

Matemática 3 - Resultados

Práctica 3

1. Discretas: a, d y e. Continuas: b, c y f.

2. a)

x	0	1	2	3	4
p(x)	$\frac{1}{210}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{1}{14}$

b) $P(X=0) = \frac{1}{210}$ $P(X=2) = \frac{3}{7}$ $P(X \leq 2) = \frac{23}{42}$ $P(X \geq 2) = \frac{37}{42}$

3. $P(X \leq 1/8) = 0,2$ $P(X \leq 1/4) = 0,9$ $P(X \leq 5/16) = 0,9$

x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$
p(x)	0,2	0,7	0,1

4. a) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 0,41 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 0,78 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 0,94 & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ 0,99 & \text{si } 3 \leq x < 4 \\ 1 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$

b) $F(2) = 0,94$ $F(3,1) = 0,99$

5. a) $E(X) = \frac{12}{5} = 2,4$ $E(X^2) = \frac{32}{5} = 6,4$ $V(X) = \frac{16}{25} = 0,64$

b) $E(X) = \frac{22}{25} = 0,88$ $E(X^2) = \frac{81}{50} = 1,62$ $V(X) = \frac{1057}{1250} = 0,8456$

6. a) $E(X) = 2,3$ $V(X) = 1,81$ $d(X) = 1,3454$

b1)

y	10	20	30	40	50
p(y)	0,4	0,2	0,2	0,1	0,1

b2) $E(Y) = 23$ $V(Y) = 181$ $d(Y) = \sqrt{181} = 13,4536$

7. a) 0,1877 b) 0,4148 c) 15

8. a) 0,825 b) 0,0621

9. a)

x	0	1	2	3	4
p(x)	0,4096	0,4096	0,1536	0,0256	0,0016

b) $E(X) = 0,8$ $V(X) = 0,64$

10. a) $\frac{3}{256} = 0,0117$ b) $\frac{4}{3} = 1,333\dots$

11. a) $P(X=12) = 0,0314$ b) $E(X) = 10$ $V(X) = 90$

12. a) 0,0053 b) 0,1353

13. a) $P(X > 4) = 0,9004$ $P(7 \leq X \leq 10) = 0,5025$
b) 0,0724

14. a) 0,3 b) $E(X) = 1,2$ $V(X) = 0,56$

15. a) 0,2649 b) 0,2646

PRÁCTICA 3

13) a) $X_1 = \# \text{ visitas q' se reciben en un dia}$

$$X_1 \sim P_0(8)$$

$$E(X_1) = \lambda$$

$$P(X_1 > 4) = 1 - P(X_1 \leq 4)$$

complemento

$$= 1 - F(4) = 1 - 0,1 = \underline{\underline{0,9}}$$

+ tabla

$$P(7 \leq X_1 \leq 10) = P(6 < X_1 \leq 10) = F(10) - F(6) = 0,816 - 0,313 = \underline{\underline{0,503}}$$

A
+0,010

b) $Y = \# \text{ dias de la semana con } + \text{ de 4 visitas}$

$$Y \sim B_i(5, 0,9)$$

$$P(Y=3) = \binom{5}{3} \cdot (0,9)^3 \cdot (1-0,9)^{5-3} = 10 \cdot 0,729 \cdot 0,01 = \underline{\underline{0,0729}}$$

1) a) Discreto.

b) Continua

c) Continua

d) Discreta

e) Discreta

f) continua

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	$\frac{11}{210}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{1}{14}$

X: "nº de automóviles que la agencia compra con manchas de pintura".

$$N = 10 \quad k = 4 \quad n = 6$$

$$P(X=x) = \frac{\binom{k}{x} \cdot \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

$$P(X=x) = \frac{\binom{4}{x} \cdot \binom{6}{6-x}}{\binom{10}{6}}, \text{ donde } 0 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{Z}$$

$$b) P(X=0) = \frac{\binom{4}{0} \cdot \binom{6}{6}}{\binom{10}{6}} = \frac{1 \cdot 1}{\frac{1}{210}} = \frac{1}{210}$$

$$\binom{10}{6} = \frac{10!}{6!4!} = 210$$

$$P(X=1) = \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{5}}{\binom{10}{6}} = \frac{4 \cdot 6}{210} = \frac{4}{35}$$

$$P(X=2) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{4}}{\binom{10}{6}} = \frac{6 \cdot 15}{210} = \frac{3}{7}$$

$$P(X=3) = \frac{\binom{4}{3} \cdot \binom{6}{3}}{\binom{10}{6}} = \frac{4 \cdot 20}{210} = \frac{8}{21}$$

$$P(X=4) = \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{6}{2}}{\binom{10}{6}} = \frac{1 \cdot 15}{210} = \frac{1}{14}$$

