



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2020

## TAREA 6

Publicación: Viernes 5 de Junio.  
Entrega: **Jueves 11 de junio hasta las 23:59 horas.**

### Indicaciones

- Debe entregar una solución para cada pregunta (sin importar si esta en blanco).
- Cada solución debe estar escrita en  $\text{\LaTeX}$ . No se aceptarán tareas escritas a mano ni en otro sistema de composición de texto.
- Responda cada pregunta en una hoja separada y ponga su nombre, sección y número de lista en cada hoja de respuesta.
- Debe entregar una copia digital por el buzón del curso, antes de la fecha/hora de entrega.
- **Se penalizará con 1 punto en la nota final de la tarea por cada regla que no se cumpla.**
- La tarea es individual.

### Pregunta 1

1. Una función  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  es creciente si para todo  $n, m \in \mathbb{N}$  tal que  $n < m$  entonces  $f(n) < f(m)$ . Demuestre que el conjunto  $\mathcal{C} = \{f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \mid f \text{ es una función creciente}\}$  no es numerable.
2. Sean  $A$  y  $B$  dos conjuntos tal que  $A \subseteq B$ . Demuestre que si  $A$  no es numerable entonces  $B$  tampoco es numerable. Concluya que  $\mathcal{F} = \{f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \mid f \text{ es una función inyectiva}\}$  es un conjunto no numerable.

### Pregunta 2

Para dos funciones  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ , decimos que  $f \in o(g)$  si, y solo si, para todo  $c \in \mathbb{R}$  con  $c > 0$ , existe  $n_0 > 0$ , tal que para todo  $n \geq n_0$  se cumple que  $f(n) \leq c \cdot g(n)$ .

1. Demuestre que si  $f \in o(g)$ , entonces  $f \in \mathcal{O}(g)$  y  $g \notin \mathcal{O}(f)$ .
2. Demuestre que para todo  $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ , para todo polinomio  $p(x) = a_k x^k + \dots + a_1 x + a_0$  tal que  $a_i \in \mathbb{R}$  y para todo  $\epsilon > 0$ , se tiene que  $p(x) \in o(x^{k+\epsilon})$ .

## Evaluación y puntajes de la tarea

Cada **ítem** de cada pregunta se evaluará con un puntaje de:

- 0 (respuesta incorrecta),
- 3 (con errores menores),
- 4 (correcta).

Todas las preguntas tienen la misma ponderación en la nota final.