1		2		3		4		5	
a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
B	B	M	B	B	B	B	B	B	B=

9

MATEMÁTICA 3 – 1° CUAT. 2025
1° PARCIAL – 1° FECHA - 21/05/2025

N° de alumno: 230610
Apellido y nombre: Guaymas Matías
Comisión: Tarde

1) De los microprocesadores fabricados mediante cierto proceso, 20% está defectuoso. Se elige aleatoriamente 5 de ellos. Suponga que funcionan independientemente.
a) Cuál es la probabilidad de que todos funcionen?
b) Cuál es la probabilidad de que al menos uno de los microprocesadores funcione?.

2) La holgura de las válvulas de entrada de unos motores nuevos de cierto tipo se distribuye normalmente con media $200\ \mu m$ y desviación estándar $10\ \mu m$.
a) Cual es la probabilidad de que la holgura sea mayor a $215\ \mu m$?
b) Un motor tiene 6 válvulas de entrada. Cuál es la probabilidad de que solo 2 de ellos tengan holguras mayores a $215\ \mu m$?

3) Los espesores de cuñas se distribuyen normalmente con una media de 1.5 mm y una desviación estándar de 0.2 mm. Se apilan 3 cuñas, una sobre otra.
a) Determine la probabilidad de que una pila tenga un espesor de más de 5 mm.
b) Cuál es el número mínimo de cuñas que se debe apilar para que la probabilidad de que la pila tenga un espesor mayor a 5 mm sea de al menos 0.99?
(Sugerencia: probar con n=3 y n=4)

4) Sea X: " n° que sale al lanzar un dado rojo" e Y: """ n° que sale al lanzar un dado verde". Encuentre: a) $E(X+Y)$ b) $E(X.Y)$

5) Un proceso de producir placas de vidrio deja en promedio 3 burbujas pequeñas por cada 10 m^2 de vidrio. El número de burbujas en una lámina de vidrio sigue una distribución de Poisson. .
a) Cuál es la probabilidad de que una pieza de vidrio de 4x6 m no tendrá ninguna burbuja?.
b) Cuál es la probabilidad de que 50 piezas de vidrio, cada una de 4x6 m contendrá más de 300 burbujas?

GUAYMAS MATÍAS Legajo: 2306110 Hoja 1/2 21 05 25

1) X: "número de microprocesadores que no funcionan entre 5"

$X \sim B(n,p)$ $n=5$ $p=0,2$

a) $P(X=0) = f(0) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \binom{5}{0} \cdot 0,2^0 \cdot (1-0,2)^{5-0} \underset{\uparrow \text{App}}{=} \boxed{0,32768}$

b) $P(X \leq 4) = F(4) \underset{\uparrow \text{App}}{=} \boxed{0,9996}$

2) X= "holgura (en μm) de una válvula de entrada de un motor nuevo"

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $\mu = 200$ $\sigma = 10$

1,4

a) $P(X > 215) \underset{\uparrow \text{complemento}}{=} 1 - P(X \leq 214) \underset{\uparrow \text{estandarizo}}{=} 1 - P\Big(\underbrace{\frac{X-\mu}{\sigma}}_{Z \sim N(0,1)} \leq \frac{214-200}{10}\Big) = 1 - P(Z \leq 0,4) = (*)$

es v.a cont. el complemento de $X > 215$ es $X \leq 215$

$(*) = 1 - \Phi(0,4) \underset{\uparrow \text{App}}{=} 1 - 0,6554 = \boxed{0,3446}$

b) Y = "número de motores con holguras mayores a 215 μm entre 6"

$Y \sim B(n,p)$ $n=6$ $p=0,3446$ arrastro de a)

$P(Y=2) = f(2) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \binom{6}{2} \cdot 0,3446^2 (1-0,3446)^{6-2} =$

$\underset{\uparrow \text{App}}{=} \boxed{0,3287} \longrightarrow$ Redondeé

3) X_i: "espesor de la cuña i (en mm)" $i = 1, 2, \dots, n$ $n=3$

$X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ $\mu = 1,5$ $\sigma = 0,2$

a) $P\left(\sum_{i=1}^{n} X_i > 5\right) \underset{\uparrow \text{complemento}}{=} 1 - P\left(\sum_{i=1}^{n} X_i \leq 5\right) \underset{\uparrow \text{estandarizo}}{=} 1 - P\Bigg(\underbrace{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mu}{\sqrt{n} \cdot \sigma}}_{Z \sim N(0,1)} \leq \frac{5 - 3 \cdot 1,5}{\sqrt{3} \cdot 0,2}\Bigg) =$

¿x q'? ← $Z \sim N(0,1)$ Sigue atrás

$= 1 - P(Z \leq 1{,}4434) = 1 - \Phi(1{,}4434) \underset{\uparrow}{=} 1 - 0{,}9255 = \boxed{0{,}0745}$

App

b) Ya se probó que con $n=3$, la probabilidad de que una pila tenga un espesor de más de 5mm es de 0,0745 que es menor que 0.99.

