Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2020

TAREA 5

Publicación:	Viernes 22 de mayo.
Entrega:	**Jueves 4 de junio hasta las 23:59 horas**.

Indicaciones

- Debe entregar una solución para cada pregunta (sin importar si esta en blanco).
- Cada solución debe estar escrita en LaTeX. No se aceptarán tareas escritas a mano ni en otro sistema de composición de texto.
- Responda cada pregunta en una hoja separada y ponga su nombre, sección y número de lista en cada hoja de respuesta.
- Debe entregar una copia digital por el buzón del curso, antes de la fecha/hora de entrega.
- **Se penalizará con 1 punto en la nota final de la tarea por cada regla que no se cumpla.**
- La tarea es individual.

Pregunta 1

Sea A cualquier conjunto no vacío.

1. Para una relación $R \subseteq A \times A$, se define la *anti-clausura transitiva* de R como una relación $R^{\downarrow t}$ tal que (1) $R^{\downarrow t} \subseteq R$, (2) $R^{\downarrow t}$ es transitiva y (3) para toda relación $R' \subseteq R$ con R' transitiva, se cumple que $R' \subseteq R^{\downarrow t}$. Para toda relación R, ¿es verdad que $R^{\downarrow t}$ siempre existe? Demuestre su afirmación.

2. Para una relación $R \subseteq A \times A$, se define la *anti-clausura simétrica* de R como una relación $R^{\downarrow s}$ tal que (1) $R^{\downarrow s} \subseteq R$, (2) $R^{\downarrow s}$ es simétrica y (3) para toda relación $R' \subseteq R$ con R' simétrica, se cumple que $R' \subseteq R^{\downarrow s}$. Para toda relación R, ¿es verdad que $R^{\downarrow s}$ siempre existe? Demuestre su afirmación.

Pregunta 2

1. Dado un conjunto A infinito cualquiera y $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, demuestre que existe una relación de equivalencia $\sim \subseteq A \times A$ tal que $|A/\sim| = n$.

2. Dado un conjunto A no vacío y una partición $\mathcal{P}$ de A, decimos que $\mathcal{P}$ es una *partición finita numerable* si $\mathcal{P}$ es un conjunto numerable y para todo $S \in \mathcal{P}$, S es un conjunto finito. Demuestre que A es numerable si, y sólo sí, existe una partición finita numerable de A.

Evaluación y puntajes de la tarea

Cada **item** de cada pregunta se evaluará con un puntaje de:

- 0 (respuesta incorrecta),
- 3 (con errores menores),
- 4 (correcta).

Todas las preguntas tienen la misma ponderación en la nota final.