Matemática 3

<u>Practica Nº 1</u>: Espacios muestrales y eventos - Asignación de probabilidades.

1) Un experimento implica lanzar un par de dados, uno verde y uno rojo, y registrar los números que salen. Si x es igual al resultado en el dado verde e y es el resultado en el dado rojo, describa el espacio muestral S
   a) por extensión
   b) por comprensión

2) Un experimento consiste en lanzar un dado y después lanzar una moneda una vez, si el número en el dado es par. Si el número en el dado es impar, la moneda se lanza dos veces. Use la notación 4C, por ejemplo, para denotar el resultado de que el dado muestre 4 y después la moneda salga cara, y 3CS para denotar el resultado de que el dado muestre 3 seguido por una cara y después por una ceca. Construya un diagrama de árbol para mostrar los 18 elementos del espacio muestral S.

3) Se seleccionan al azar cuatro estudiantes de una clase de química y se clasifican como femenino o masculino.
   a) Liste los elementos del espacio muestras S_1 usando la letra F para femenino y la letra M para masculino.
   b) Defina un segundo espacio muestral S_2 donde los elementos representen el número de mujeres seleccionadas.

4) Para el espacio muestral del ejercicio 1) liste los elementos del eventos:
   a) A: “la suma de los números es mayor que 8”
   b) B: “ocurre un dos en cualquiera de los dos dados”
   c) C: “sale un número mayor que cuatro en el dado verde”
   d) $A \cap C$
   e) $A \cap B$
   f) $B \cap C$

5) Para el espacio muestral del ejercicio 2) liste los elementos del eventos:
   a) A: “en el dado sale un número menor que 3”
   b) B: “ocurren dos cecas”
   c) A^C
   d) $A^C \cap B$
   e) $A \cup B$

6) Suponga que los dos dados del ejercicio 1) son normales. Entonces cada resultado del espacio muestral S tienen la misma probabilidad de ocurrir (S es equiprobable). Encuentre las siguientes probabilidades:
   a) P(A) ; b) P(B) ; P(C) ; $P(A \cap C)$

7) Si se toman 3 libros al azar de un estante que contiene 5 novelas, 3 libros de poemas y 1 diccionario, ¿cuál es la probabilidad de que
   a) se seleccione el diccionario?
   b) se seleccionen 2 novelas y 1 libro de poemas?

8) Un dado octaedro (de ocho caras) tiene el número 1 pintado en dos de sus caras, el 2 en tres de sus caras, el 3 en dos de sus caras y el 4 en una cara. Se lanza el dado. Suponga que cada cara tiene la misma probabilidad de salir.
   a) Determine el espacio muestral de este experimento.

b) Calcular la probabilidad de que salga número par.

c) Si el dado estuviera cargado de tal forma que la cara con el número 4 tuviera el doble de probabilidad de salir que cada una de las otras siete caras

c1) ¿cambiaría esto el espacio muestral? Explique.

c2) ¿cambiaría esto la probabilidad de que salga número par? Explique.

9) Se lanzan un dado normal 5 veces. Encuentre la probabilidad de obtener 4 números iguales.

10) Se selecciona una carta al azar entre 50 cartas numeradas de 1 a 50.
Hallar la probabilidad de que el número de la carta sea:
i) divisible por 5, ii) termine en 2.

11) Tres parejas de casados han comprado boletos para el teatro y se sientan en una fila formada por solo seis asientos. Si toman sus asientos de un modo totalmente aleatorio

a) ¿Cuál es la probabilidad de que Pablo y María (marido y mujer), se sienten en los dos asientos de la extrema izquierda?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que Pablo y María terminen sentados uno junto a otro?

12) De acuerdo con un trabajo de investigación, la ubicación probable de las PC en una casa son:

Dormitorio de adultos:	0.03
Dormitorio de niños:	0.15
Otro dormitorio:	0.14
Oficina o estudio:	0.40
Otra habitación:	0.28

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una PC esté en un dormitorio?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una PC no esté en un dormitorio?

13) El interés se enfoca en la vida de un componente electrónico. Suponga que se sabe que la probabilidad de que el componente funcione más de 6000 horas es 0.42. Suponga además que la probabilidad de que el componente no dure más de 4000 horas es 0.04.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la vida del componente sea menor o igual a 6000 horas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la vida del componente sea mayor que 4000 horas?

c) Sea A el evento de que el componente falle en una prueba específica y B el evento de que el componente se deforma pero no falla. Supongamos que P(A) = 0.20 y P(B) = 0.35

c1) ¿Cuál es la probabilidad de que el componente no falle en la prueba?

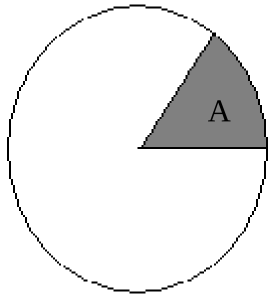
c2) ¿Cuál es la probabilidad de que el componente funcione perfectamente (no se deforma ni falla en la prueba)?

c3) ¿Cuál es la probabilidad de que el componente falle o se deforme en la prueba?

14) Sean A y B eventos con $P(A \cup B) = 3/4$, $P(A^C) = 2/3$, y $P(A \cap B) = 1/4$.
Hallar P(A), P(B), $P(A \cap B^C)$.

15) Se escoge al azar un punto interior a un triángulo equilátero de lado 3. hallar la probabilidad de que su distancia a un vértice sea mayor que 1.

(Recordar que:
Si la circunferencia tiene radio r y el sector sombreado A tiene un ángulo de abertura α entonces el área del sector sombreado es $\dfrac{\pi r^2 \alpha}{360}$)



Matemática 3

Práctica 2: Probabilidad condicional – Independencia

1) Se lanza un par de dados normales. Hallar la probabilidad de que la suma de sus números sea 10 o mayor si
   a) aparece un 5 en el primer dado
   b) aparece un 5 en uno de los dos dados por lo menos.

2) Se lanzan 3 monedas normales. Hallar la probabilidad de que sean todas caras si
   a) la primera de las monedas es cara
   b) una de las monedas es cara

3) Se escogen dos dígitos al azar del 1 al 9. si la suma es par, hallar la probabilidad de que ambos números sean impares.

