

Matemática 3 - Resultados

Práctica 1

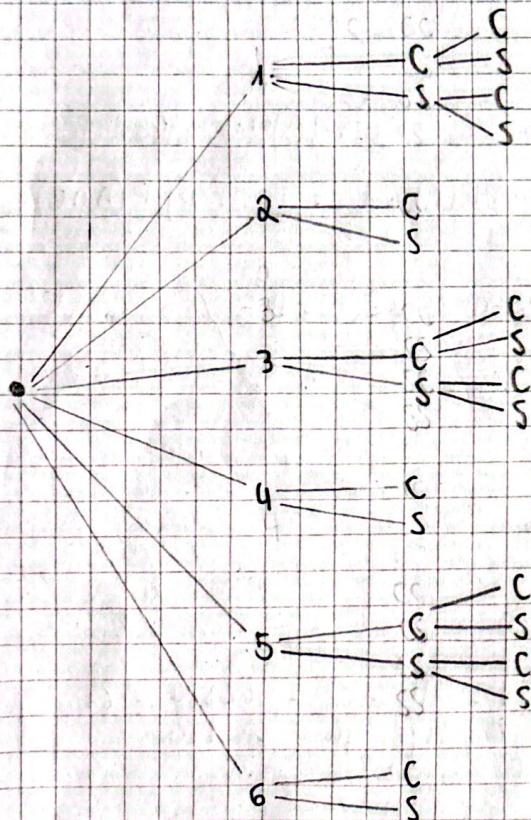
1. a) $S = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$
b) $S = \{(x,y) / 1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 6, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$
2. $S = \{1CC, 1CS, 1SC, 1SS, 2C, 2S, 3CC, 3CS, 3SC, 3SS, 4C, 4S, 5CC, 5CS, 5SC, 5SS, 6C, 6S\}$
3. a) $S_1 = \{\text{FFFF}, \text{FFFM}, \text{FFMF}, \text{FFMM}, \text{FMFF}, \text{FMFM}, \text{FMNF}, \text{FMMM}, \text{MFFF}, \text{MFFM}, \text{MFMF}, \text{MFMM}, \text{MMFF}, \text{MMFM}, \text{MMMF}, \text{MMMM}\}$ si se considera con orden
 $S_1 = \{\{\text{FFFF}\}, \{\text{FFFM}\}, \{\text{FFMF}\}, \{\text{FFMM}\}, \{\text{FMNF}\}, \{\text{FMMM}\}, \{\text{MFFF}\}, \{\text{MFFM}\}, \{\text{MFMF}\}, \{\text{MFMM}\}, \{\text{MMFF}\}, \{\text{MMFM}\}, \{\text{MMMF}\}, \{\text{MMMM}\}\}$ si se considera sin orden
b) $S_2 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
4. A = $\{(3,6),(4,5),(4,6),(5,4),(5,5),(5,6),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$
B = $\{(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(1,2),(3,2),(4,2),(5,2),(6,2)\}$
C = $\{(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$
 $A \cap C = \{(5,4),(5,5),(5,6),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$
 $A \cap B = \emptyset$
 $B \cap C = \{(5,2),(6,2)\}$
5. A = $\{1CC, 1CS, 1SC, 1SS, 2C, 2S\}$
B = $\{1SS, 3SS, 5SS\}$
 $A^c = \{3CC, 3CS, 3SC, 3SS, 4C, 4S, 5CC, 5CS, 5SC, 5SS, 6C, 6S\}$
 $A^c \cap B = \{3SS, 5SS\}$
 $A \cup B = \{1CC, 1CS, 1SC, 1SS, 2C, 2S, 3SS, 5SS\}$
6. a) $\frac{10}{36}$ b) $\frac{11}{36}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{7}{36}$
7. a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{5}{14}$
8. a) $S = \{1, 2, 3, 4\}$ b) $\frac{1}{2}$ c₁) No, $S = \{1, 2, 3, 4\}$ c₂) Si, $\frac{5}{9}$
9. $\frac{6.5^2}{6^5} = 0,0193$
10. a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{10}$
11. a) $\frac{1}{15}$ b) $\frac{1}{3}$
12. a) 0,32 b) 0,68
13. a) 0,58 b) 0,96 c₁) 0,80 c₂) 0,45 c₃) 0,55
14. $P(A) = \frac{1}{3}$ $P(B) = \frac{2}{3}$ $P(A \cap B^c) = \frac{1}{12}$
15. 0,5969

