

Segunda_problemas2:

- Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una función diferenciable tal que la derivada parcial respecto de x en un punto p vale 0, y la derivada parcial respecto de y en ese punto p vale a . También sabemos que

$$H(f)(p) = \begin{pmatrix} 2 & c \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas **justificando las respuestas**:

8) Si $a = c = 0$ y $d > 0$, entonces p es un mínimo local de f .

La matriz quedaría $a_{11} = 2$, $a_{12} = 0$, $a_{21} = 0$ y $d > 0$.

Para que p sea un mínimo local, necesitamos que la matriz Hessiana sea definida positiva en p , lo que ocurre si todos sus valores propios son positivos. En este caso, los valores propios son los elementos de la diagonal 2 y d , ambos positivos (ya que $d > 0$). Por lo tanto, p es un mínimo local de f .

9) Si $a = c = 0$ y $d < 0$ entonces p es un máximo local de f .

$$a_{11} = 2, a_{12} = 0, a_{21} = 0 \text{ y } d < 0.$$

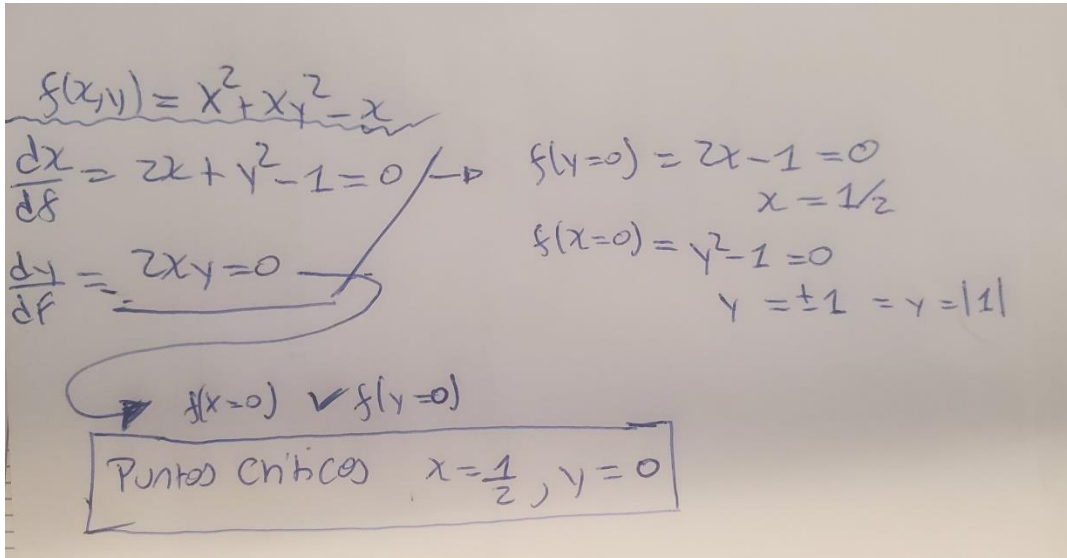
Durante este ejercicio podemos observar que la matriz tiene una determinante negativa $-2d$, por esto indica que no es ni un mínimo ni un máximo, es un punto silla. Es por esto que la afirmación a la pregunta es falsa.

10) Si $2d - c^2 > 0$ entonces p es un mínimo local. $a_{11} = 2$, $a_{12} = c$, $a_{21} = c$ y $a_{22} = d$.

Si el determinante de esta matriz es positivo ($2d - c^2 > 0$), y sabiendo que el elemento $a_{11} = 2$ es positivo, entonces la matriz Hessiana es definida positiva, lo cual indica que p es, de hecho, un mínimo local de f . Por lo tanto, la afirmación es **verdadera**.

Problemas manuales 1 y 7

1)



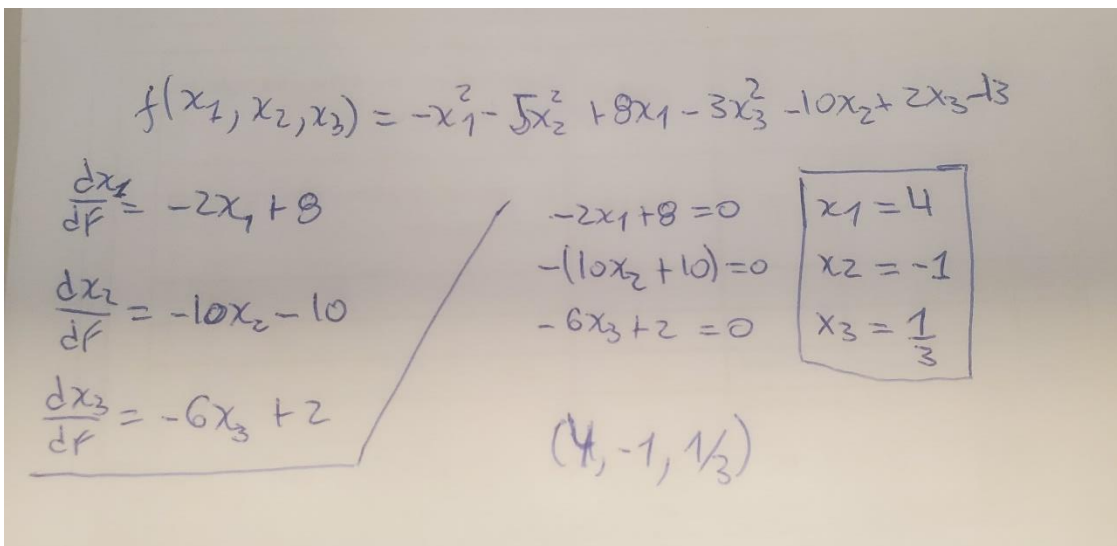
Handwritten solution for problem 1:

$$f(x, y) = x^2 + xy^2 - x$$
$$\frac{dx}{df} = 2x + y^2 - 1 = 0 \rightarrow f(y=0) = 2x - 1 = 0 \quad x = 1/2$$
$$\frac{dy}{df} = 2xy = 0 \rightarrow f(x=0) = y^2 - 1 = 0 \quad y = \pm 1 = y = |1|$$

Arrows indicate the intersection of the two cases at $x=0$ and $y=0$.

Puntos críticos $x = \frac{1}{2}, y = 0$

7)



Handwritten solution for problem 7:

$$f(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 5x_2^2 + 8x_1 - 3x_3^2 - 10x_2 + 2x_3 - 13$$
$$\frac{dx_1}{df} = -2x_1 + 8$$
$$\frac{dx_2}{df} = -10x_2 - 10$$
$$\frac{dx_3}{df} = -6x_3 + 2$$
$$\begin{aligned} -2x_1 + 8 &= 0 \\ -(10x_2 + 10) &= 0 \\ -6x_3 + 2 &= 0 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} x_1 &= 4 \\ x_2 &= -1 \\ x_3 &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$(4, -1, 1/3)$