4) Sean los eventos A y B con P(A) = ½ , P(B) = 1/3 y $P(A \cap B)$ = ¼. Hallar:
   a) P(A/B) ; b) P(B/A) ; c) $P(A \cup B)$; d) $P(A^C / B^C)$; e) $P(B^C / A^C)$

5) Una clase tiene 12 niños y 4 niñas. Si se escogen 3 estudiantes de la clase al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sean todos niños?

6) Una urna contiene 3 bolas rojas y 7 blancas. Se saca una bola de la urna y se reemplaza por una del otro color. Se saca de la urna una segunda bola.
   a) Hallar la probabilidad de que la segunda bola sea roja
   b) Si ambas bolas son del mismo color, ¿cuál es la probabilidad de que las dos sean blancas?

7) Una ciudad tiene dos carros de bomberos que operan en forma independiente. La probabilidad de que un carro específico esté disponible cuando se lo necesite es 0.96.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno esté disponible cuando se les necesite?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que un carro de bomberos esté disponible cuando se le necesite?

8) Una caja contiene 2 caramelos de coco y 3 de chocolate. Una segunda caja contiene 3 caramelos de coco, 2 caramelos de chocolate y 1 de dulce de leche. Si se saca un caramelo al azar de cada caja, encuentre la probabilidad de que
a) ambos caramelos sean de coco.
b) ningún caramelo sea de coco.
c) los dos caramelos sean diferentes.

9) En una prueba de opción múltiple, un estudiante contesta una pregunta que ofrece cuatro posibles respuestas, de las cuales sólo una es correcta. Suponga que la probabilidad de que el estudiante sepa la respuesta a la pregunta es 0.8 y que conteste al azar es 0.2
a) Cuál es la probabilidad de que conteste correctamente la pregunta?
b) Si contesta correctamente la pregunta. Cuál es la probabilidad de que realmente sepa la respuesta correcta?

10) Se lanza cinco veces un dado normal. Hallar la probabilidad de que:
a) en ninguna tirada salga el 1
b) salga el 1 una sola vez.
c) salga el 1 al menos una vez.

11) a) Si $P(A / B) = 0.4$, $P(B) = 0.8$ y $P(A) = 0.6$, ¿puede decirse que los eventos A y B son independientes?
b) Si, $P(A / B) = 0.3$, $P(B) = 0.8$ y $P(A) = 0.3$, ¿puede decirse que los eventos A^C y B son independientes?

12) En una cierta estación de servicio, el 40% de los clientes utilizan nafta normal sin plomo, 35% utilizan nafta extra sin plomo, y el 25% utilizan nafta premium sin plomo. De los clientes que consumen nafta normal, solo 30% llenan sus tanques, de los que consumen nafta extra, 60% llenan sus tanques, en tanto que de los que usan premium, 50% llenan sus tanques.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente cliente pida nafta extra sin plomo y llene su tanque?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente cliente llene el tanque?
c) Si el siguiente cliente llena el tanque, ¿cuál es la probabilidad de que pida nafta normal?.
d) ¿Qué propiedades utiliza para resolver los incisos a), b) y c)?

13) El 10% de los chips informáticos vendidos en el mercado son producidos por una empresa “pirata”.
Para un chip “pirata” la probabilidad de que sea defectuosos es del 50% mientras que si el chip no es “pirata” la probabilidad de que sea defectuoso desciende al 5%.
a) Definir los sucesos convenientes, junto con sus probabilidades.
b) Determinar el porcentaje total de chips defectuosos que salen al mercado.
c) Se compra un chip y resulta ser defectuoso. Calcular la probabilidad de que proceda de la empresa “pirata”.

14) Se utilizan dos líneas de producción para empaquetar azúcar en bolsas de 5 kg. La línea 1 produce el doble de bolsas que la línea 2. Uno por ciento de las bolsas de la línea 1 están defectuosas ya que no cumplen con una especificación de calidad, mientras que 3% de las bolsas de la línea 2 están defectuosas. Se elige aleatoriamente una bolsa para inspeccionarla.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que provenga de la línea 1?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que esté defectuosa?
c) Si la bolsa está defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que venga de la línea 1?

d) Si la bolsa no está defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que venga de la línea 1?

Matemática 3

<u>Práctica 3</u>: Variables aleatorias discretas. Funciones de distribución Binomial, Geométrica, Hipergeométrica, Poisson.

1) Clasifique las siguientes variables aleatorias como discretas o continuas:
   a) X: "el número de accidentes automovilísticos por año en la ciudad de La Plata"
   b) Y: "el tiempo en horas que tarda en quemarse una lamparita"
   c) Z: "la cantidad de leche en litros que una vaca específica produce anualmente"
   d) W: "el número de huevos que una gallina pone mensualmente"
   e) N: "el número de permisos de construcción que emiten cada mes en una ciudad"
   f) Q: "el peso del grano producido por acre"

2) Un embarque de 10 automóviles extranjeros contiene 4 que tienen ligeras manchas de pintura. Si una agencia recibe 6 de estos automóviles al azar, sea X: "nº de automóviles que la agencia compra con manchas de pintura".
   a) Hallar la f.d.p. de X
   b) Determine $P(X = 0)$; $P(X = 2)$; $P(X \leq 2)$; $P(X \geq 2)$

3) El espesor de un entablado de madera (en pulgadas) que algún cliente ordena, es una v.a. X que tiene la siguiente F.d.a. :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1/8 \\ 0.2, & 1/8 \leq x < 1/4 \\ 0.9, & 1/4 \leq x < 3/8 \\ 1, & x \geq 3/8 \end{cases}$$

Determine las siguientes probabilidades:
a) $P(X \leq 1/8)$
b) $P(X \leq 1/4)$
c) $P(X \leq 5/16)$
d) Hallar la función de distribución de X.

4) La distribución de probabilidad de X: "nº de imperfecciones por 10 metros de una tela sintética en rollos continuos de ancho uniforme, está dada por:
   a) Hallar la función de distribución acumulada de X
   b) Determine F(2) y F(3.1)

x	0	1	2	3	4
f(x)	0.41	0.37	0.16	0.05	0.01

5) Para las variables aleatorias de los ejercicios 2) y 4) hallar $E(X)$, $E(X^2)$, $V(X)$.

