Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC1253 - Matemáticas Discretas

Ayudantía 4

17 de abril de 2020

Profesores C. Riveros - J. Salas

Tamara Cucumides y Bernardo Barías

Pregunta 1

Se define la siguiente operación entre dos conjuntos:

$$A \star B = A \setminus B \cup B \setminus A.$$

Demuestre que

$$A \star B = (A \cap B)^c \setminus (A \cup B)^c$$

Pregunta 2

Sea $P = \{A_1, ...A_n\}$ una colección de conjuntos no vacíos, y sea A un conjunto cualquiera. Se dice que P es una partición de A si y sólo si

- $A_i \cap A_j = \emptyset$ para todo $i \neq j$
- $A = \cup_{i=1}^{n} A_i$

Sean $\{A_1, ..., A_m\}$ y $\{B_1, ..., B_n\}$ particiones de un conjunto X. Muestre que la colección de conjuntos

$$P = \{A_i \cap B_j \neq \emptyset \mid 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n\}$$

también es una partición de X.

Pregunta 3

Sea $S = \{1, \dots, n\}$ un conjunto finito. Decimos que un conjunto $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{P}(S)$ es una *anti-cadena* si para todo $A, B \in \mathcal{C}$ con $A \neq B$ se cumple que $A \nsubseteq B$ y $B \nsubseteq A$.

1. De una cota superior de la cantidad de anti-cadenas puede uno formar para $S = \{1, 2, 3, ..., n\}$. Explique su respuesta.
2. Un conjunto $\mathcal{C} = \{A_1, \dots, A_m\} \subseteq \mathcal{P}(S)$ se dice que es un *sistema separador* de S si para todo $i \neq j$ en S, existen $A \in \mathcal{C}$ y $B \in \mathcal{C}$ tal que $i \in A$, $i \notin B$, $j \notin A$ y $j \in B$ (en otras palabras, $i \in A \setminus B$ y $j \in B \setminus A$). El conjunto dual $\mathcal{C}^* = \{B_1, \dots, B_n\}$ de $\mathcal{C}$ se define como $B_i = \{k \in \{1, \dots, m\} \mid i \in A_k\}$ para todo $i \leq n$.

   Demuestre que un conjunto $\mathcal{C}$ es un sistema separador si, y solo si, $|\mathcal{C}^*| = n$ y $\mathcal{C}^*$ es una anti-cadena.