8 50

Promociona con 9

MATEMÁTICA 1 – 2do parcial-1ra fecha - 29-06- 2023 **TEMA 2A**

Apellido y Nombre. Guaymas. Matías. Julián .... *Legajo#*. 2306110

Se tendrán en cuenta para la corrección los siguientes criterios:
Desarrollo y justificación de los pasos para llegar a la respuesta
Escritura explícita de la respuesta
Claridad y orden en la escritura

1) De un total de 35 alumnos (entre los que estan Santi y Juli) se forma un primer grupo de 12 alumnos y luego un segundo grupo de otros 12 alumnos.

M a) ¿De cuantas maneras pueden elegirse si Santi y Juli deben estar en el primer grupo?

B b) ¿De cuantas maneras pueden ordenarse las letras de la palabra E N T R E N A M I E N T O ?

B 2) a)Encontrar la matriz X tal que B.X = C , siendo $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 3 & 0 \\ 30 & 6 \end{pmatrix}$

B b) Sean A,E,D,T matrices nxn tales que A y T tienen inversa.
Probar que si A^{-1}. D. T = A^{-1}. E . T entonces D = E.

E 3) a) Usando determinantes, encontrar TODOS los valores de k para q la matriz M , TENGA inversa.

$$M=\begin{pmatrix} (5-2k) & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & (k+2) \end{pmatrix}$$

B b) Calcular el determinante para k=2 .

B 4) a) Escribir el sistema en forma matricial AX=B , resolverlo y expresar su solución indicando que tipo de solución tiene:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z - w = 4 \\ y - z + 4w = 2 \\ x + 3y + 2z + 3w = 6 \end{cases}$$

B b) Dar DOS soluciones particulares del sistema.

B 5) a) Calcular los rangos de la matriz A y de la matriz ampliada del ejercicio anterior.

B b) Con los resultados obtenidos en el inciso a), comparar los rangos y clasificar el sistema de acuerdo al teorema de Rouché- Frobenius .

GUAYMAS MATÍAS
LEGAJO: 2306110
DNI: 46201342

HOJA 1

2) a) Hallar X tal que $B.X=C$

$$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\\3&2\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}8&2\\3&0\\30&6\end{pmatrix} \qquad \left.\begin{matrix}A\in\mathbb{R}^{2\times3}\\C\in\mathbb{R}^{2\times3}\end{matrix}\right\}\text{ O sea que } X\in\mathbb{R}^{2\times2}\rightarrow A.X\in\mathbb{R}^{2\times3}$$

Reemplazo los coeficientes de la matriz X por letras:

$$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\\3&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a&b\\c&D\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&2\\3&0\\30&6\end{pmatrix}$$

Multiplico...

$$\begin{pmatrix}a&b\\c&D\\3a+2c&3b+2D\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&2\\3&0\\30&6\end{pmatrix}$$

Armo un sistema de ecuaciones

$$\begin{cases}a=8\\b=2\\c=3\\D=0\\3a+2c=30\rightarrow 3.8+2.3=30\\3b+2D=6\rightarrow 3.2+2.0=6\end{cases}$$

Entonces la matriz X es:

$$X=\begin{pmatrix}8&2\\3&0\end{pmatrix}$$

✓

b) $A,E,D,T\in\mathbb{R}^{n\times n}$

Existe A^{-1} y T^{-1}.

Probar que $A^{-1}.D.T=A^{-1}.E.T\rightarrow D=E$

(a la izquierda)
Empezamos por multiplicar ambos lados de la ecuación por A, además reagrupamos los términos

$A.A^{-1}.D.T=A.A^{-1}.E.T$

$A.A^{-1}$ es igual a la identidad $(A.A^{-1}=I)$

$I.D.T=I.E.T$

Sabemos que T tiene inversa, entonces multiplicamos ambos términos por T^{-1}

$I.D.T.T^{-1}=I.E.T.T^{-1}$

$T.T^{-1}$ es igual a la identidad ($T.T^{-1}=I$)

$I.D.I = I.E.I$

Identidad por identidad es igual a identidad ($I.I=I$)

$I.D = I.E$

La identidad es el neutro y, $A.I=A$

$\boxed{D=E}$ ✓

4) a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$

Lo resuelvo:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 3 & 6 \end{array}\right) (F_3 \leftarrow F_3 - F_1) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 4 & 2 \end{array}\right) (F_3 \leftarrow F_3 - F_2) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) (F_1 \leftarrow F_1 - 2F_2) \sim$$

$$\left.\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 5 & -9 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)\right\}$$ Tiene infinitas soluciones.

