

Algoritmos y Estructuras de Datos

Cursada 2024

Ejercitación de Árboles Binarios, de Expresión y Generales

1.- Dado un árbol binario T cuyo recorrido postorden es A G F E B J I H C D y su recorrido inorden es A B G E F D J H I C ¿cuántos son los descendientes del nodo "C"?

- (a) 2 (b) 1 **(c) 3** (d) ninguna de las anteriores

2.- Defina árbol binario completo y árbol binario lleno. Ejemplifique. ¿Es verdad que todo árbol binario completo es lleno? ¿Y viceversa?

Respuesta: Árbol binario completo: dado un árbol binario T de altura h, diremos que T es lleno si cada nodo interno tiene grado 2 y todas las hojas están en el mismo nivel (h).

Árbol binario lleno: dado un árbol binario T de altura h, diremos que T es completo si es lleno de altura h-1 y el nivel h se completa de izquierda a derecha.

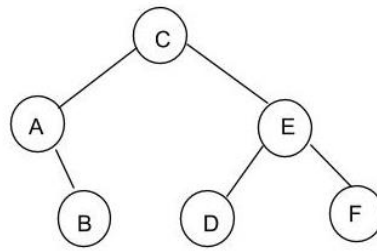
No todos los árboles binarios completos son llenos, pero todos los árboles binarios llenos son completos. Esto es así porque en un árbol binario completo, el último nivel puede no estar completamente lleno, mientras que, en un árbol binario lleno, cada nodo interno tiene exactamente dos hijos, lo que garantiza que todos los niveles estén llenos y que se complete de izquierda a derecha.

3.- Suponga que para un árbol binario T con N nodos ($N > 1$), el último nodo en postorden es el mismo que el último nodo en inorden, ¿qué se puede concluir?

- (a) El subárbol izquierdo de T es vacío
(b) El subárbol derecho de T es vacío
(c) Ningún nodo en el árbol tiene dos hijos
(d) Hay a lo sumo 3 nodos en el árbol

4.- Se han estudiado los distintos recorridos de un árbol binario. Abajo se muestra un código que combina dos de ellos. ¿Cuál es el resultado si se llama con la raíz del árbol de la figura?

```
public void traverse(ArbolBinario<T> a) {  
    if (!a.esVacio()) {  
        System.out.print(a.getDato());  
        if (a.tieneHijoIzquierdo())  
            traverse(a.getHijoIzquierdo());  
        if (a.tieneHijoDerecho())  
            traverse(a.getHijoDerecho());  
        System.out.print(a.getDato());  
    }  
}
```



Respuesta: el resultado del código que combina el recorrido preorden y postorden si se llama con la raíz del árbol de la figura imprime: **C A B B A E D D F F E C**

5.- Evalúe la siguiente expresión postfija y determine cuál es el resultado.

$$6\ 5\ * \ 7\ 3\ - \ 4\ 8\ + \ * \ +$$

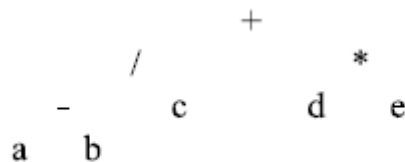
(a) 78

(b) 66

(c) 34

(d) 44

6.- Elija la expresión algebraica almacenada en el siguiente árbol:



(a) $((a - b / c) + d * e)$

(b) $((a - b) / (c + d)) + d * e$

(c) $((a - b / c) + (d * e))$

(d) $((a - b) / c) + (d * e)$

7.- ¿Cuál es el número mínimo de nodos en un árbol binario completo de altura 4?