PRÁCTICA 1

1) a) $S = \{(1_x, 1_y), (1_x, 2_y), (1_x, 3_y), (1_x, 4_y), (1_x, 5_y), (1_x, 6_y), (2_x, 1_y), (2_x, 2_y), (2_x, 3_y), (2_x, 4_y), (2_x, 5_y), (2_x, 6_y), (3_x, 1_y), (3_x, 2_y), (3_x, 3_y), (3_x, 4_y), (3_x, 5_y), (3_x, 6_y), (4_x, 1_y), (4_x, 2_y), (4_x, 3_y), (4_x, 4_y), (4_x, 5_y), (4_x, 6_y), (5_x, 1_y), (5_x, 2_y), (5_x, 3_y), (5_x, 4_y), (5_x, 5_y), (5_x, 6_y), (6_x, 1_y), (6_x, 2_y), (6_x, 3_y), (6_x, 4_y), (6_x, 5_y), (6_x, 6_y)\}$

b) $S = \{ (x, y) : x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, y = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

2) $S = \{1CC, 1CS, 1SC, 1SS, 2C, 2S, 3CC, 3CS, 3SC, 3SS, 4C, 4S, 5CC, 5CS, 5SC, 5SS, 6C, 6S\}$



3) a) $S_1 = \{ (F, F, F, F), (F, F, F, M), (F, F, M, F), (F, M, F, F), (M, F, F, F), (F, F, M, M), (F, M, M, F), (M, M, F, F), (M, F, M, F), (M, F, F, M), (F, M, M, F), (M, M, M, F), (M, F, M, M), (M, M, F, M) \}$

b) $S_2 = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$

4) a) $A = \{ (3_x, 6_y), (4_x, 5_y), (4_x, 6_y), (5_x, 4_y), (5_x, 5_y), (5_x, 6_y), (6_x, 3_y), (6_x, 4_y), (6_x, 5_y), (6_x, 6_y) \}$

b) $B = \{ (1_x, 2_y), (2_x, 1_y), (2_x, 2_y), (2_x, 3_y), (2_x, 4_y), (2_x, 5_y), (2_x, 6_y), (3_x, 2_y), (4_x, 2_y), (5_x, 2_y), (6_x, 2_y) \}$

$$c) C = \{(5_x, 1_y), (5_x, 2_y), (5_x, 3_y), (5_x, 4_y), (5_x, 5_y), (5_x, 6_y), (6_x, 1_y), (6_x, 2_y), (6_x, 3_y), (6_x, 4_y), (6_x, 5_y), (6_x, 6_y)\}$$

$$d) A \cap C = \{(5_x, 4_y), (5_x, 5_y), (5_x, 6_y), (6_x, 3_y), (6_x, 4_y), (6_x, 5_y), (6_x, 6_y)\}$$

$$e) A \cap B = \emptyset$$

$$f) B \cap C = \{(5_x, 2_y), (6_x, 2_y)\}$$

$$5) a) A = \{1CC, 1CS, 1SC, 1SS, 2C, 2S\}$$

$$b) B = \{1SS, 3SS, 5SS\}$$

$$c) A^c = \{3CC, 3CS, 3SC, 3SS, 4S, 4C, 5CC, 5CS, 5SC, 5SS, 6C, 6S\}$$

$$d) A^c \cap B = \{3SS, 5SS\}$$

No son disjuntos.
P

$$e) A \cup B = \{1CC, 1CS, 1SC, 1SS, 2C, 2S, 3SS, 5SS\} \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$6) a) P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18} \quad b) P(B) = \frac{11}{36} \quad c) P(C) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \quad d) P(A \cap C) = \frac{7}{36}$$