6) Una compañía de materiales químicos envía cierto disolvente en tambores de 10 galones. Sea X: "número de tambores pedidos por un cliente elegido aleatoriamente". Suponga que X tiene la f.d.p.
   a) Hallar E(X), V(X) y desviación estándar de X.
   b) Sea Y: "número de galones ordenados"
      b1) hallar la f.d.p. de Y
      b2) hallar E(Y) , V(Y) y la desviación estándar de Y

x	1	2	3	4	5
p(x)	0.4	0.2	0.2	0.1	0.1

7) En cierto servicio telefónico, la probabilidad de que una llamada sea contestada en menos de 30 segundos es 0.75. Suponga que las llamadas son independientes.

a) Si una persona llama 10 veces, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 9 de las llamadas sean contestadas en un espacio de 30 segundos?

b) Si una persona llama 20 veces, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 16 de las llamadas sean contestadas en un espacio de 30 segundos?

c) Si una persona llama 20 veces, ¿cuál es el número promedio de llamadas que serán contestadas en menos de 30 segundos?

8) Un amigo que trabaja en una gran ciudad tiene dos automóviles, uno pequeño y uno grande. Tres cuartas partes del tiempo utiliza el automóvil pequeño para trabajar, y la cuarta parte restante usa el automóvil grande. Si utiliza el automóvil pequeño, por lo general no tiene problemas para estacionarse y, por lo tanto, llega a su trabajo tiempo con una probabilidad de 0.9. Si utiliza el automóvil grande, llega a tiempo su trabajo con una probabilidad de 0.6.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que llegue a tiempo al trabajo?.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que llegue a tiempo al trabajo en 6 de 10 mañanas, suponiendo que hay independencia entre un día y otro?

9) De un lote de 25 artículos, 5 de los cuales son defectuosos, se eligen 4 al azar. Sea X: "el número de artículos defectuosos entre los elegidos".

a) Obtener la función de distribución de probabilidad de X si los artículos se eligen con sustitución.

b) ¿Cuál es la E(X) y la V(X)?.

10) Con los datos del ejercicio 7), sea Y: "número de veces que hay que llamar hasta obtener la primer respuesta en menos de 30 segundos"

a) ¿Cuál es la probabilidad de tener que llamar 4 veces para obtener la primera respuesta en menos de 30 segundos?

b) ¿Cuál es el número promedio de llamadas que hay que hacer hasta tener una respuesta en menos de 30 segundos?

11) La probabilidad de que una computadora que corre cierto sistema operativo se descomponga en determinado día es 0.1. Determine la probabilidad de que la máquina se descomponga por primera vez en el duodécimo día, después de la instalación del sistema operativo, asumiendo independencia entre los días. Determine la media y la varianza del número de días hasta que el sistema operativo se descompone.

12) El número de solicitudes de asistencia recibido por un servicio de remolque de vehículos es un proceso de Poisson con tasa c=4 por hora.

a) Calcule la probabilidad de que se reciban 10 solicitudes entre las 16 y las 17 hs.

b) Si los operadores de las grúas se toman un descanso de 30 min. Cuál es la probabilidad de que no se pierda ninguna llamada de asistencia durante ese período?

13) El número de visitas realizadas en un día entre semana en una determinada página web se decide modelizar por una variable de Poisson de media 8.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se reciban más de 4 visitas? Y ¿entre 7 y 10 visitas (ambos incluidos)?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que al escoger al azar una semana laboral (de lunes a viernes), haya 3 días con más de 4 visitas?

(Sugerencia: considerar X: "nº de días en la semana laboral con más de 4 visitas")

14) En un lote de 10 microcircuitos, 3 están defectuosos. Se elige aleatoriamente cuatro microcircuitos para ser probados. Sea X: "número de circuitos probados que son defectuosos".

a) Determine $P(X = 2)$

b) Determine $E(X)$ y $V(X)$.

15) En referencia al ejercicio anterior, suponga que el lote tiene 1000 microcircuitos, 300 defectuosos. Se elige aleatoriamente 4 microcircuitos para ser probados. Sea X: "número de circuitos probados que son defectuosos".

a) Determine $P(X = 2)$

b) Considere que hay independencia entre las extracciones, vuelva a calcular $P(X = 2)$ usando distribución binomial, ¿qué observa?

Matemática 3

Práctica 4: Variables aleatorias continuas. Funciones de distribución de probabilidad uniforme, exponencial, normal

1) El tiempo total, medido en unidades de 100 horas, que un adolescente utiliza su estéreo en un período de un año es una v.a. continua X con f.d.p. dada por

$$f(x)=\begin{cases} x, & 0<x<1 \\ 2-x, & 1\le x<2 \\ 0, & \text{caso contrario}\end{cases}$$

Encuentre la probabilidad de que en un período de un año el adolescente utilice su estéreo
a) menos de 120 horas
b) entre 50 y 100 horas

2) Suponga que la distancia X entre un blanco puntual y un disparo dirigido al punto, en un juego de tiro al blanco accionado por monedas, es una v.a. continua con f.d.p. dada por:

$$f(x)=\begin{cases} 0.75(1-x^2) & -1\le x\le 1 \\ 0 & \text{caso contrario}\end{cases}$$

a) Calcular $P(X>0)$
b) Calcular $P(-0.5\le X\le 0.5)$
c) Calcular $P(X<-0.25 \text{ ó } X>0.25)$
d) Hallar la F.d.a. de X.

3) Considere la función de densidad

$$f(x)=\begin{cases} k\sqrt{x} & 0<x<1 \\ 0 & c.c.\end{cases}$$

a) Evalúe k
b) Encuentre $F(x)$
c) Evalúe P(0.3 < X <0.6) utilizando $F(x)$

4) Para las variables aleatorias de los ejercicios anteriores hallar su esperanza y desviación estándar.

5) Para la v.a. del ejercicio 1), sea la v.a. Y el número de kilowatts-hora que el adolescente gasta al año; se tiene que $Y=60X^2+39X$. Calcule la esperanza de Y. Explique qué propiedad utiliza.

6) Una barra de 12 pulgadas, que está sujeta por ambos extremos, debe someterse a un creciente cantidad de esfuerzo hasta que se rompa.
Sea X: "distancia desde el extremo izquierdo en el que ocu rre la rotura" y suponga que la f.d.p. de X es

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{24}x\left(1-\frac{x}{12}\right) & 0<x<12 \\ 0 & \text{en caso contrario}\end{cases}$$

Calcular:
a) la F.d.a de X
b) P(X ≤ 4) ; P(X > 6) ; P(4 < X < 6)
c) E(X)
d) la probabilidad de que el punto de ruptura ocurra a más de 2 pulgadas del punto esperado de ruptura.

