Matemática III

17/10/23

1) H = El conector se humedece $P(H) = 0,1$

F = El conector falla durante el período de garantía

$P(F|H) = 0,05$ $P(F|H^c) = 0,01$

a) $P(F) \underset{\uparrow}{=} P(F|H) \cdot P(H) + P(F|H^c) \cdot P(H^c) = \underline{0,014}$

T. de P. Total

Hipótesis: H y H^c forman una partición de Ω

1) $H \cup H^c = \Omega$ 2) $H \cap H^c = \emptyset$ 3) $P(H) > 0$ $P(H^c) > 0$

b) $P(H^c|F) \underset{\uparrow}{=} \dfrac{P(F|H^c) \cdot P(H^c)}{P(F)} = \dfrac{0,009}{0,014} = \underline{0,6429}$

T de Bayes

Hipótesis: 4) $P(F) > 0$

2) a) X = "n° de defectos en una lámina"

$X \sim P(\lambda)$ $\lambda = 2$ $P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) =$

$= 1 - P(X = 0) = 1 - f(0) = 1 - e^{-2} = 0,8647$

b) Y = "n° de láminas con algún defecto entre 5"

$Y \sim B(m, p)$ $m = 5$ $p = 0,8647$

$P(Y = 3) = f(3) = \binom{5}{3} 0,8647^3 (1 - 0,8647)^2 = 0,1184$

c) Z = "n° de láminas extraídas hasta hallar una <u>SIN</u> defecto por primera vez"

$Z \sim G(p)$ $p = e^{-2} = 0,1353$

$P(Z = 3) = f(3) = (1 - 0,1353)^2 \cdot 0,1353 = 0,1012$

4) X_i = "tiempo de vida en años de la máquina i"

$i = 1, \dots, m$ $m = 9$ $X_i \sim N(\mu; \sigma^2)$ $\mu = 7$ $\sigma = 1$

$P(6,4 < \overline{X} < 7,2) \underset{\uparrow}{=} P\left(\dfrac{6,4 - 7}{1/\sqrt{9}} \leq \dfrac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{m}} \leq \dfrac{7,2 - 7}{1/\sqrt{9}}\right) =$

estandarizo

$= P(-1,8 < Z < 0,6) = \Phi(0,6) - \Phi(-1,8) = \underline{0,6899}$

$Z \sim N(0,1)$ por ser combinación lineal de v.a. normales independientes entre sí.

Resultado exacto

5) X_i = "duración en hs del foco i" $i = 1, \dots, m$

Distr. desconocida $m = 35 > 30$

$\mu = E(X_i) = 50$ $\sigma = dt(X_i) = 4$ X_i indep e/sí

$$P\left(\sum_{i=1}^{35} X_i \geq 1800\right) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{prop. compl}}}{=} 1 - P\left(\sum_{i=1}^{35} X_i < 1800\right) =$$

$$= 1 - P\left(\frac{\sum_{i=1}^{35} X_i - m\mu}{\sqrt{m}\,\sigma} < \frac{1800 - 1750}{\sqrt{35}\cdot 4}\right) \underset{TCL}{\approx}$$

$$\underset{TCL}{\approx} 1 - \Phi(2,11) = 0,0174$$

3) X = "n° de faros delanteros que necesitan ajuste" $R_X = \{0, 1, 2\}$

Y = "n° de neumáticos defectuosos" $R_Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

a)
- $P(X \leq 1, Y \leq 1) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{indep}}}{=} P(X \leq 1) \cdot P(Y \leq 1) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$

- $P(X + Y \leq 1) = P(X=0; Y=1) + P(X=1; Y=0) +$
  $+ P(X=0; Y=0) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{indep}}}{=} P(X=0) \cdot P(Y=1) + P(X=1) \cdot P(Y=0) +$
  $+ P(X=0) \cdot P(Y=0) = 0,5 \cdot 0,1 + 0,3 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,6 =$
  $= 0,05 + 0,18 + 0,3 = 0,53$

b) $P(X=0; Y=0) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{indep}}}{=} P(X=0) \cdot P(Y=0) = 0,5 \cdot 0,6 = 0,3$

c) $E(X) = \sum_{x \in R_X} x \cdot f_X(x) = 0,7$ $E(Y) = \sum_{y \in R_Y} y\, f_Y(y) = 1,15$

$$E(X^2) = \sum_{x=0}^{2} x^2 f_X(x) = 0{,}3 + 4 \cdot 0{,}2 = 0{,}3 + 0{,}8 = 1{,}1$$

$$E(Y^2) = \sum_{x=0}^{4} y^2 f_Y(y) = 0{,}1 + 4 \cdot 0{,}05 + 9 \cdot 0{,}05 + 16 \cdot 0{,}2$$
$$= 3{,}95$$

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 1{,}1 - (0{,}7)^2 = 0{,}61$$

$$V(Y) = E(Y^2) - (E(Y))^2 = 3{,}95 - (1{,}15)^2 = 2{,}6275$$

d) $E(X+Y) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{linealidad}}}{=} E(X) + E(Y) = 0{,}70 + 1{,}15 = 1{,}85$

$$dt(X+Y) = \sqrt{V(X+Y)} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{indep}}}{=} \sqrt{V(X) + V(Y)} = \sqrt{0{,}61 + 2{,}62}$$

$$= \sqrt{3{,}2375} = 1{,}7993$$