problema dual, que son los valores óptimos de las nuevas variables introducidas, representan los precios sombra o valores por unidad de los recursos contemplados en las restricciones del primal.

Estos precios sombra proporcionan información valiosa sobre cuánto podría mejorar la función objetivo si se incrementara la disponibilidad de cada recurso en una unidad. Esta interpretación dual es de gran utilidad para la toma de decisiones, especialmente en la gestión de recursos, ya que ofrece una comprensión profunda del valor y el impacto de las restricciones en la optimización de recursos.

Formulación Específica del Problema Dual para el Ejercicio 4

En el ejercicio 4, se nos presenta un problema de optimización lineal donde la meta es maximizar una función objetivo compuesta por cinco variables, sujetas a dos restricciones de desigualdad y la condición de no negatividad de todas las variables. Para convertir este problema en su forma dual, seguimos un procedimiento detallado que transforma las restricciones del problema primal en variables del problema dual y establece una nueva función objetivo dual.

Asignación de Variables Duales: Dado que tenemos dos restricciones de desigualdad en el problema primal, asignamos dos variables duales correspondientes, una para cada restricción. Estas variables duales representan el valor o precio sombra de cumplir con una unidad adicional de cada restricción.

Función Objetivo Dual: La nueva función objetivo se forma maximizando la suma de los productos de estas variables duales por los términos del lado derecho de cada restricción en el problema primal. Esto refleja el valor total que las restricciones aportan a la solución óptima.

Restricciones del Problema Dual: Las restricciones para el problema dual se derivan de los coeficientes de las variables en la función objetivo del problema primal. Para cada variable en el problema primal, habrá una restricción en el problema dual que asegura que la contribución total de esa variable a través de las variables duales no exceda su coeficiente en la función objetivo primal.

No Negatividad de las Variables Duales: Similar a las variables en el problema primal, las variables duales también deben ser no negativas. Esto es coherente con la interpretación de las variables duales como precios sombra, los cuales no pueden ser negativos.

Importancia de la Formulación Dual:

La formulación específica del problema dual nos permite entender mejor las limitaciones y recursos del problema primal. Al maximizar la función objetivo dual, obtenemos información valiosa sobre el valor de las restricciones en el problema original y cómo la relajación o endurecimiento de estas restricciones podría afectar la solución óptima. Los valores de las variables duales en la solución óptima del problema dual nos dan los precios sombra de las restricciones, indicando cuánto mejoraría el valor de la función objetivo primal por cada unidad incrementada en el lado derecho de cada restricción.



Este análisis dual es fundamental en la toma de decisiones y en la optimización de recursos, ya que proporciona una perspectiva económica sobre la escasez de recursos y la eficiencia de su uso en alcanzar la solución óptima.