Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC1253 - Matemáticas Discretas

Ayudantía 3

3 de abril de 2020

Profesores C. Riveros - J. Salas

Tamara Cucumides y Bernardo Barías

Pregunta 1

Sean P y S fórmulas en lógica de predicados. Considere que x no es variable libre en S y demuestre las siguientes equivalencias lógicas:

- $(\exists x P(x)) \wedge S \equiv \exists x(P(x) \wedge S)$
- $(\forall x P(x)) \vee S \equiv \forall x(P(x) \vee S)$
- $(\exists x P(x)) \rightarrow S \equiv \forall x(P(x) \rightarrow S)$

Pregunta 2

a) Demuestre que la siguiente oración es satisfacible:

$$\varphi \quad = \quad \forall x_1 \forall x_2 \forall y_1 \forall y_2 \, (x_1 = y_1 \wedge x_2 = y_2 \wedge P(x_1, x_2)) \rightarrow P(y_1, y_2)$$

Para esto dé una interpretación $\mathcal{I}$ tal que $\mathcal{I} \models \varphi$

b) Demuestre que la siguiente oración es una tautología:

$$\varphi \quad = \quad (\exists x P(x) \rightarrow \forall y Q(y)) \rightarrow \forall x \forall y (P(x) \rightarrow Q(y))$$

Para esto muestre que para toda interpretación $\mathcal{I}$ se cumple $\mathcal{I} \models \varphi$

Pregunta 3

Sean $\varphi_1, \varphi_2, \varphi$ fórmulas en LP definidas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\varphi_1 \quad &= \quad \forall x \forall y \forall z.(R(x,y) \wedge R(y,z)) \rightarrow R(x,z) \\
\varphi_2 \quad &= \quad \forall x \forall y.(R(x,y) \wedge R(y,x)) \rightarrow x = y \\
\varphi_3 \quad &= \quad \forall x \exists y.R(x,y) \rightarrow \exists y \forall x.R(x,y)
\end{aligned}$$

Demuestre que ninguna de las afirmaciones es consecuencia lógica de las otras dos.

Pregunta 4

Todo gato es querido por al menos un perro.

Ningún perro quiere a un reptil

Por lo tanto, ningún gato es reptil.

Modele la afirmación anterior usando lógica de predicados y demuestre que es verdadera o que es falsa.