NOMBRE: Matías Duhalde   Nº LISTA: -

PUNTAJE:

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC2223 — Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales — 2' 2021

Tarea 4 – Respuesta Pregunta 1

1.

Se define la siguiente gramática libre de contexto:

$$\begin{aligned}
G &= (V, \Sigma, P, S) \\
V &= \{A, S\} \\
\Sigma &= \{a, b\} \\
P: \quad & S \to aSa \mid bSb \mid aAb \mid bAa \mid a \mid b \\
& A \to aAa \mid bAb \mid a \mid b \mid \epsilon
\end{aligned}$$

2.

PD: $\mathcal{L}(G) = L$

1. $\mathcal{L}(G) \subseteq L$

Para la gramática definida, se pueden dar los siguientes casos base

$$S \to a \in L \tag{1}$$
$$S \to b \in L \tag{2}$$
$$S \to aAb \to ab \in L \tag{3}$$
$$S \to aAb \to aab \in L \tag{4}$$
$$S \to aAb \to abb \in L \tag{5}$$
$$S \to bAa \to ba \in L \tag{6}$$
$$S \to bAa \to baa \in L \tag{7}$$
$$S \to bAa \to bba \in L \tag{8}$$

Y se pueden dar los siguientes casos recursivos, construídos sobre los anteriores:

$$\begin{aligned}
S &\to aAb \\
&\to bAa := kAk' \to kaAak' \\
&\qquad \to kbAbk' \to ... \to kmAm^{rev}k' \to kmxm^{rev}k'
\end{aligned}$$

Donde:

- $k, k' \in \{a, b\}$, y si $k = a \to k' = b$ y $k = b \to k' = a$
- $m \in \Sigma^*$, $|m| \geq 0$
- $x \in \{a, b, \epsilon\}$

Se puede notar que $kmxm^{rev}k' \in L$, debido a que mxm^{rev} es un palíndromo, y tener k con k' darían la condición de casi palíndromo, al ser distintos.

El último caso recursivo que se puede armar desde corresponde a

$$\begin{aligned} S &\to aSa \\ &\to bSb \to ... \to mSm^{rev} \to mwm^{rev} \end{aligned}$$

Donde:

- Nuevamente $m \in \Sigma^*$, $|m| \geq 0$
- w corresponde a alguno de los casos base (1-8), a alguna palabra de la forma $kmxm^{rev}k'$.

$mwm^{rev} \in L$, debido a que los lados derecho e izquierdo (compuestos por m y m^{rev} son palindrómicos, y w le daría la condición de casi-palíndromo, como se explicó anteriormente.

Por lo tanto, y dado que se cubrieron todos los casos, $\mathcal{L}(G) \subseteq L$.

2. $L \subseteq \mathcal{L}(G)$

Dada la definición de palíndromo, tenemos que corresponde a las palabras de la forma: uxu^{rev}, donde $u \in \Sigma^*$, y $x \in (\Sigma \cup \{\epsilon\})$. Por lo tanto, una definición de casi-palíndromo, sería un palíndromo uxu^{rev}, con x distinto de ϵ, o bien, una palabra $ukvxv^{rev}k'u^{rev}$, donde $k \neq k'$, para $k \in (\Sigma \cup \{\epsilon\})$, y $u, v \in \Sigma^*$.

Podemos ver que la primera forma (uxu^{rev}), puede ser conseguida con la siguiente derivación de G:

$$\begin{aligned} S &\to aSa \\ &\to bSb \to ... \to uSu^{rev} \to uaAbu^{rev} \\ &\qquad\qquad \to ubAau^{rev} := ukAk'u^{rev} \to ... \to ukvAv^{rev}k'u^{rev} \to ukvxv^{rev}k'u^{rev} \end{aligned}$$

Por lo tanto, se pueden definir las palabras de L con G, y $L \subseteq \mathcal{L}(G)$.

Dado que $L \subseteq \mathcal{L}(G) \land \mathcal{L}(G) \subseteq L$, entonces $\mathcal{L}(G) = L$. $\square$