Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2020

TAREA 1

Publicación: Viernes 20 de Marzo.
Entrega: **Jueves 26 de Marzo hasta las 23:59 horas**.

Indicaciones

- Debe entregar una solución para cada pregunta (sin importar si esta en blanco).
- Cada solución debe estar escrita en LaTeX. No se aceptarán tareas escritas a mano ni en otro sistema de composición de texto.
- Responda cada pregunta en una hoja separada y ponga su nombre, sección y número de lista en cada hoja de respuesta.
- Debe entregar una copia digital por el buzón del curso, ambas antes de la fecha/hora de entrega.
- **Se penalizará con 1 punto en la nota final de la tarea por cada regla que no se cumpla.**
- La tarea es individual.

Pregunta 1

Dadas variables proposicionales $p_1, ..., p_n$ definimos los siguientes operadores generalizados:

$$\mathop{\Large\longrightarrow}_{i=1}^{n} p_i := (p_1 \rightarrow p_2) \wedge (p_2 \rightarrow p_3) \wedge \ldots \wedge (p_{n-1} \rightarrow p_n)$$

$$\mathop{\Large\longleftrightarrow}_{i=1}^{n} p_i := (p_1 \leftrightarrow p_2) \wedge (p_2 \leftrightarrow p_3) \wedge \ldots \wedge (p_{n-1} \leftrightarrow p_n)$$

Por ejemplo, para $n = 3$ se tiene que

$$\mathop{\Large\longrightarrow}_{i=1}^{n} p_i = (p_1 \rightarrow p_2) \wedge (p_2 \rightarrow p_3)$$

mientras que

$$\mathop{\Large\longleftrightarrow}_{i=1}^{n} p_i = (p_1 \leftrightarrow p_2) \wedge (p_2 \leftrightarrow p_3)$$

1. Demuestre que:
$$\mathop{\Large\longleftrightarrow}_{i=1}^{n} p_i \equiv \mathop{\Large\longrightarrow}_{i=1}^{n} p_i \wedge \mathop{\Large\longrightarrow}_{i=n}^{1} p_i.$$
2. Demuestre que $\mathop{\Large\longleftrightarrow}_{i=1}^{n} p_i$ es verdadero si, solo si, $p_1, \ldots, p_n$ son todos verdaderos o todos falsos, simultáneamente.

Pregunta 2

Sea Σ un conjunto de formulas proposicionales y α una formula proposicional cualquiera. Escribiremos que $\Sigma \not\models \alpha$ si NO es verdad que α es consecuencia lógica de Σ.

1. ¿Es la siguiente afirmación correcta?

   "Para todo conjunto Σ y formula α: si $\Sigma \not\models \alpha$, entonces $\Sigma \models \neg\alpha$."

   Si su afirmación es afirmativa demuestrelo, y si no de un contra ejemplo.

2. Diremos que un conjunto de formulas Σ es completo si para toda formula α se tiene que $\Sigma \models \alpha$ o $\Sigma \models \neg\alpha$. Demuestre que Σ es completo si, y solo si, Σ es inconsistente o Σ es satisfacible por exactamente una valuación.

Evaluación y puntajes de la tarea

Cada **item** de cada pregunta se evaluará con un puntaje de:

- 0 (respuesta incorrecta),
- 3 (con errores menores),
- 4 (correcta).

Todas las preguntas tienen la misma ponderación en la nota final.