GUAYMAS

EJERCICIO 9

a. REC 2 $T(n)\begin{cases} c_1 & ,n\leq 1 \\ c_2+T(n-1) & ,n>1 \end{cases}$

Paso 1: $T(n)=c_2+T(n-1)$ Si $n>1$

Paso 2: $T(n)=c_2+(c_2+(T(n-1)-1)$ Si $n-1>1$

$T(n)=2c_2+T(n-2)$ Si $n>2$

Paso 3: $T(n)=3c_2+T(n-3)$ Si $n>3$

Paso i: $T(n)=i.c_2+T(n-i)$ Si $n>i$

$n-i=1$

$i=n-1$

Reemplazo i:

$T(n)=(n-1).c_2+T(n-(n-1))$

$T(n)=(n-1).c_2+T(n-n+1)$

$T(n)=(n-1).c_2+T(1)$

$T(n)=(n-1).c_2+c_1 \therefore O(n)$

REC1 $T(n)\begin{cases} c_1 & ,n\leq 1 \\ 2T(n-1)+c_2 & ,n>1 \end{cases}$

Paso 1: $T(n)=2T(n-1)+c_2$ Si $n>1$

Paso 2: $T(n)=2.[2T(n-1)-1+c_2]+c_2$ Si $n>2$ // Si $n-1>1$

$T(n)=4T(n-2)+2c_2+c_2$ Si $n>2$

$T(n)=4T(n-2)+3c_2$ Si $n>2$

Paso 3: Sustituyo $T(n-2)$ utilizando la misma relación de recurrencia: $T(n-2)=2T(n-3)+c_2$
Sustituyo esa expresión en la ecuación donde aparece $T(n-2)$:
$T(n)=4[2T(n-3)+c_2]+3c$ Si $n>3$ // Si $n-2>1$

$T(n)=8T(n-3)+7c_2$ Si $n>3$

Paso i: $2^i T(n-1) + (2^i - 1)c_2$

$n - i = 1$

$i = n - 1$

Reemplazo i:

$T(n) = 2^{n-1} T(n-(n-1)) + (2^{n-1} - 1)c_2$

Aplico propiedad de la potencia: $\overset{\text{por igual base}}{2^{N-X} = 2^N / 2^X}$

$$T(n) = \frac{2^n}{2} \cdot T(1) + \left(\frac{2^n}{2} - 1\right) \cdot c_2$$

$$T(n) = 2^n \cdot \frac{c_1}{2} + 2^n \cdot \frac{c_2}{2} - c_2 \therefore O(2^n)$$

<u>REC3</u>

$$T(n) = \begin{cases} c_1 & , n \leq 1 \\ 2T(n-2) + c_2 & , n > 1 \end{cases}$$

Paso 1: $T(n) = 2T(n-2) + c_2 \quad n > 1$

Paso 2: $T(n) = 2 \cdot [2T(n-4) + c_2] + c_2 \quad , n > 3 \; || \; n-2 > 1$

$T(n) = 4T(n-4) + 3c_2$

Paso 3: $T(n) = 4 \cdot [2T(n-6) + c_2] + 3c_2 \quad n > 5$

$T(n) = 8T(n-6) + 7c_2$

Paso i: $T(n) = 2^i T(n-2.i) + (2^i - 1)c_2$ Aplico propiedad de igual base con potencia

$n - 2i = 1$

$i = \frac{n-1}{2}$

Reemplazo i: $2^{(n-1)/2} T\left(n - \left(2 \cdot \frac{n-1}{2}\right)\right) + \left(2^{(n-1)/2} - 1\right) c_2 =$

Aplico prop. de pot = base

$= \sqrt{2^{n-1}} \; T(n - n + 1) + \left(\sqrt{2^{n-1}} - 1\right) c_2 =$

$= \left(\frac{\sqrt{2^n}}{\sqrt{2}}\right) \cdot c_1 + \left(\frac{\sqrt{2^n}}{\sqrt{2}} - 1\right) \cdot c_2 \therefore O(2^n) \; || \; O(2^{n/2})$

GUAYMAS

POTENCIA_ITER: $\overset{n<=1}{c_1} + c_2 + \overset{n>1}{\sum_{i=2}^{n}} c_3 = c_1 + c_2 + (n-1)c_3 \therefore O(n)$

POTENCIA_REC:

$$T(n) = \begin{cases} c_1 & , n<=1 \\ T(n/2) + c_2 + c_3 & , n>1 \end{cases}$$

Paso 1: $T(n) = T(n/2) + c_2 + c_3 \quad n>1$

Paso 2: $T(n) = T(n/4) + c_2 + c_3 + c_2 + c_3 \quad n>2$

$T(n) = T(n/4) + 2c_2 + 2c_3$

Paso 3: $T(n) = T(n/8) + c_2 + c_3 + 2c_2 + 2c_3 \quad n>4$ $\rightarrow T(n) = T(n/8) + 3c_2 + 3c_3$

Paso i: $T(n) = T(n/2^i) + i \cdot c_2 + i\, c_3$

$\frac{n}{2^i} = 1 \Rightarrow n = 2^i \Rightarrow \log_2 n = i$

Reemplazo i:

$T(n) = T(n/2^{\log_2 n}) + \log_2(n) c_2 + \log_2(n) c_3 = T(n/n) + \log_2(n) c_2 + \log_2(n) c_3 = c_1 + \log_2(n) \cdot c_2 + \log_2(n) c_3$

$\therefore O(\log_2(n))$

$\boxed{b.}$ REC2 es más eficiente que REC1, al ser REC1 de $O(n)$ y crecer más lento que una función de $O(2^N) \Rightarrow$ REC1.

$\boxed{c.}$

```
static public int rec3Mejorado(int n){
    return n%2
}
```

$O(1)$