7) La cantidad de café diaria, en litros, que sirve una máquina que se localiza en el vestíbulo de un aeropuerto es una v.a. X con distribución uniforme continua en (7, 10).
Encuentre la probabilidad de que en un día dado la cantidad de café que sirve esta máquina sea
a) a lo sumo 8.8 litros.
b) más de 7.4 litros, pero menos de 9.5 litros.
c) al menos 8.5 litros.
d) Hallar E(X) y V(X).

8) La variable Z tiene distribución normal estándar.
a) Calcular las siguientes probabilidades:
a1) $P(Z \leq 2.24)$
a2) $P(Z > 1.36)$
a3) $P(0 < Z < 1.5)$
a4) $P(0.3 < Z < 1.56)$
a5) $P(-0.51 < Z < 1.54)$
b) Hallar los valores de z que verifiquen:
b1) $P(Z > z) = 0.5$
b2) $P(Z < z) = 0.8485$
b3) $P(Z < z) = 0.0054$
b4) $P(-z < Z < z) = 0.90$

9) Si X es una variable aleatoria con distribución normal con parámetros: $\mu=10$ y $\sigma^2=36$
Calcular: a) $P(X > 6.4)$
b) $P(4.2 < X < 16)$
c) $P(X \leq 8.14)$

10) En la elaboración de un determinado medicamento en forma de comprimido interviene 1 producto químico cuya cantidad sigue aproximadamente una distribución normal con media 3 grs y desviación estándar 0.05 grs.
a) Calcular la probabilidad de que un comprimido pese más de 3.025 grs.
b) Un comprimido se considera defectuoso cuando su peso difiere de la media en más de 0.075 grs.
Calcular la proporción de comprimidos defectuosos que se fabrican.
c) Estos comprimidos se envasan en cajas de 10 unidades. Si un envase contiene 2 o más comprimidos defectuosos se elimina del mercado. Determinar el porcentaje de cajas que se retiran del mercado.
(Sugerencia: considere X: "nº de comprimidos defectuosos en una caja")

11) Un estudio de cierto sistema de computadoras revela que el tiempo de respuesta, en segundos, tiene una distribución exponencial con una media de 3 segundos.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta exceda 5 segundos?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta exceda 10 segundos?

12) El número de visitas a un sitio web sigue un proceso de Poisson con una razón de 3 por minuto.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurra más de un minuto sin recibir una visita?
b) Si transcurren dos minutos sin una visita, ¿cuál es la probabilidad que se dé una visita en el siguiente minuto?

13) El tiempo en horas empleado diariamente en transporte por los trabajadores de una gran ciudad es una v.a. continua con densidad exponencial con media 0.25.

a) Calcular la probabilidad de que un trabajador emplee más de media hora en transporte.
b) Si los trabajadores emplean al menos una hora, ¿cuál es la probabilidad de que no superen la hora y media?
c) Hallar el tiempo mínimo que emplea el 50% de los trabajadores que más tiempo pierden en transporte.

14) Cierto tipo de componente puede ser comprado nuevo o viejo. El 50% de los componentes nuevos duran más de 5 años, pero solo 30% de los usados duran más de 5 años. ¿Sería posible que las duraciones de los componentes se distribuyan exponencialmente?. Explique.

Matemática 3

<u>Práctica 5</u>: Distribución conjunta, suma y promedios de variables aleatorias. Ley de los grandes números. Teorema Central del Límite.

1) Se analizaron las longitudes y los anchos de la bandeja de plástico rectangular para un CD que está instalada en una computadora personal. Las mediciones se redondearon al milímetro mas cercano.
Sean X: "la longitud medida" e Y: " el ancho medido".
La f.d.p. conjunta de (X , Y) está dada por

Y \ X	***129***	***130***	***131***
15	0.12	0.42	0.06
16	0.08	0.28	0.04

a) Determine la probabilidad de que la cubierta del CD tenga una longitud de 129 mm.
b) Determine la probabilidad de que una cubierta de CD tenga ancho de 16 mm.
c) Hallar las distribuciones marginales de X e Y.
d) Hallar E(X), E(Y), V(X), V(Y).

2) En el ejercicio anterior, calcule la f.d.p. condicional $p_{Y/X}$ $(y/x = 130)$
¿Son X e Y independientes?. Explique.

3) Un software puede hacer llamadas a dos subrutinas A y B. En una ejecución elegida al azar, sean
X: "número de llamadas hechas a la subrutina A"
Y: "número de llamadas hechas a la subrutina B"
La f.d.p. conjunta de (X , Y) esta dada por
a) Determine las f.d.p. marginales de X e Y
b) Determine E(X), E(Y), V(X), V(Y)
c) Determine cov(X , Y)
d) ¿Son X e Y independientes?. Explique.

	Y		
X	1	2	3
1	0.15	0.10	0.10
2	0.10	0.20	0.15
3	0.05	0.05	0.10

4) Con referencia al ejercicio anterior
a) Determine E(X+Y)
b) Determine V(X+Y) y σ_{X+Y}
c) Determine P(X+Y = 4)
d) Suponga que cada ejecución de la subrutina A tarda 100 ms y que cada ejecución de la

subrutina B tarda 200 ms.

d1) Determine el número medio de milisegundos de todas las llamadas realizadas a las dos subrutinas.

d2) Encuentre la desviación estándar del número medio de milisegundos de todas las llamadas realizadas a las dos subrutinas.

5) Dos computadoras trabajan en forma independiente.
Sean X: "número de fallas semanales de la computadora 1" e
Y: "número de fallas semanales de la computadora 2".
Las distribuciones están dadas por

x	0	1	2	3
$p(x)$	0.25	0.25	0.30	0.20

y	0	1	2	3
$p(y)$	0.15	0.20	0.40	0.25

a) Determine $P(X = Y)$, es decir ambas computadoras tienen el mismo número de fallas

b) Determine $P(X > Y)$, es decir el número de fallas de la computadora 1 es mayor que el de la computadora 2.

