NOMBRE: Matías Duhalde

SECCIÓN: 1

N° LISTA: 34

PUNTAJE:

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2019

Tarea 1 – Respuesta Pregunta 1

Dadas las variables proposicionales $p_1, ..., p_n$, tenemos las siguientes definiciones de operadores generalizados:

$$\xrightarrow[i=1]{n} p_i := (p_1 \to p_2) \land (p_2 \to p_3) \land ... \land (p_{n-1} \to p_n) \tag{1}$$

$$\xleftrightarrow[i=1]{n} p_i := (p_1 \leftrightarrow p_2) \land (p_2 \leftrightarrow p_3) \land ... \land (p_{n-1} \leftrightarrow p_n) \tag{2}$$

Se quiere demostrar que:

$$\xleftrightarrow[i=1]{n} p_i \equiv \xrightarrow[i=1]{n} p_i \land \xrightarrow[i=n]{1} p_i$$

Si expandimos y organizamos el lado derecho de la equivalencia obtenemos:

$$\equiv [(p_1 \to p_2) \land ... \land (p_{n-1} \to p_n)] \land [(p_n \to p_{n-1}) \land ... \land (p_2 \to p_1)]$$

$$\equiv (p_1 \to p_2) \land (p_2 \to p_1) \land ... \land (p_{n-1} \to p_n) \land (p_n \to p_{n-1}) \qquad \text{por conmutatividad}$$

$$\equiv (p_1 \leftrightarrow p_2) \land ... \land (p_{n-1} \to p_n) \qquad \text{por equivalencia útil:}$$

$$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \to q) \land (q \to p)$$

$$\equiv \xleftrightarrow[i=1]{n} p_i \qquad \text{por definición (2)}$$

$\square$

Si analizamos la definición (2), tenemos que se puede reescribir como $\bigwedge_{i=1}^{n-1} (p_i \leftrightarrow p_{i+1})$. Para obtener un valor verdadero con este operador, todos los elementos de la composición también deben ser verdaderos, es decir, $(p_1 \leftrightarrow p_2) = (p_2 \leftrightarrow p_3) = ... = (p_{n-1} \leftrightarrow p_n) = 1$. Si analizamos la tabla de verdad de $p \leftrightarrow q$:

p	q	p $\leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tenemos que para que $p \leftrightarrow q$ sea verdadero, p debe tomar el mismo valor que q. Extendiendo esto a nuestro caso, tenemos que para que (2) sea verdadero, $p_1 = p_2 = ... = p_n$. $\square$

NOMBRE: Matías Duhalde

SECCIÓN: 1

N^{o} LISTA: 34

PUNTAJE:

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2019

Tarea 1 – Respuesta Pregunta 2

La afirmación es **incorrecta**. Podemos tomar el siguiente contraejemplo:

Sea $\Sigma = \{p \vee q\}$, $\alpha = p \wedge q$ y $\neg\alpha = \neg(p \wedge q)$. Si analizamos la tabla de verdad de Σ, α, y $\neg\alpha$:

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
0	0	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	0

Podemos comprobar que $\Sigma \not\models \alpha$, pero también podemos comprobar que $\Sigma \not\models \neg\alpha$. $\square$

Sea $\Sigma_1 = \{\alpha_1, ..., \alpha_n\}$ un conjunto de fórmulas inconsistente, y α una fórmula proposicional cualquiera. Entonces, no existe ninguna valuación $v_1, ..., v_m$ tal que $\alpha_1(v_1, ..., v_m) = ... = \alpha_n(v_1, ..., v_m) = 1$. Se tiene que $\bigwedge_{i=1}^{m} \alpha_i$ es siempre falso, y tanto $\bigwedge_{i=1}^{m} \alpha_i \to \alpha$ como $\bigwedge_{i=1}^{m} \alpha_i \to \neg\alpha$ son tautologías, y por lo tanto el conjunto Σ_1 es completo.

Por otro lado, sea $\Sigma_2 = \{\alpha_1, ..., \alpha_n\}$ un conjunto de fórmulas, y α una fórmula proposicional cualquiera, tal que solo existe una valuación $v_1, ..., v_m$ que cumpla $\alpha_1(v_1, ..., v_m) = ... = \alpha_n(v_1, ..., v_m) = \alpha = 1$.