



Método de Karush-Kuhn-Tucker en **optimización con restricciones de desigualdad**

Datos de la actividad

Número actividad	5
Docente	Antonio Jesús Calderón Martín
Lengua de docencia	Castellano
Agrupación	Parejas
Fecha de entrega	25-3-2024

Descripción de la actividad

En esta actividad se van a resolver problemas de optimización con restricciones de desigualdad usando técnicas del cálculo diferencial.

Competencias

CE1 – Aplicar los principios de las matemáticas, de la estadística y de la computación para el análisis y tratamiento de datos.



COMPETENCIAS (CE / CT)	RESULTADO DE APRENDIZAJE (RA)	INDICADORES DE EVALUACIÓN (IE)
CE1.	RA1. Aplicar los principios de las matemáticas, de la estadística y de la computación para el análisis y tratamiento de datos.	IE1. El estudiante calcula los óptimos de funciones asociadas al análisis y tratamiento de datos usando cálculo diferencial.

Contenidos de la actividad

3. Optimización con restricciones

3.2 Restricciones de desigualdad. Método de Karush-Kuhn-Tucker.

Contenidos	ODS
1	Objetivo 9: Industria, innovación e infraestructura. Los procesos de innovación en la mayoría de los procesos industriales se plantean en términos de optimización de distintas funciones (producción, recursos, etc.) En este módulo el alumno aprenderá varios métodos fundamentales para estudiar estos procesos.



Descripción de la tarea

1. Sea la función

$$f(x, y) = (x - 5)^2 + (y - 5)^2$$

restringida a

$$D = \{x^2 + y^2 \leq 25; x + y \geq 2; x, y \geq 0\}.$$

Calcular los extremos absolutos.

2. Una empresa produce dos modelos de móviles cuya función de beneficio es:

$$B(x, y) = 6x - 2x^2 + 2xy - 2y^2 + 100$$

siendo $x \geq 0$ e $y \geq 0$.

Se pide:

- (a) Hallar la producción que maximiza el beneficio cuando la cuota de producción está sujeta a la relación $x + 2y \leq 2$.
- (b) Justificar que el problema tiene un único máximo global y verificar las condiciones de K-K-T en dicho punto.

3. Sea el problema de consistente en optimizar la función

$$f(x_1, x_2) = x_1 - 4x_2$$

sujeta a las restricciones

$$x_1 + x_2 - 2 \leq 0$$

$$x_2 - ax_1 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Decir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones **justificando los resultados**

- (a) Si $a > 0$ entonces el valor máximo de la función objetivo en el conjunto de posibles soluciones es igual a 2.
- (b) Si $a < 2$, no hay ningún punto que cumpla ser regular.
- (c) Si $a = \frac{1}{4}$ entonces el punto $(0, 2)$ no verifica las condiciones de K-K-T.



4. Sean f y g dos funciones diferenciables de R^n en R . Consideremos los siguientes problemas de optimización:

Problema I. Optimizar la función $f(x_1, \dots, x_n)$.

Problema II. Optimizar la función $f(x_1, \dots, x_n)$ sujeta a la restricción $g(x_1, \dots, x_n) = 0$.

Problema III. Optimizar la función $f(x_1, \dots, x_n)$ sujeta a la restricción $g(x_1, \dots, x_n) \leq 0$.

Consideremos la siguiente afirmación:

“Si p es un un mínimo local del problema (III) entonces también lo es de los problemas (I) y (II).”

Dadas las siguientes cuatro opciones, se pide indicar cuáles son verdaderas, (puede haber más de una), **justificando la respuesta:**

- (a) La afirmación es falsa, aunque si sería cierto que p es un mínimo local de (I) cuando $g(x_1, \dots, x_n) \leq 0$.
- (b) La afirmación es verdadera en virtud de la definición de mínimo local.
- (c) La afirmación es falsa. El punto p sería mínimo local de (II) únicamente si $g(x_1, \dots, x_n) = 0$



Tarea	Porcentaje	
-Cada ejercicio resuelto conforme a las instrucciones.	25 %	

Aspectos formales de las tareas

Entrega en formato .pdf

Detallar el procedimiento seguido para resolver cada ejercicio

Se pide usar la notación usada en las cápsulas formativas y videoconferencias.

Evaluación

Núm	Tarea	Ponderación	IE
5	Restricciones de desigualdad. Método de Karush-Kuhn-Tucker	14,3%	IE1



Fuentes de información

Cápsulas y videoconferencias correspondientes de la tercera semana.

Capítulo 5 del libro *Métodos de Optimización* de Soto Torres.