6) El tiempo de vida de cierto componente, en años, tiene una función de densidad $f(x) = e^{-x}$ si $x > 0$, 0 si $x \leq 0$. Están disponibles dos de dichos componentes, cuyos tiempos de vida son independientes. Tan pronto como falle el primer componente, éste se reemplaza por el segundo. Sean las variables aleatorias:
X: "tiempo de vida del primer componente" e Y: "tiempo de vida del segundo componente"

a) Determine $P(X \leq 1 , Y \leq 1)$

b) Determine $E(X)$, $E(Y)$

c) Determine $E(X+Y)$

7) Una instalación de luz tiene dos focos A y B. La duración del foco A se puede considerar una v.a. X con distribución normal con media 800 hs. y desviación estándar de 100 hs. La duración del foco B se puede considerar una v.a. Y con distribución normal con media 900 hs. y desviación estándar de 150 hs. Suponga que las duraciones de los focos son independientes.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el foco B dure más que el foco A?.
(<u>Sugerencia</u>: piense cómo interpreta el evento $\{Y – X > 0\}$ y qué distribución tiene $Y - X$)

b) Otra instalación de luz tiene solo un foco. Se pone uno del tipo A y cuando se funde se instala otro de tipo B. ¿Cuál es la probabilidad de que el la duración total de ambos sea mayor que 2000 hs?.
(Sugerencia: piense cómo interpreta el evento $\{Y+X > 2000\}$ y qué distribución tiene $Y + X$)

8) El peso de un caramelo pequeño tiene una distribución normal con media 2.835 gramos y desviación estándar de 0.2835 gramos. Suponga que se colocan 16 caramelos en un paquete y que los pesos de éstos son independientes.

a) ¿Cuáles son la media y la varianza del peso neto del paquete?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el peso neto del paquete sea menor que 45.5 gramos?

9) El tiempo para que un sistema automatizado localice una pieza en un almacén, tiene una distribución normal con media de 45 segundos y desviación estándar de 30 segundos. Suponga que se hacen pedidos independientes por 10 piezas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo promedio necesario para localizar las 10 piezas sea mayor que 60 segundos? ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo total necesario para localizar las 10 piezas sea mayor que 600 segundos?

b) Enuncie la propiedad teórica que utiliza para resolver el inciso anterior.

10) El centro de cálculo de una universidad dispone de un servidor para gestionar las páginas web personales de profesores y alumnos. Supongamos que la cantidad de memoria ocupada por una de estas páginas puede considerarse como una variable aleatoria con una media de 1.3 MB y una desviación estándar de 0.3. Si el servidor va a gestionar un total de 500 páginas, calcular aproximadamente la probabilidad de que la cantidad total de memoria necesaria supere los 660 MB.
(Sugerencia: considerar las v.a. X_i: "cantidad de memoria ocupada por la página i", i=1,2,…,500)

11) El tiempo de vida (en horas) de un componente electrónico viene determinado por la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 2ke^{-\frac{x}{5}} & x > 0 \\ 0 & c.c. \end{cases}$$

a) Calcular k y la función de distribución acumulada asociada.
b) ¿Qué porcentaje de componentes de este tipo duran entre 2 y 10 horas?. ¿Y más de un día?. Determinar la esperanza y la varianza.
c) Si se consideran 40 componentes del tipo anterior, obtener aproximadamente la probabilidad de que la vida media de los 40 componentes esté comprendida entre 2 y 10 horas.
(Sugerencia: considere las v.a. X_i :" duración en horas del componente electrónico i" , i = 1, 2, ..,40)

12) La resistencia a la ruptura de un remache tiene un valor medio de 10000 lb/pulg^2 y una desviación estándar de 500 lb/pulg^2.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la resistencia promedio a la ruptura de la muestra, para una muestra de 40 remaches, sea entre 9900 y 10200?
b) Si el tamaño de la muestra hubiera sido 15 en lugar de 40, ¿podría calcularse la probabilidad pedida en la parte a) a partir de la información dada?

13) Si el 3% de las válvulas manufacturadas por una compañía son defectuosas, hallar la probabilidad de que en una muestra de 100 válvulas:
i) 0, ii) más de 5, iii) entre 1 y 3 , sean defectuosas.
a) Use la aproximación normal a la binomial.
b) Use la distribución binomial y haga el cálculo con la ayuda de un software de matemática (o una calculadora).

14) Una máquina fabrica piezas cuyas longitudes se distribuyen según una normal de media 32 y desviación estándar 0.3 milímetros, considerándose aceptables aquellas cuya medida se encuentra dentro del intervalo (31.1, 32.6).
a) ¿Cuál es la probabilidad de que una pieza fabricada por esta máquina sea defectuosa?
b) Calcular la probabilidad de que un lote de 500 piezas contenga más de 15 defectuosas.
(Sugerencia: considere la v.a. Y: "nº de piezas defectuosas en el lote", piense qué distribución tiene X.)

Matemática 3

Práctica 6: Estimación puntual

1) Suponga que se tiene una muestra aleatoria de tamaño *n* tomada de una población X, que $E(X)=\mu$ y $V(X)=\sigma^2$. Sean

$$\overline{X}_1 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1} X_i \quad \text{y} \quad \overline{X}_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

Dos estimadores de μ. ¿Cuál es el mejor estimador de μ?. Explique su elección.

2) Sea $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_7$ una muestra aleatoria de una población que tiene media μ y varianza σ^2. Considere los siguientes estimadores de μ:

$$\hat{\Theta}_1 = \frac{X_1 + X_2 + \ldots\ldots + X_7}{7} \qquad \hat{\Theta}_2 = \frac{2X_1 - X_6 + X_4}{2} \qquad \hat{\Theta}_3 = \frac{2X_1 - X_7 + X_3}{3}$$

a) ¿Alguno de estos estimadores es insesgado?
b) Hallar el error cuadrático medio de los estimadores.
c) ¿Cuál estimador es el "mejor"?. ¿En qué sentido es mejor?

3) Sea $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ una muestra aleatoria de tamaño *n.*

a) Demuestre que $\overline{X}^2$ es un estimador sesgado de μ^2.
b) Determine la magnitud del sesgo de este estimador.
c) ¿Qué sucede con el sesgo a medida que aumenta el tamaño *n* de la muestra?.

4) El número diario de desconexiones accidentales de un servidor sigue una distribución de Poisson. En cinco días se observan: 2 , 5 , 3 , 3 , 7 desconexiones accidentales.

a) Obtenga el estimador de máxima verosimilitud de λ. ¿El estimador es insesgado?, ¿es consistente?
b) Obtenga la estimación de λ a partir de la muestra dada.
c) Encuentre el estimador de máxima verosimilitud de la probabilidad de que ocurrirán 3 o más desconexiones accidentales y encuentre la estimación de dicha probabilidad a partir de los datos.