3) a) $P(X \leq 1|8) = F(1|8) = 0,2$

b) $P(X \leq 1|4) = F(1|4) = 0,9$

c) $P(X \leq 5|16) = F(5|16) = 0,9$

X	1 8	1 4	5 16
$f(x)$	0,2	0,7	0,1

4) a) $F(x) = P(X \leq x)$

$$F(0) = P(X \leq 0) = P(X=0) = f(0) = 0,41$$

$$F(1) = P(X \leq 1) = P(X=0 \vee 1) = f(0) + f(1) = 0,78$$

$$F(2) = P(X \leq 2) = P(X=0,1,2) = f(0) + f(1) + f(2) = 0,94$$

$$F(3) = P(X \leq 3) = P(X=0,1,2,3) = f(0) + f(1) + f(2) + f(3) = 0,99$$

$$F(4) = P(X \leq 4) = P(X=0,1,2,3,4) = f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = 1$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; 0 \leq x < 1 \\ 0,41 & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 0,78 & ; 1 \leq x \leq 2 \\ 0,94 & ; 2 \leq x \leq 3 \\ 0,99 & ; 3 \leq x \leq 4 \\ 1 & ; x \geq 4 \end{cases}$$

$$P(X \geq 2) = \frac{3}{7} + \frac{8}{21} + \frac{1}{14} = \frac{37}{42}$$

$$P(X \leq 2) = \frac{1}{210} + \frac{4}{35} + \frac{3}{7} = \frac{23}{42}$$

b) $F(2) = 0,94$

$$F(3,1) = P(X \leq 3,1) = 0,99$$

5) $E(X) = \sum_{x_i \in \mathbb{R}_X} x_i p(X=x_i)$ $V(X) = [\sum x^2 \cdot p(x)] - \mu^2$ (*)

<u>X</u>	<u>$p(x)$</u>	<u>$x \cdot p(x)$</u>	<u>x^2</u>	<u>$x^2 \cdot p(x)$</u>
0	1/210	0	0	0
1	4/35	4/35	16/210	4/35
2	3/17	6/17	24/17	12/17
3	8/21	8/21	27/21	24/21
4	1/14	2/14	16/14	8/14
Σ	1	12/15	12/15	32/15

$$E(X) = 12/15 = 2,4 \quad E(X^2) = 6,4 \quad V(X) = 0,64$$

<u>X</u>	<u>$p(x)$</u>	<u>$x \cdot p(x)$</u>	<u>x^2</u>	<u>$x^2 \cdot p(x)$</u>
0	0,41	0	0	0
1	0,37	0,37	1	0,37
2	0,16	0,32	4	0,64
3	0,05	0,15	9	0,45
4	0,01	0,04	16	0,16
Σ	1	0,88	/	1,62

$$E(X) = 0,88 \quad E(X^2) = 1,62 \quad V(X) = 0,8456$$

<u>X</u>	<u>$p(x)$</u>	<u>$x \cdot p(x)$</u>	<u>x^2</u>	<u>$x^2 \cdot p(x)$</u>	(*) Aplico mismas fórmulas
1	0,4	0,4	1	0,4	
2	0,2	0,4	4	0,8	
3	0,2	0,6	9	1,8	
4	0,1	0,4	16	1,6	
5	0,1	0,5	25	2,5	
Σ	1	2,3	/	7,1	

$$E(X) = 2,3 \quad V(X) = 1,81 \quad D(X) = \sqrt{1,81} = 1,3454$$

b1)
b) $V = 10X$

Y	10	20	30	40	50
P(Y)	0,1	0,2	0,2	0,1	0,1

b2) $E(Y) = E(10X) = 10E(X) = 10 \cdot 2,3 = 23$

$V(Y) = V(10X) = 10^2 \cdot V(X) = 100 \cdot 11,81 = 1181$

$V(ax) = a^2 \cdot V(x)$

$D(Y) = \sqrt{V(Y)} = \sqrt{1181} = 34,1454$

7) a) X: "nº de normas contestadas en menos de 30 segundos"

X ~ B(10, 0,75)

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$P(X=9) = \binom{10}{9} \cdot 0,75^9 \cdot (1-0,75)^{10-9}$

$P(X=9) = \frac{10 \cdot 0,75^9 \cdot 0,25^1}{9! \cdot 1!}$

$P(X=9) = 10 \cdot 0,0751 \cdot 0,25 = 0,18775$

b) X ~ B(20, 0,75)

$P(X \geq 16) = P(X=16) + P(X=17) + P(X=18) + P(X=19) + P(X=20)$

$P(X \geq 16) = 0,1896 + 0,1339 + 0,0669 + 0,0211 + 0,0031 \approx 0,415$

c) $E(X) = np$

$E(X) = 20 \cdot 0,75 = 15$

8) X: "Un amigo llega a tiempo a trabajar en el automóvil pequeño"