(a) 10

(b) 15

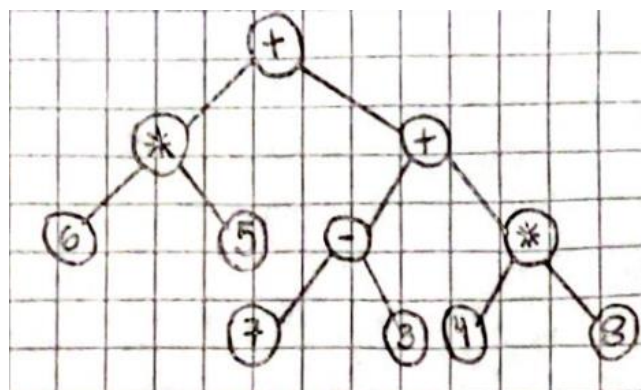
(c) 12

(d) 31

(e) 16

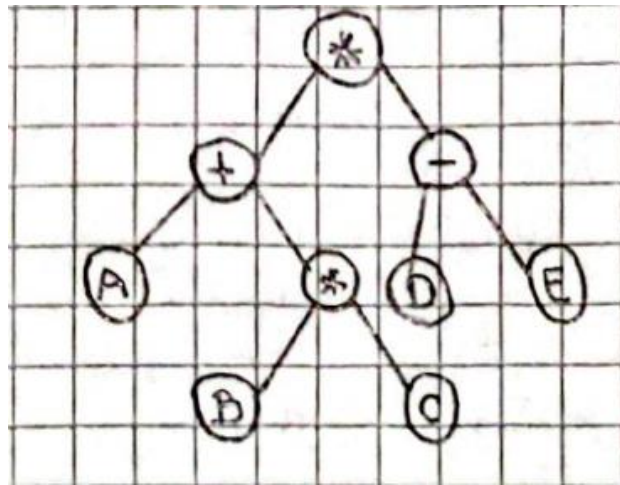
8.- Construya el árbol de expresión correspondiente a la siguiente expresión postfija.

$$6\ 5\ * \ 7\ 3\ - \ 4\ 8\ + \ * \ +$$



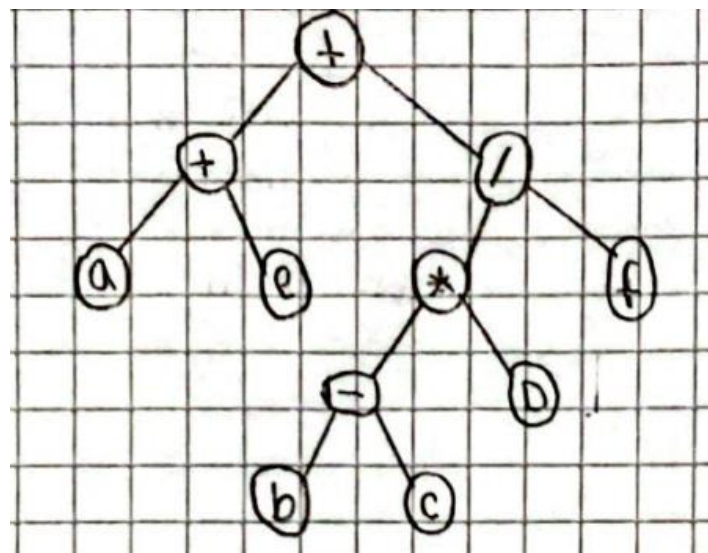
9.- Construya el árbol de expresión correspondiente a la siguiente expresión infija.

$$(A + (B * C)) * (D - E)$$



10.- Construya el árbol de expresión correspondiente a la siguiente expresión prefija.

$$++ae/*-bcdf$$



¿Cuál es la profundidad del nodo d?

(a) 1

(b) 2

(c) 3

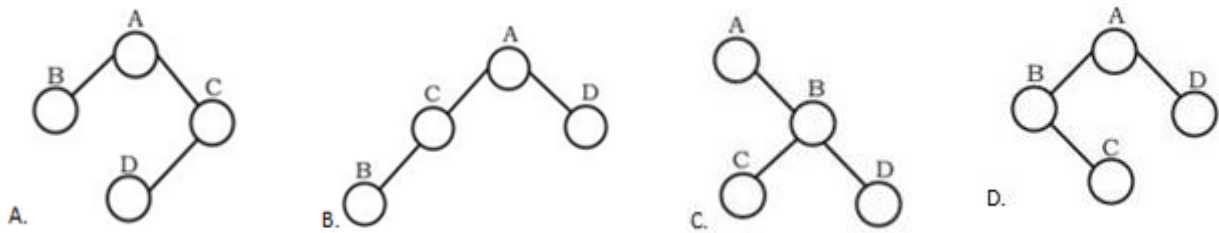
(d) 4

11.- Obtenga la expresión prefija de la siguiente expresión postfija:

$$ABC * D - EF / G / - *$$

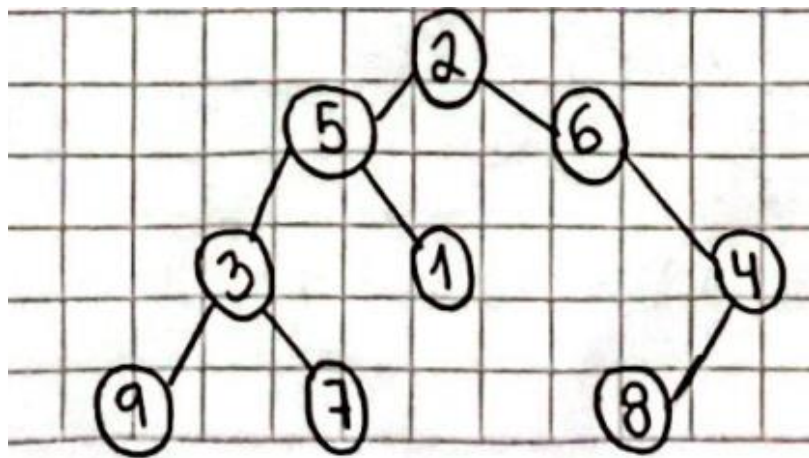
Respuesta: la expresión prefija de la expresión postfija del enunciado es: $* A - - * B C D // E F G$

12.- ¿Cuál de los siguientes árboles binarios tiene su recorrido inorden BCAD y preorden ABCD?



Respuesta: el árbol binario **D** es aquel que su recorrido inorden es BCAD y preorden es ABCD.

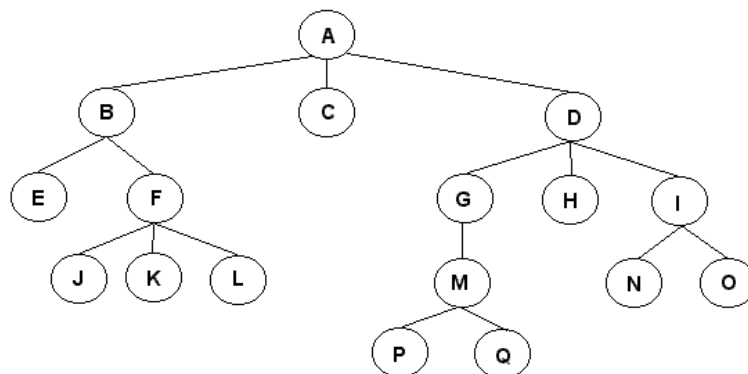
13.- Reconstruya el árbol binario T cuyo recorrido **preorden** es 2 5 3 9 7 1 6 4 8 y su recorrido **inorden** es 9 3 7 5 1 2 6 8 4.



14.- En un árbol binario lleno, si hay **L** hojas, entonces el número total de nodos **N** es:

- a) $N = 2 * L$
- b) $N = L + 1$
- c) $N = L - 1$
- d) **$N = 2 * L - 1$**

15.- La siguiente figura muestra un árbol general:



(a) Complete los blancos de las sentencias con la terminología vista en clase.

- i. **A** es la raíz del árbol.
- ii. **A** es padre de B, C y D.

- iii. **E** y **F** son hermanos, puesto que ambos son hijos de **B**.
- iv. **E J K L C P Q H N** y **O** son las hojas del árbol.
- v. El camino desde **A** a **J** es único, lo conforman los nodos **A B F** y **J** y es de largo **3**
- vi. **M G D** y **A** son ancestros de **P**, y por lo tanto **M N O G H** e **I** son descendientes de **D**.
- vii. **L** no es descendiente de **C**, puesto que no existe **un camino** desde **C** a **L**.
- viii. La profundidad/nivel de **C** es **1**, de **F** es **2** y de **P** y **Q** es **4**.
- ix. La altura de **C** es **0**, de **F M** e **I** es **1** y de **D** es **3**.
- x. La altura del árbol es **4** (largo del camino entre la **A** y **P/Q**).