5) a) Sea $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una v.a. $B(1, p)$. Hallar un estimador de máxima verosimilitud (E.M.V.) de *p.*

b) Se selecciona una muestra aleatoria de *n* chips fabricados por cierta compañía. Sea *X* = el número entre los *n* que tienen defectos y *p* = P(el chip tiene defecto). Supongamos que solo se observa *X* (el número de chips con defectos).

b_1) Si $n = 100$ y $x = 5$, ¿cuál es la estimación de *p*?

b_2) Si $n = 100$ y $x = 5$, ¿cuál es el E.M.V. de la probabilidad $(1-p)^6$, de que ninguno de los siguientes 6 chips que se examinen tenga defectos?

6) Denotemos por X la proporción de tiempo asignado que un estudiante seleccionado al azar emplea trabajando en cierta prueba de actitud, y supongamos que la f.d.p. de X es:

$$f(x)=\begin{cases}(2\theta+1)x^{2\theta}, & 0\le x\le 1\\ 0, & c.c\end{cases} \quad \text{donde} \quad \theta > -\frac{1}{2}$$

Una muestra aleatoria de diez estudiantes produce la siguiente información:

0.92, 0.79, 0.90, 0.65, 0.86, 0.47, 0.73, 0.97, 0.94, 0.77.

a) Utilice el método de los momentos para obtener un estimador de θ y luego calcule la estimación para esta información.

b) Obtenga el E.M.V. de θ y luego calcule la estimación para la información dada.

7) Sea $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una v.a. $N(\mu,\sigma^2)$.

a) Hallar los estimadores de μ y σ^2 por el método de momentos. ¿Los estimadores son inses-
gados?

b) Hallar los estimadores de μ y σ^2 por el método de máxima verosimilitud. ¿Los estimadores son insesgados?

c) Se determina la resistencia al corte de cada una de diez soldaduras eléctricas por puntos de prueba, dando los siguientes datos (lb/plg^2):

392, 376, 401, 367, 389, 362, 409, 415, 358, 375.

Si se supone que la resistencia al corte esta normalmente distribuida, estime la verdadera media de resistencia al corte y desviación estándar de resistencia al corte usando el método de máxima verosimilitud y el método de momentos.

d) Estime la probabilidad de que la resistencia al corte de una soldadura al azar sea menor que 420.

Matemática 3

Práctica 7: Intervalos de Confianza

1) Un proceso novedoso para elaborar gasolina ecológica toma biomasa en la forma de sacarosa y la convierte en gasolina usando reacciones catalíticas. En un paso en un proceso de la planta piloto, un ingeniero químico mide la salida de cadenas de carbono de longitud tres. Nueve corridas con el mismo catalizador dieron los rendimientos (en galones)

0.63 2.64 1.85 1.68 1.09 1.67 0.73 1.04 0.68

Suponga que el rendimiento tiene una distribución normal.

a) ¿Qué puede afirmar el ingeniero químico con 95% de confianza acerca del error máximo, si usa la media muestral para estimar el verdadero rendimiento medio?

b) Obtenga un intervalo de confianza del 95% para el verdadero rendimiento medio del proceso de la planta piloto.

2) Se calculan tres intervalos de confianza para la media de la fuerza de corte (en ksi) de pernos de anclaje de un tipo dado, todos de la misma muestra.

Los intervalos son: (4.01, 6.02) ; (4.20 , 5.83) y (3.57 , 6.46).

Los niveles de los intervalos son 90%, 95% y 99%. ¿Qué intervalo tiene cada nivel?. Justifique.

3) En una muestra aleatoria de 100 baterías producidas por cierto método, el promedio del tiempo de vida fue de 150 horas y la desviación estándar de 25 horas.

a) Determine un intervalo de confianza de 95% para la media del tiempo de vida de las baterías producidas por este método.

b) Un ingeniero afirma que la media del tiempo de vida está entre 147 y 153 horas. ¿Con qué nivel de confianza se puede hacer esta afirmación?.

4) Las siguientes mediciones se registraron para el tiempo de secado, en horas, de cierta marca de pintura látex:

3.4 2.5 4.8 2.9 3.6 2.8 3.3 5.6 3.7 2.8 4.4 4.0 5.2 3.0 4.8

Suponiendo que las mediciones representan una muestra aleatoria de una población normal, encuentre un intervalo de confianza de nivel 99% para la media de los tiempos de secado.

5) Se prueban dos fórmulas diferentes de un combustible oxigenado para motor en cuanto al octanaje. La varianza del octanaje para la fórmula 1 es $\sigma_1^2 =$ 1.5, mientras que para la fórmula 2 es $\sigma_2^2 =$ 1.2. Se prueban dos muestras aleatorias de tamaño $n_1 = 15$ y $n_2 = 20$. Los octanajes promedio observados son $\bar{x}_1 = 89.6$ y $\bar{x}_2 = 92.5$.

Suponga que las muestras provienen de poblaciones normales.

a) Construya un intervalo de confianza del 95% para la diferencia en el octanaje promedio.

b) Si tomamos $n_1 = n_2$, ¿qué tamaño de muestra se necesitaría para que la longitud del intervalo se reduzca a la mitad del encontrado en a)?

6) Se comparan las resistencias de dos clases de hilo. Cincuenta piezas de cada clase de hilo se prueban bajo condiciones similares. La marca A tiene una resistencia a la tensión promedio de 78.3 kg con una desviación estándar de 5.6 kg; en tanto que la marca B tiene una resistencia a la tensión promedio de 87.2 kg con una desviación estándar de 6.3 kg. Construya un intervalo de confianza de 95% para la diferencia de las medias poblacionales.

7) Una determinada empresa de material fungible puede adquirir los cartuchos de tóner de impresora de dos proveedores distintos. Con el fin de determinar a qué proveedor comprar se toma una muestra de tamaño 12 de cada uno de los proveedores obteniendo los siguientes resultados (número de hojas impresas):

Proveedor A: $\bar{x}_A = 5459$ $\bar{x}_A = 5459$ $s_A^2 = 33703$ $s_A^2 = 33703$ Proveedor B: $\bar{x}_B = 5162$ $\bar{x}_B = 5162$ $s_B^2 = 199928$ $s_B^2 = 199928$

Si suponemos que las poblaciones son normales con varianzas iguales construir un intervalo de confianza de nivel 95% para la diferencia entre el número medio de hojas que imprime el cartucho de cada proveedor.