Si B es un evento de un espacio muestral equiprobable entonces $P(B) = \frac{\#B}{\#S}$

7) a) A: "se selecciona un diccionario"

$$P(A) = \frac{\binom{1}{1} \binom{8}{2}}{\binom{9}{3}} = \frac{1 \cdot 28}{84} = \frac{28}{84} = \frac{1}{3}$$

$$\binom{1}{1} = 1 \quad \binom{8}{2} = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{40320}{2 \cdot 720} = 28 \quad \binom{9}{3} = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{362880}{6 \cdot 720} = 84$$

Rta: La probabilidad de que se seleccione el diccionario es 1/28.

b) B: "se seleccionen 2 novelas y 1 libro de poemas".

$$P(B) = \frac{\binom{5}{2} \binom{3}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{10 \cdot 3}{84} = \frac{30}{84} = \frac{5}{14}$$

$$*\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{120}{12} = 10 \quad \binom{3}{1} = \frac{3!}{1!2!} = \frac{6}{2} = 3$$

Rta: La probabilidad que se seleccionen 2 novelas y 1 diccionario es 5/14.

8) a) $S = \{1, 2, 3, 4\}$
 b) $P(2 \cup 4) = P(2) + P(4)$

$$= \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

c) c1) No, no cambiaría el espacio muestral ya que el conjunto de todos los resultados posibles del experimento aleatorio sigue siendo el mismo, más allá de que haya aumentado la probabilidad de que salga una cara con el número 4.

c2) Sí, cambiaría la probabilidad de que salga un número par, porque la probabilidad de salir con la cara con el número 4 es $\frac{1}{9}$, y la del resto de las caras es $\frac{1}{9}$.

$$P(2 \cup 4) = P(2) + P(4) = \frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$$

9) A: "se obtienen 4 números iguales".

$$P(A) = \frac{6 \cdot 5 \cdot 5}{6^5} = \frac{150}{7776} = \frac{25}{1296}$$

6^5 = total de posibles resultados

5 = formas de elegir el número diferente para 5º tirada

5 = formas de organizar la tirada. $(5) = 5$

10)

A: "el número de la carta es divisible por 5"
 B: "el número de la carta termina en 2"

$$a) P(A) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

$$b) P(B) = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$$

11) a) $\underline{P_1} \quad \underline{P_2} \quad \underline{4} \quad \underline{3} \quad \underline{2} \quad \underline{1}$

A: "Pablo y María se sientan en los asientos de la extremidad izquierda".

$$P(A) = \frac{4! \cdot 2!}{6!}$$

Donde 2! es el número de formas en que Pablo y María puedan sentarse entre sí.

$$= \frac{48}{720} = \frac{1}{15}$$

b) B: "Pablo y María terminan sentados uno junto al otro".

$$P(B) = \frac{2 \cdot 5 \cdot 4!}{6!} = \frac{240}{720} = \frac{1}{3}$$

12) a) A = "Una PC está en un dormitorio"

$$P(A) = P(DA + DN + OD)$$

$$P(A) = P(DA) + P(DN) + P(OD)$$

$$\rightarrow P(A) = 0,03 + 0,15 + 0,14 = 0,32$$

Rta: La probabilidad de que una PC esté en un dormitorio es $0,32$ o $32/100$.

$$b) P(A^c) = P(OE + OH)$$

$$P(A^c) = P(OE) + P(OH)$$

$$P(A^c) = 0,40 + 0,28 = 0,68$$

Rta: La probabilidad de que un PC no esté en un dormitorio es 0,68 o 68/100.

