Modelado de problemas. Teorema de Weierstrass. Convexidad

Datos de la actividad

Número actividad	1
Docente	Antonio Jesús Calderón Martín
Lengua de docencia	Castellano
Agrupación	Individual
Fecha de entrega	24-06-2024

Descripción de la actividad

En esta actividad por un lado se van a modelar distintos problemas que aparecen vinculados a problemas de distinta índole. Por otro lado se trabajarán los conceptos de compacidad y convexidad para subconjuntos de R^n, así como los de concavidad y convexidad para funciones vectoriales a través de una serie de problemas.

Competencias

CE2 – Estructurar la información sobre la base de los conocimientos y principios de la ciencia de datos para un uso posterior.

CT3– Gestionar la información y comunicar el conocimiento, resolviendo situaciones en una sociedad en constante evolución.

COMPETENCIAS (CE / CT)	RESULTADO DE APRENDIZAJE (RA)	INDICADORES DE EVALUACIÓN (IE)

CE2.	RA2. Estructurar la información sobre la base de los conocimientos y principios de la ciencia de datos para un uso posterior.	IE3. El estudiante interpreta problemas de análisis y tratamiento de datos como funciones de varias variables.
CT3.	RA5. Gestionar la información y comunicar el conocimiento, resolviendo situaciones en una sociedad en constante evolución.	IE6. El estudiante extrae información de la red y cita correctamente las fuentes usadas.

Contenidos de la actividad

1. Introducción a la modelización y la optimización
   1.1 Modelado de problemas
   1.2 Optimalidad de problemas
   1.3 Convexidad
   1.4 Teorema de Weierstrass

Contenidos	ODS
1	**Objetivo 9: Industria, innovación e infraestructura.** Los procesos de innovación en la mayoría de los procesos industriales se plantean en términos de optimización de distintas funciones (producción, recursos, etc.) En este módulo el alumno aprenderá varios métodos fundamentales para estudiar estos procesos.

Descripción de la tarea

- Expresar como un problema de Modelización, (esto es, indicar la función a maximar o minimizar y las restricciones del problema. No hay que resolverlos), los siguientes problemas:

  1. Calcular las dimensiones del rectángulo de perímetro 2 que tiene área máxima.
  2. Un entusiasta de la salud desea consumir un mínimo de 36 unidades de vitamina A al día, 28 unidades de vitamina C y 32 unidades de vitamina D. Un determinado complejo vitamínico de maraca 1 cuesta 5 euros y proporciona 2 unidades de vitamina A, 2 de vitamina C y 8 de vitamina D. El de la marca 2 cuesta 8 euros y proporciona 3 unidades de vitamina A, 2 de vitamina C y 2 de D. Calcular la combinación de complejos vitam'inicos de coste más bajo y que garantiza las necesidades diarias.
  3. Una empresa produce dos bienes siendo p_1 y p_2 sus precios respectivamente. La función de coste de la empresa viene dada por

     $$C(x_1, x_2) = 2x_1^2 + x_1x_2 + 2x_2^2$$

     en donde x_1 y x_2 son las cantidades respectivas producidas de los dos bienes. El problema consiste en calcular la producción de la empresa que maximiza el beneficio (beneficio=ingreso-costes).
  4. Un fabricante produce dos artículos cuyos beneficios por unidad vendida de cada una de ellos son de 10 y 15 euros respectivamente. Cada unidad del artículo 1 utiliza en su producción 4 horas-hombre y 3 horas-máquina; y cada unidad del artículo 2 utiliza 7 horas-hombre y 6 horas-máquina. El total disponible de horas-hombre es de 300, y el de horas máquina de 500. Calcular las cantidades a producir de cada producto para que el beneficio sea máximo, supuesto que se venden todas las unidaes producidas.

- Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas **justificando las respuestas**:

  5. Todo máximo local es global.
  6. Todo mínimo global es local.
  7. Sabemos que que conjunto factible F de una función continua es convexo, que la función es convexa en todo F y que la función tiene mínimos locales. Entonces podemos afirmar que el valor que toma la función en todos sus mínimos locales es el mismo.
  8. Sabemos que que conjunto factible de una función continua es convexo y que la función es convexa en todo F. Entonces podemos afirmar que la función tiene un máximo global.
  9. No existen funciones que sean cóncavas y convexas a la vez.

- Resolver las siguientes cuestiones:

10. Sea la función $f(x; y) = \sqrt{xy}$. Queremos calcular los extremos relativos de esta función sujetos a una restricción R. Decir y representar gráficamente quién es el conjunto factible del problema de optimización correspondiente en cada uno de los siguientes casos:
    (a) $R = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y - x \leq 0\}$
    (b) $R = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y + x = 0\}$ con $(x, y) \neq (0, 0)$.

11. Justificar si el siguiente problema de optimización satisface o no las hipótesis del Teorema de Weierstrass:
    Optimizar $f(x, y) = 2x - y$ sujeto a $xy = 2$.

12. Justificar si el siguiente problema de optimización satisface o no las hipótesis del Teorema Local-Global de optimización:
    Optimizar $f(x, y) = 2x - y$ sujeto a $xy = 2$.

Tarea	Porcentaje
-Cada ejercicio del 1 al 4 bien resuelto siguiendo los aspectos formales de la tarea	**10 %**
-Cada ejercicio del 5 al 12 bien resuelto siguiendo los aspectos formales de la tarea.	**7,5%**

Aspectos formales de las tareas

Entrega en formato .pdf

Detallar el procedimiento seguido para resolver cada ejercicio

Se pide usar la notación usada en las cápsulas formativas y videoconferencias.

Evaluación

Núm	Tarea	Ponderación	IE
1	Modelado de problemas. Teorema de Weierstrass. Convexidad	14,3%	IE3, IE6

Fuentes de información

Cápsulas y videoconferencias de la primera semana.

Capítulos 1 y 2 del libro *Métodos de Optimización* de Soto Torres.