Ahora probaré con $n=4$

$X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ $\quad \mu = 1{,}5 \quad \sigma = 0{,}2 \quad i = 1, 2, \ldots, n \quad n = 4$

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} X_i > 5\right) \underset{\uparrow}{=} 1 - P\left(\sum_{i=1}^{n} X_i \leq 5\right) \underset{\uparrow}{=} 1 - P\left(\underbrace{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mu}{\sqrt{n}\cdot\sigma}}_{Z \sim N(0,1)} \leq \frac{5 - 4\cdot 1{,}5}{\sqrt{4}\cdot 0{,}2}\right) =$$

complemento estandarizo

$$= 1 - P(Z \leq -2{,}5) = 1 - \Phi(-2{,}5) \underset{\uparrow}{=} 1 - 0{,}0062 = \boxed{0{,}9938}$$

App

∴- El número mínimo de cuñas que se debe apilar para que la probabilidad de que la pila tenga un espesor mayor a 5mm de al menos 0,99 es de 4 ($n=4$).

5) X_t: "número de burbujas en T m² de vidrio"

$X_T \sim P(\lambda) \quad \lambda = c \cdot T = 0{,}3 \quad c = 3/10 = 0{,}3$

a) $P(X_{24} = 0) = e^{-0{,}3\cdot 24} \cdot \frac{(-0{,}3\cdot 24)^0}{0!} \underset{\uparrow}{=} \boxed{0{,}0007}$

$f(x) = \frac{e^{-\lambda}\cdot\lambda^x}{x!}$ $\quad$ App

b) Por pieza $6\cdot 4 = 24m^2 \quad \lambda = 7{,}2 \Rightarrow \lambda = 7{,}2\cdot 50 = 360 \quad c = 7{,}2$ (*) $\lambda = 7{,}2$

$T \sim P(360)$ (*) $\quad \lambda = 360 \geq 30$ Puedo utilizar TCL para aproximarla a una normal

$T \approx N(\mu, \sigma^2) \quad \mu = 360 \quad \sigma^2 = 360 \quad \sigma = \sqrt{360} = 18{,}97$

$$P(T > 300) \underset{\uparrow}{=} P\left(\underbrace{\frac{T - \mu}{\sqrt{\sigma^2}}}_{TCL \approx N(0,1)} > \frac{300 - 360}{\sqrt{360}}\right) = P(Z > -3{,}16) \underset{TCL}{\approx} \boxed{0{,}9992} =$$

Estandarizo $\qquad$ y App (opción '>')

(*) T: "número de burbujas en 50 láminas de 24 m² de vidrio (t=50)"

GUAYMAS MATÍAS Legajo 2306110 Hoja 2/2 21 05 25

4) $E(X) = \sum_{x \in R_X}^{6} x \cdot f(x) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{2} = 3{,}5$

$E(Y) = \sum_{y \in R_Y}^{6} y \cdot f(y) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{2} = 3{,}5$

$R_X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $R_Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

X	1	2	3	4	5	6
f(X)	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

Y	1	2	3	4	5	6
f(Y)	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

Cálculos para calcular E(X) e E(Y)

$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6} + 1 = \frac{7}{2}$

X e Y son variables aleatorias independientes.

a) $E(X+Y) \underset{\text{linealidad}}{=} E(X) + E(Y) = 3{,}5 + 3{,}5 = \boxed{7}$

muy bien justificado

b) $E(X \cdot Y) \underset{\text{por independencia de las v.a}}{=} E(X) \cdot E(Y) = 3{,}5 \cdot 3{,}5 = \boxed{12{,}25}$

Resultados:

1) a) La probabilidad que todos funcionen es 0,32768.

b) La probabilidad de que al menos uno de los microprocesadores funcione es 0,9996.

2) a) La probabilidad de que la holgura sea mayor a 215 µm es 0,3446.

b) La probabilidad de que sólo 2 de ellos tengan holguras mayores a 215 µm es 0,3287.

3) a) La probabilidad de que una pila tenga un espesor de más de 5 mm es 0,0745.

b) El número mínimo de cuñas que se debe apilar para que la probabilidad de que la pila tenga un espesor mayor a 5 sea de al menos 0,99 es 4.

4) a) 7

b) 12,25

5) a) La probabilidad de que una pieza de vidrio de 4x6m no tendrá ninguna burbuja es 0,0007.

b) La probabilidad de que 50 piezas de vidrio, cada una 4x6m contendrá más de 300 burbujas es 0,9992.