GUAYMAS

EJERCICIO 4

a. 3^N ES DE $O(2^N)$

EXISTEN CONSTANTES $C>0$ Y N_0 TALES QUE:

$3^n \leq c \cdot 2^n$ PARA TODO $N > N_0$

$3^n \leq c \cdot 2^n$

$3^n / 2^n \leq c$

$(3/2)^n \leq c$

Falso. Absurdo, c es una constante y $(3/2)^N$ es una función creciente.

b. $n + \log_2(n)$ ES DE $O(n)$

EXISTEN CONSTANTES $C>0$ Y N_0 TALES QUE:

$n + \log_2(n) \leq c \cdot n$ PARA TODO $N > N_0$

$n \leq c_1 n$

$n / n \leq c_1$

$1 \leq c_1$

$N_1 = 0$
$C_1 = 1$

- - - - - -

$\log_2(n) \leq c_2 \cdot n$ $\quad N_2 > 0$

$\log_2(n) / n \leq c_2$

$C_2 = 1$
$N_2 = 1$

- - - - - -

$n + \log_2(n) \leq c \cdot n$

$n + \log_2(n) \leq (1+1) \cdot n$

$n + \log_2(n) \leq 2n$

$T(n) \leq c * N$

$T(n) \leq O(n)$, con $c=2$ para todo $n \geq n_0$ con $n_0 = 1 \Rightarrow$ Verdadero

Scanned with CamScanner

C. $N^{1/2} + 10^{20}$ es de $O(N^{1/2})$

EXISTEN CONSTANTES $C > 0$ y N_0 TALES QUE:

$N^{1/2} + 10^{20} \leq N^{1/2} . C$, PARA TODO $N \geq N_0$

$N^{1/2} \leq C_1 . N^{1/2}$

$N^{1/2} / N^{1/2} \leq C_1$

$1 \leq C_1$

$C_1 = 1$
$N_0 = 0$

$10^{20} \leq N^{1/2} . C_2$

Es de orden constante. Como la función es una suma, nos quedamos con el orden del que crece más rápido, es decir $n^{1/2}$. ∴ es Verdadero

↳ Regla de la suma: $T_1(n) + T_2(n) = max(O(f(n)), O(g(n)))$, si $T_1(n) = O(f(n))$ y $T_2 = O(g(n))$.

D. $\begin{cases} 3N + 17 & n < 100 \\ 317 & n \geq 100 \end{cases}$ es $O(n)$

Si $n < 100$, la función tiene $O(n)$ ya que 17 es una constante y no se tiene en cuenta, y el orden mayor es el de $3N$. Si $n \geq 100$, la función toma un valor constante ($O(1)$), que no debe ser tenido en cuenta, por lo que el orden de mayor grado es $O(n)$. ∴ es Verdadero.

e. Mostrar que $p(n) = 3n^5 + 8n^4 + 2n + 1$ es $O(n^5)$

EXISTEN CONSTANTES $C > 0$ y N_0 TALES QUE:

$3N^5 + 8n^4 + 2n + 1 \leq C * n^5$ PARA TODO $N \geq N_0$

$3N^5 \leq C_1 . n^5$	$8n^4 \leq C_2 . n^5$	$2n \leq C_3 . n^5$	$1 \leq C_4 . n^5$
$3 \leq C_1$	$8 / n \leq C_2$	$2 / n^4 \leq C_3$	$1 / n^5 \leq C_4$
$n_1 = 0$ $C_1 = 3$	$n_2 = 0$ $C_2 = 8$	$n_3 = 0$ $C_3 = 2$	$n_4 = 1$ $C_4 = 1$

Scanned with CamScanner

GUAYMAS

$3n^5 + 8n^4 + 2n + 1 \leq (C_1 + C_2 + C_3 + C_4) \cdot n^5$

$T(n) \leq (3 + 8 + 2 + 1) \cdot n^5$

$T(n) \leq 14 n^5$

$T(n) \leq c \cdot n^5$

$T(n) \leq O(n^5)$, con $c = 14$ para todo $n \geq n_0$, con $n_0 = 1$

$\boxed{F.}$ Si $p(n)$ es un polinomio de grado k, entonces $p(n)$ es de $O(n^k)$.

Sea $p(n) = c_k n^k + c_{k-1} n^{k-1} + \dots + c_1 n + c_0$

Sabiendo que: $c_k n^k \leq |c_k| n^k$

$c_{k-1} n^{k-1} \leq |c_{k-1}| n^k$

$\vdots$

$c_1 n \leq |c_1| n^k$

$c_0 \leq |c_0| n^k$

Entonces: $\sum_{i=0}^{k} c_i n^i \leq \underbrace{\sum_{i=0}^{k} |c_i|}\, n^k$

$p(n) \leq c^c n^k \quad \forall n > n_0$; Por ejemplo $n_0 = 1$

$\therefore$ Verdadero. $p(n)$ es $O(n^k)$