8) Dos empresas competidoras (A y B) en un mismo sector han puesto en marcha, casi simultaneamente, páginas de internet para la venta electrónica. Se han elegido al azar ocho clientes que han visitado la página A y, de manera independiente, otros ocho que han visitado la B y se han medido el tiempo (en minutos) de la duración de la visita de cada cliente. Los resultados fueron los siguientes:

Página A: 2.3 3.5 4.2 3.2 4.4 2.1 1.6 5.3

Página B: 1.3 2.3 4.4 3.7 2.8 6.5 3.6 4.5

Suponer que los datos provienen de poblaciones normales.

Construir un intervalo de confianza de nivel 99% para la diferencia entre los tiempos medios.

9) Una muestra de 10 camiones diesel fue operada tanto caliente como fría para calcular la diferencia en el ahorro de combustible. Los resultados, en millas/galón, se presentan en la tabla siguiente

Camión	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
caliente	4.56	4.46	6.49	5.37	6.25	5.90	4.12	3.85	4.15	4.69
frío	4.26	4.08	5.83	4.96	5.87	5.32	3.92	3.69	3.74	4.19

Determine un intervalo de confianza de 98% para la diferencia en la media del millaje entre motores calientes y fríos. Asuma que la muestra de las diferencias entre motores calientes y fríos es aproximadamente normal

10) Para los datos del ejercicio 4)
   a) construya un intervalo de confianza de 99% para la varianza del tiempo de secado real.
   b) construya un intervalo de confianza de 99% para la desviación estándar del tiempo de secado real.

11) Para los datos del ejercicio 8) hallar un intervalo de confianza de nivel de 95% para el cociente de las varianzas de los tiempos de visita.

12) Un fabricante de calculadoras electrónicas está interesado en estimar la fracción de unidades defectuosas que se producen. Una muestra aleatoria de 800 calculadoras incluye 18 defectuosas. Calcule un intervalo de confianza de nivel 99% para la verdadera fracción de unidades defectuosas.

13) a) Suponga que se quiere estimar qué porcentaje de todos los conductores excede el límite de velocidad de 80 km/h en cierto tramo del camino. ¿Qué tan grande debe ser la muestra para tener al menos 99% de confianza de que el error de su estimación es a lo sumo de 3.5%?.
   b) ¿Cómo se vería afectado el tamaño de la muestra requerida, si se sabe que el porcentaje a estimar es a lo sumo de 40%?.

14) En una prueba del efecto de la humedad en conexiones eléctricas, se probaron 100 conexiones eléctricas bajo condiciones húmedas y 150 en condiciones secas. Veinte de las primeras fallaron y solo diez de las segundas no pasaron la prueba. Determine un intervalo de confianza de 90% para la diferencia entre las proporciones de las conexiones que fallaron, húmedas y secas.

Matemática 3

<u>Práctica 8</u>: Test de Hipótesis

Para cada uno de los ejercicios, modelice la situación y responda las siguientes preguntas:
a) ¿cuál es la hipótesis nula y cuál es la alternativa?
b) ¿cuál es el estadístico que utiliza y qué distribución tiene bajo H0?
c) ¿cuál es la zona de rechazo? Dibújela.
d) ¿cuál es su conclusión para los datos observados? Recuerde responder en relación al enunciado.

e) ¿Puede dar una idea del p-valor? ¿es exacto o aproximado?

1) Para cada una de las siguientes aseveraciones, exprese si es una hipótesis estadística legítima y por qué:

a) H: $\sigma > 0$ b) H: $s \leq 0.20$ c) H: $\overline{X} - \overline{Y} = 5$ d) H: $\sigma_1 / \sigma_2 < 1$ f) $\mu \leq 0.1$

2) Sea el estadístico de prueba Z con una distribución normal estándar cuando H_0 es verdadera. Dé el nivel de significancia en cada una de las siguientes situaciones:

a) H_1: $\mu > \mu_0$, región de rechazo $z \geq 1.88$

b) H_1: $\mu < \mu_0$, región de rechazo $z \leq -2.75$

c) H_1: $\mu \neq \mu_0$, región de rechazo $z \geq 2.88$ o $z \leq -2.88$

3) Se supone que una máquina que llena cajas de cereal está calibrada, por lo que la media del peso de llenado es de 340 gr.

Sea μ la media verdadera del peso de llenado. Suponga que en una prueba de hipótesis H_0: $\mu = 340$ contra H_1: $\mu \neq 340$, el p-valor es 0.30.

a) ¿Se debe rechazar H_0 con base en esta prueba?. Explique

b) ¿Puede concluir que la máquina está calibrada y decir que la media del peso de llenado es de 340 gr?. Explique.

4) Un proceso de fabricación produce cojinetes de bola con diámetros que tienen una distribución normal y una desviación estándar de $\sigma = 0.04$ cm $\sigma = 0.04$ cm. Los cojinetes de bola que tienen diá-
metros que son muy pequeños o muy grandes son indeseables. Para poner a prueba la hipótesis nula de que $\mu = 0.5$ cm $\mu = 0.5$ cm se selecciona al azar una muestra de 25 y se encuentra que la media
muestral es 0.51

a) Establezca las hipótesis nula y alternativa tales que el rechazo de la hipótesis nula implicará que los cojinetes de bola son indeseables.

b) Con $\alpha = 0.02$ $\alpha = 0.02$, ¿cuál es el valor crítico para el estadístico de prueba?. Realice el test.

5) Cuando está operando adecuadamente, una planta química tiene una media de producción diaria de por lo menos 740 toneladas. La producción se mide en una muestra aleatoria simple de 60 días. La muestra tenía una media de 715 toneladas por día y desviación estándar de 24 toneladas por día. Sea μ la media de la producción diaria de la planta. Un ingeniero prueba que H_0: $\mu \geq 740$ contra H_1: $\mu < 740$.

a) Determine el p-valor

b) ¿Piensa que es factible que la planta esté operando adecuadamente o está convencido de que la planta no funciona en forma adecuada?. Explique su razonamiento.

6) Pruebe la hipótesis de que el contenido medio de los envases de un lubricante específico es de 10 litros, si los contenidos de una muestra aleatoria de 10 envases son:

10.2 9.7 10.1 10.3 10.1 9.8 9.9 10.4 10.3 9.8

Utilice un nivel de significancia de 0.01 y suponga que la distribución del contenido es normal.