(b) Aplique los recorridos:

- i. en profundidad
 - a) preorden
 - b) inorden
 - c) postorden
- ii. por niveles

- i. a) **A B E F J K L C D G M P Q H I N O**
- b) **E B J F K L A C P M Q G D H N I O**
- c) **E J K L F B C P Q M G H N O I D A**
- ii. **A B C D E F G H I J K L M N O P Q**

16.- ¿Cuál es el número mínimo y máximo de nodos de un árbol general completo de altura h y grado k ?

Respuesta: el número mínimo de nodos de un árbol general completo de altura h y grado k es: $(k^h + k - 2) / (k - 1)$. Mientras que el número máximo de nodos es: $(k^{h+1} - 1) / (k - 1)$.

17.- El recorrido inorden en un árbol general visita:

- a) Primero la mitad de los subárboles hijos, luego la raíz y luego los restantes subárboles hijos
- b) Primero la raíz y luego los subárboles hijos
- c) Primero los subárboles hijos y luego la raíz
- d) **Primero el subárbol hijo más izquierdo, luego la raíz y luego los restantes subárboles hijos**

18.- En un árbol general, la profundidad de un nodo n_1 es.....

- a) **La longitud del único camino que existe entre la raíz y el nodo n_1**
- b) La longitud del camino más largo que existe entre el nodo n_1 y una hoja
- c) La cantidad de nodos hijos del nodo n_1
- d) Ninguna de las otras opciones

19.- Un árbol general lleno de grado 4, tiene 21 nodos.

- a) ¿Cuál es la altura del árbol?
- b) Desarrolle el proceso realizado para obtener la respuesta anterior

Respuesta: a) La altura del árbol es 3.

b)

19.- Grado $K=4$
 Altura $h=?$

Sea T un árbol lleno de grado K y altura h , la cantidad de nodos N es $= (K^{h+1} - 1) / (K - 1)$.

$K=4$, $h=?$, $N=21$ entonces reemplazo:

$$(4^{h+1} - 1) / (4 - 1) = 21$$

$$(4^{h+1} - 1) / 3 = 21$$

$$4^{h+1} - 1 = 21 \cdot 3$$

$$4^{h+1} = 63 + 1$$

$$4^{h+1} = 64$$

$$(a^b = c \Rightarrow b = \log_a c) \rightarrow \text{Aplico esta propiedad...}$$

$$h+1 = \log_4 64$$

$$h = 4 - 1$$

$$\boxed{h = 3}$$

20.- ¿Cuál es la cantidad mínima de nodos en un árbol general completo de grado 3 y altura 4?

- a) 40
- b) 41**
- c) 121
- d) 122

21.- Si un árbol general lleno de grado 5 tiene 125 hojas.

- a) ¿Cuál es la cantidad de nodos internos del árbol?
- b) Desarrolle el proceso realizado para obtener la respuesta anterior.

Respuesta: a) La cantidad de nodos internos del árbol es 31.

b)

21.- Para un árbol general lleno de grado $K=5$, se necesita encontrar la altura del árbol. Como es un árbol lleno todas las hojas van a estar en el último nivel. Si h es la altura, entonces $K^h = \text{hojas}$, siendo K el grado del árbol, entonces:

$$5^h = 125$$

$$(a^b = c \Rightarrow b = \log_a c) \rightarrow \text{Aplico esta propiedad}$$

$$h = \log_5 125$$

$$\boxed{h = 3}$$

Para calcular la cantidad total internos del árbol:

Nodos internos = Nodos totales - Nodos hoja

Para calcular los nodos totales en un árbol lleno de grado K y altura h , aplico la fórmula $(K^{h+1} - 1) / (K - 1)$:

$$(5^{3+1} - 1) / (5 - 1) = (5^4 - 1) / 4 = 624 / 4 = 156 \text{ nodos totales}$$

Por ende...

$$\text{Nodos internos} = 156 - 125 = \boxed{31 \text{ nodos internos}}$$

22.- ¿Cuál es la cantidad de nodos en un árbol general COMPLETO de grado 4 y altura 3?

- a) entre 16 y 21
- b) entre 22 y 85**
- c) entre 22 y 64
- d) entre 16 y 64