Y: "Un amigo llega a tiempo a trabajar en el automóvil grande"

Z: "Un amigo llega a tiempo a trabajar"

$E(Z) = 0,75X + 0,25Y$

X ~ B(1, 0,9)

$E(Z) = E(0,75X) + E(0,25Y)$

Y ~ B(1, 0,6)

$E(Z) = 0,75 \cdot E(X) + 0,25 \cdot E(Y)$

$E(Z) = 0,75 \cdot 0,9 + 0,25 \cdot 0,6 = 0,825$

b) Z ~ B(10, 0,825)

$P(X=6) = \binom{10}{6} \cdot 0,825^6 \cdot (1-0,825)^{10-6}$

$P(X=6) = \frac{10!}{6!4!} \cdot 0,825^6 \cdot (0,175)^4$

$$P(X=6) = 210 \cdot 0,315 \cdot 0,0009 = \underline{\underline{0,0621}}$$

9) $X \sim H(N, M, n) \rightarrow X \sim H(4, 5, 25)$

$$P(X=k) = \frac{\binom{N}{k} \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

$$P(X=0) = \frac{\binom{5}{0} \binom{20}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{14845}{12650} = 0,3830$$

$$P(X=1) = 0,4505$$

↑ Tabla

$$P(X=2) = 0,1502$$

↑ Tabla

$$P(X=3) = 0,1581$$

↑ Tabla

$$P(X=4) = 0,0004$$

X	0	1	2	3	4
P(X)	0,3830	0,4505	0,1502	0,1581	0,0004

$$b) E(X) = \frac{n \cdot M}{N} = \frac{4 \cdot 5}{25} = \underline{\underline{0,8}}$$

$$V(X) = n \cdot \frac{M}{N} \cdot \left(\frac{N-M}{N} \right) \cdot \left(\frac{N-n}{N-1} \right) = 4 \cdot \frac{5}{25} \cdot \left(\frac{20}{25} \right) \cdot \left(\frac{21}{24} \right) = 4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{8} = \underline{\underline{0,56}}$$

10) a) $Y \sim G(0,75)$ $P(X=k) = (1-p)^{k-1} \cdot p$

$$P(Y=4) = (1-0,75)^{4-1} \cdot 0,75$$

$$P(Y=4) = 0,25^3 \cdot 0,75 = \underline{\underline{0,0117}}$$

$$b) E(Y) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0,75} = \underline{\underline{1,3}}$$

11) X = "número de días hasta que la máquina se descompone por primera vez"

$$X \sim G(0,1) \quad p=0,1$$

$$P(X=12) = (1-0,1)^{12-1} \cdot 0,1$$

$$P(X=12) = 0,9^{11} \cdot 0,1 = \underline{\underline{0,0314}}$$

$$E(X) = \frac{1}{0,1} = \underline{\underline{10}}$$

$$V(X) = \frac{1-p}{p^2} = \frac{1-0,1}{0,1^2} = \underline{\underline{90}}$$

12) a) X : "cantidad de solicitudes de asistencia recibidas por un servicio de remolque de vehículos por hora ($t=1$)" $c=4$

$$X \sim P(4)$$

$$P(X=10) = \frac{e^{-4} \cdot 4^{10}}{10!} = \boxed{0,0053}$$

↑ Tabla

$$P(X=k) = \frac{e^{-c} \cdot c^k}{k!}$$

$$X \sim P(2) \quad 4 \cdot 1/2 = 2$$

$$P(X=0) = \boxed{0,1353}$$

↑ Tabla

$$14) X \sim H(4, 3, 10)$$

$$\text{a)} P(X=2) = \boxed{0,3} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} P(X=2) = \frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{7}{2}}{\binom{10}{4}}$$

↑ Tabla

$$\text{b)} E(X) = \frac{4 \cdot 3}{10} = \boxed{1,2}$$

$$V(X) = 4 \cdot \frac{3}{10} \cdot \left(\frac{7}{10} \right) \cdot \left(\frac{6}{9} \right) = \boxed{0,56}$$

$$15) X \sim H(4, 300, 1000)$$

$$\text{a)} P(X=2) = \frac{\binom{300}{2} \cdot \binom{700}{2}}{\binom{1000}{4}} = \boxed{0,2649}$$

↑ Tabla

$$\text{b)} \frac{N}{N} \rightarrow p \Rightarrow \frac{300}{1000} = 0,3 = p$$

$$X \sim (4, 0, 3)$$

$$P(X=2) = \binom{4}{2} \cdot 0,3^2 \cdot (1-0,3)^2 = \boxed{0,2646}$$

↑ Tabla

Cuando N se hace grande, para una fracción fija de efectivos $p = \frac{N}{N}$, la función de probabilidad hipergeométrica converge a la función de probabilidad binomial.

(p. 48 - Cap 3).