7) Para determinar el efecto del grado de combustible en la eficiencia del combustible, 80 nuevos automóviles de la misma marca, con motores idénticos, fueron conducidos cada uno durante 1000 millas. Cuarenta de los automóviles funcionaron con combustible regular y otros 40 con combustible de grado Premium; los primeros tenían una media de 27.2 milla/galón, con desviación estándar de 1.2 milla/galón. Los segundos tenían una media de 28.1 milla/galón y una desviación estándar de 2.0 milla/galón. ¿Puede concluir que este tipo de automóvil tiene mejor millaje con combustible Premium? Utilice el p-valor.

8) Se probó la velocidad en cierta aplicación de 50 chips nuevos de computadora, con otra cantidad igual de diseño viejo. La velocidad promedio, en MHz, de los nuevos chips fue de 495.6, y la desviación estándar de 19.4. La velocidad promedio de los chips viejos fue de 481.2, y la desviación estándar fue de 14.3.

a) ¿Se puede concluir que la media de la velocidad de los nuevos es mayor que la de los chips viejos?. Establezca las hipótesis nula y alternativa adecuadas y después encuentre el p-valor.

b) Una muestra de 60 chips aún más viejos tenía velocidad promedio de 391.2 MHz, con desviación estándar de 17.2 MHz. Alguien afirma que los nuevos chips tienen tienen una velocidad promedio mayor a 100 MHz que los más viejos. ¿Los datos proporcionan evidencias convincentes para esta afirmación? . Establezca las hipótesis nula y alternativa y después determine el p-valor.

9) Se considera usar dos marcas diferentes de pintura látex. El tiempo de secado en horas se mide en especímenes de muestras del uso de las dos pinturas. Se seleccionan 15 especímenes de cada una y los tiempos de secado son lo siguientes:

Pintura A:

3.5, 2.7, 3.9, 4.2, 3.6, 2.7, 3.3, 5.2, 4.2, 2.9, 4.4, 5.2, 4.0, 4.1, 3.4

Pintura B:

4.7, 3.9, 4.5, 5.5, 4.0, 5.3, 4.3, 6.0, 5.2, 3.7, 5.5, 6.2, 5.1, 5.4, 4.8

Suponga que el tiempo de secado se distribuye normalmente con $\sigma_A = \sigma_B$, y que ambos tiempos de secado son independientes.

a) Encuentre un intervalo de confianza para la diferencia de las medias $\mu_A - \mu_B$ de nivel 95%.

b) Utilice el intervalo usado en a) para hacer un test para decidir si las medias difieren.

10) Se estudia el flujo de transito en dos intersecciones transitadas entre las 4 P.M. y las 6 P.M. para determinar la posible necesidad de señales de vuelta. Se descubrió que en 21 días laborales hubo en promedio 247.3 automóviles que se aproximaron a la primera intersección desde el sur y dieron vuelta a la izquierda, mientras que en 11días laborales hubo en promedio 254.1 automóviles que se aproximaron a la segunda intersección desde el sur y dieron vuelta a la izquierda. Las desviaciones estándar muestrales correspondientes son $s_1 = 15.2$ y $s_2 = 18.7$

Suponga que las distribuciones son normales y que hay independencia entre ambas muestras. Pruebe la hipótesis nula $\mu_1 - \mu_2 = 0$ contra la alternativa $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$ con nivel de significan cia $\alpha = 0.01$

11) La directiva de una compañía de taxis está tratando de decidir si debe cambiar de neumáticos normales a neumáticos radiales para mejorar el ahorro de combustible. Se equiparon cada

uno de los diez taxis con uno de los dos tipos de neumáticos y se condujeron en una trayectoria de prueba. Sin cambiar de conductores, se seleccionó el tipo de neumáticos y se repitió la trayectoria de prueba. El ahorro de combustible (en milla/galón) para los diez automóviles es:

	Automóvil									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
radial	32.1	36.1	32.3	29.5	34.3	31.9	33.4	34.6	35.2	32.7
normal	27.1	31.5	30.4	26.9	29.9	28.7	30.2	31.8	33.6	29.9

Asuma que la diferencia en ahorro de combustible entre ambos neumáticos es aproximadamente normal.

a) Debido a que el cambio de neumáticos en la flota de taxis es caro, la directiva no quiere cambiar a menos que una prueba de hipótesis proporcione evidencias de que mejorará el millaje. Establezca la hipótesis nula y alternativa adecuadas, y encuentre el p-valor.

b) Un análisis costo-beneficio muestra que será provechoso cambiar a neumáticos radiales si la media de la mejora del millaje es mayor a dos millas /galón. Establezca la hipótesis nula y alternativa adecuadas, y encuentre el p-valor, para una prueba de hipótesis diseñada como base de la decisión de cambiar.

12) El departamento de seguridad de un gran edificio de oficinas quiere probar la hipótesis nula de que $\sigma = 2.0$ minutos para el tiempo que tarda un guardia en realizar su rondín contra la hipótesis alternativa de que $\sigma \neq 2.0$ minutos. ¿Qué se puede concluir con un nivel de significancia de 0.01, si una muestra aleatoria de tamaño n = 31 da como resultado s = 1.8 minutos?. Asuma que la muestra proviene de una distribución normal.

13) Con referencia al ejercicio 10) use el nivel de significancia de 0.05 para probar la afirmación de que existe una mayor variabilidad en el número de automóviles que dan vuelta a la izquierda aproximándose desde el sur entre 4 P.M. y 6 P.M. en la segunda intersección.

14) Un taller acaba de recibir una maquina nueva y busca ajustarla correctamente. Según el técnico vendedor de la máquina, la maquina está ajustada para que no produzca más de 4% de piezas defectuosas. Al tomar una muestra de 350 piezas producidas, encuentra 10 defectuosas. La empresa no puede permitirse un nivel de defectuosos mayor de 5%. Razonar que tipo de test se debe realizar con el fin de determinar si la maquina se encuentra mal ajustada, y realizar dicho contraste. (tomar $\alpha\ \alpha$ = 0.05).

15) En una muestra de 100 lotes de un producto químico comprado al distribuidor A, 70 satisfacen una especificación de pureza. En una muestra de 70 lotes comprada al distribuidor B, 61 satisfacen la especificación. ¿Puede concluir que una proporción mayor de los lotes del distribuidor B satisface la especificación?. Utilice el p-valor.