NOMBRE: Matías Duhalde N° LISTA: -

PUNTAJE:

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

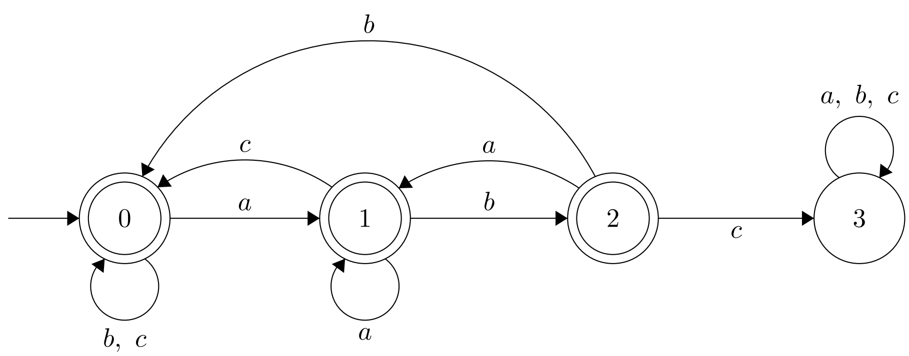
IIC2223 — Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales — 2' 2021

Tarea 2 – Respuesta Pregunta 1

ExpReg 1

Todas las palabras que no contienen la subpalabra *abc*.

Para definir esta expresión regular, es mucho más conveniente comenzar desde un autómata. El siguiente DFA define el lenguaje esperado.



Se puede observar que todos los estados son finales, excepto el 3, el cual sólo se alcanza al leer la secuencia abc en la entrada. Dado que el estado 3 funciona como sumidero, se rechazará cualquier palabra que lo alcance.

A través del algoritmo MNY, se puede obtener una expresión regular a partir del autómata. La expresión regular resultante es la siguiente:

$$
\begin{aligned}
&(b + c + a(a + ba)^*(c + bb))^*(\epsilon + a(a + ba)^*(\epsilon + b)) \\
&= (b + c + a(a + ba)^*(c + bb))^*(a(a + ba)^*b^?)^?
\end{aligned}
$$

Poniendo atención al primer paréntesis de la ExpReg $(b + c + a(a + ba)^*(c + bb))^*$, podemos notar que es imposible formar el patrón $*abc*$, debido a que bc (que se genera con $(b + c)^*$) sólo puede ser precedido por algún patrón "generado" por $a(a + ba)^*(c + bb)$ (sin contar otras palabras generadas por $(b + c)^*$), que es imposible que termine con a.

ExpReg 2

Todas las palabras donde cada a esta seguida eventualmente por una b y para todo par de letras a existen dos o más letras b entre medio.

La siguiente expresión regular posee el lenguaje solicitado:

$$(b+c)^*\Big(a(b+c)^*b(b+c)^*b(b+c)^*\Big)^*(a(b+c)^*b(b+c)^*)^?$$

Esta expresión regular cumple las restricciones pedidas al aceptar las siguientes palabras:

1. Acepta todas las palabras que no contienen a, por lo que no aplican las restricciones.
2. Acepta las palabras que contienen una sola a (opcionalmente precedidas de alguna combinación de b y c), y además, estén seguidas **eventualmente** por una b. Dado que sólo hay una a, la restricción de pares no aplica.
3. Acepta las palabras donde cada letra a está eventualmente seguida por dos b antes de la siguiente a, y opcionalmente, la última a puede estar seguida eventualmente de una sola b en lugar de dos. Estas palabras cumplen las restricciones, debido a que entre cada par de a, hay por lo menos dos b, lo que se genera a partir de $(a(b+c)^*b(b+c)^*b(b+c)^*)^*$. Además, la última a siempre está sucedida por al menos dos b (por la parte recién mostrada), y la final puede también ser sucedida por al menos una b, a partir de $(a(b+c)^*b(b+c)^*)^?$.

NOMBRE: Matías Duhalde

Nº LISTA: -

PUNTAJE:

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC2223 — Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales — 2' 2021

Tarea 2 – Respuesta Pregunta 2

Se quiere demostrar que el siguiente lenguaje no es regular:

$$L = \{u_1\#u_2\#...\#u_k \| u_1, ..., u_k \in \{a,b\}^* \text{ con } k \geq 2 \text{ y } u_i \neq u_j \text{para todo } i \neq j\}$$

Por contradicción, asumimos que el lenguaje L es regular. Si es regular, entonces cumple el lema de bombeo.

Sea $N > 0$ la constante del lema de bombeo. Se puede definir la siguiente palabra

$$a^N\#a^{N-1}\#a^{N-2}\#...\#a^2\#a^1\#a^0$$

Es evidente ver que la palabra pertenece a L para todo $N > 0$, dado que todos los sub-strings de la forma a^i para $0 \leq i \leq N$ tienen un largo distinto, y por lo tanto, $a^i \neq a^j$ para todo $i \neq j$.

Se define $w = x \cdot y \cdot z$ tal que

$$\begin{aligned} x &= \epsilon \\ y &= a^N \\ z &= \#a^{N-1}\#...\#a^1\#a^0 \end{aligned}$$

Notar que $|a^N| = N$. Se define $y = a^N = u \cdot v \cdot w$ de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} u &= a^l \\ v &= a^m && m \neq 0 \\ w &= a^n \end{aligned}$$

Tal que $y = a^l \cdot a^m \cdot a^n$, $a^m \neq \epsilon$, y $l + m + n = N$. Asumimos que L es regular, por lo que según el lema de bombeo, para todo $i \geq 0$, se cumple que

$$x \cdot u \cdot v^i \cdot w \cdot z = x \cdot a^l \cdot (a^m)^i \cdot a^n \cdot z \in L$$

Sin embargo, si tomamos $i = 0$, entonces la palabra resultante quedaría así:

$$\begin{aligned} w &= x \cdot a^l \cdot (a^m)^0 \cdot a^n \cdot z \\ &= \epsilon \cdot a^l \cdot \epsilon \cdot a^n \cdot \#a^{N-1}\#a^{N-2}\#...\#a^1\#a^0 \\ &= a^l a^n \#a^{N-1}\#a^{N-2}\#...\#a^1\#a^0 \end{aligned}$$

Dado que $a^m \neq \epsilon$, $m \neq 0$, y $l + m + n = N$, tenemos que $l + n < N$, y también $|a^l a^n| < N$. Por como está definida la palabra inicial $a^N\#a^{N-1}\#...\#a^1\#a^0$, tenemos que debe existir un sub-string a^k en la palabra, con $0 \leq k \leq N-1$, tal que $k = l + n$, y $a^k = a^l a^n$. Podemos notar que esto contradice la definición de L, y por lo tanto, la palabra $x \cdot u \cdot v^i \cdot w \cdot z$ para $i = 0$ no pertenece a L.

Por la contradicción encontrada, podemos concluir que el lenguaje L no es regular. $\square$