13) a) A: "el componente funciona más de 6000 horas"

$$P(A) = 0,42$$

B: "el componente no dura más de 4000 horas"

$$P(B) = 0,04$$

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

$$= 1 - 0,42$$

$$= 0,58$$

La probabilidad de que la vida del componente sea menor o igual a 6000 horas es 0,58.

$$b) P(B^c) = 1 - P(B)$$

$$= 1 - 0,04$$

$$= 0,96$$

La probabilidad de que la vida del componente sea mayor que 4000 horas es de 0,96.

c) c) A: "el componente falla en la prueba"

B: "el componente se reforma"

$$P(A) = 0,20 \quad P(B) = 0,35$$

$$c1) P(A^c) = 1 - P(A)$$

La probabilidad de que el componente no falle es 0,80

$$P(A^c) = 1 - 0,20$$

$$P(A^c) = 0,80 \quad \rightarrow \text{Por ley de De Morgan}$$

$$c2) P(A^c \cap B^c) = P(A \cup B)^c$$

, son disjuntos A y B
La probabilidad de que el dispositivo funcione perfectamente

$$P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B)$$

$$= 0,55$$

$$P(A^c \cap B^c) = 1 - 0,55$$

$$P(A^c \cap B^c) = 0,45$$

c3) Como A y B son disjuntos: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = 0,20 + 0,35$$

$$P(A \cup B) = 0,55$$

La probabilidad de que el componente falle o se reforme

en la prueba 0,55.

$$14) P(A \cup B) = 3/4, P(A^c) = 2/3, P(A \cap B) = 1/4.$$

$$\bullet P(A) + P(A^c) = 1 \quad \text{①}$$

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$

$$P(A) = 1 - 2/3$$

$$P(A) = 3/3 - 2/3$$

$$P(A) = 1/3$$

$$\bullet P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$3/4 = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$3/4 = 1/3 + P(B) - 1/4$$

$$3/4 - 1/3 + 1/4 = P(B)$$

$$P(B) = 2/3$$

$$\bullet P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B^c) = 1/3 - 1/4$$

$$P(A \cap B^c) = 1/12$$

$$15) \text{ Altura } (h): 3^2 = h^2 + 1,5^2$$

$$P(\text{triangle}) = 9 = h^2 + 9/4$$

$$h^2 = 9 - 9/4$$

$$h^2 = 27/4$$

$$h = \sqrt{27/4}$$

$$h = \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

$$\text{Area} \Delta = \frac{\text{base} \cdot h}{2}$$

$$\text{Area Sector} = \frac{\pi \cdot 1^2 \cdot \pi/3}{2\pi}$$

$$\text{Area} \Delta = \frac{3 \cdot \frac{3}{2}\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Area Sector} = \frac{\pi^2/3}{2\pi}$$

$$\text{Area} \Delta = \frac{9/2\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Area Sector} = \pi/6$$

$$\text{Area} \Delta = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

A: "La distancia de un punto interior de un triángulo equilátero de lado 3 a un vértice es mayor que 1".

P(A) =

$$\frac{\text{Area} \Delta - 3 \cdot \text{Area Sector}}{\text{Area} \Delta}$$

$$P(A) = \frac{\text{Area} \Delta - 3 \cdot \text{Area Sector}}{\text{Area} \Delta}$$

$$P(A) = 1 - \frac{3(\pi/6)}{(9\sqrt{3}/4)}$$

$$P(A) = 1 - \frac{\pi/2}{(9\sqrt{3}/4)}$$

$$P(A) = 1 - \frac{2\pi}{9\sqrt{3}}$$

$$P(A) \approx 1 - 0,403$$

$$P(A) \approx 0,597$$

∴ La probabilidad de que la distancia de un punto interior de un triángulo equilátero de lado 3 a un vértice sea mayor que 1 es 0,597.