$x+5z-9w=0$. Despejo... $y-z+4w=2$. Despejo

$\overset{(1)}{\hookrightarrow} x = 9w-5z$

$\overset{(2)}{\hookrightarrow} z=(9w-x):5 \rightarrow z = 9/5w - x/5$

$\overset{(3)}{\hookrightarrow} w=(-x-5z):(-9) \rightarrow w = x/9+5/9z$

$\overset{(1)}{\hookrightarrow} y = 2-4w+z$ ✓

Conjuntos solución:

$S=\{(9w-5z, 2-4w+z, z, w): z, w \in \mathbb{R}\}$

$S=\{(x, 2-4w+z, 9/5w-x/5, w): x, w \in \mathbb{R}\}$

$S=\{(x, 2-4w+z, z, x/9+5/9z): x, z \in \mathbb{R}\}$

son todos equivalentes

1) b) ENTRENAMIENTO

13 LETRAS

SE REPITE: 3 VECES LA E
- 3 VECES LA N
- 2 VECES LA T

} PERMUTACIÓN PERO LETRAS REPETIDAS $\Rightarrow \dfrac{13!}{\underbrace{3!}_{E}\,\underbrace{3!}_{N}\,\underbrace{2!}_{T}} = \dfrac{13!}{3!\,3!\,2!} = 86486400$ MANERAS DE ORDENAR ENTRENAMIENTO

a) 35 personas $<$ 12 GRUPO → ME INTERESA SOLO ESTE GRUPO; 12 GRUPO

$\boxed{S}$ $\boxed{J}$ $\underline{10}$ $\underline{9}$ $\underline{8}$ $\underline{7}$ $\underline{6}$ $\underline{5}$ $\underline{4}$ $\underline{3}$ $\underline{2}$ $\underline{1}$

$10! = 3628800$ MANERAS EN QUE JULI Y SANTI ESTÉN EN EL PRIMER GRUPO

3) a) Para que tenga inversa entonces $Det(A) \neq 0$.

$$M = \begin{pmatrix} (5-2K) & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & (K+2) \end{pmatrix}$$

Para que la matriz tenga inversa TODOS los valores de tienen que ser distintos de -2 $(K \neq -2)$ → No es el único valor.

Ya que si $K = -2$ entonces el coeficiente de la fila 3 columna 3 quedaría 0. Si prestamos atención la fila 3, todos sus coeficientes son iguales a los de la fila 2 pero estos están multiplicados ~~por~~ por 2. Cuando calculemos la determinante, está será igual a 0.

En definitiva, TODOS los valores de K distintos de -2 son valores válidos para que la matriz M tenga inversa

GUAYMAS MATÍAS
LEG: 23061/0
DNI: 46201342
HOJA 2

b) $x+5z-9w=0$ $\quad$ $y-z+4w=2$

z y $w=1$ $\quad$ z y $w=1$

$x+5.1-9.1=0$ $\quad$ $y-1+4.1=2$

$x+5-9=0$ $\quad$ $y+3=2$

$x-4=0$ $\quad$ $\boxed{y=-1}$

$\boxed{x=4}$

$S=\{(4;-1,1,1)\}$

$$\left\{\begin{array}{l} x+5z-9w=0 \\ y-z+4w=2 \end{array}\right\} z \text{ y } w=2$$

$x+5.2-9.2=0 \rightarrow x+10-18=0 \rightarrow \boxed{x=8}$
$y-2+4.2=2 \quad y+6=2 \rightarrow \boxed{y=-4}$

$S=\{(8,-4,2,2)$

5)a) $A=\underbrace{\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 9 \\ 0 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{r(A)}\begin{matrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{matrix}}_{r(A|b)}$ $\quad$ Rango de A $(r(A))=2$

Rango de A ampliada $(r(A|b))=2$

b) $r(A)=r(A|b)<n$. O sea: el rango de la matriz A es igual al de la matriz ampliada, pero ese resultado, es menor al número de incógnitas, por lo que el sistema es compatible indeterminado (infinitas soluciones).

3) b) $k=2$ $\quad M=\begin{pmatrix} (5-2.2) & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & (2+2) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

$\text{Det}(M)=1.\text{Det}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}+1.\text{Det}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}=1.4+1.0=4\Big\}\text{Det}(M)=4$

$\text{Det}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}=1.4=4$

$\text{Det}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}=3.2-6.1=0$