# MATEMATICA 3 - 1° CUATRIMESTRE 2022
## 1° PARCIAL - 1° FECHA (16/05/2022)

1) De los microprocesadores fabricados mediante cierto proceso, 20% está defectuoso. Se elige aleatoriamente 5 de ellos. Suponga que funcionan independientemente.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que todos funcionen?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de los microprocesadores funcione?

2)Suponga que los cuatro inspectores de una fábrica de cierto producto, colocan la fecha de caducidad en cada paquete al final de la línea de montaje. El inspector 1, quien coloca la fecha de caducidad en 20% de los paquetes, no la pone una vez en cada 200 paquetes; el inspector 2, quien la coloca en 60% de los paquetes, no la coloca una vez cada 100 paquetes; el inspector 3, quien la coloca en 15% de los paquetes, no lo hace una vez cada 90 paquetes, y el inspector 4, que fecha 5% de los paquetes, falla una vez cada 200 paquetes. Si un consumidor se queja de que su paquete no muestra la fecha de caducidad, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido inspeccionado por el inspector 1?.

3)Una instalación de luz tiene dos focos A y B. La duración del foco A se puede considerar una v.a. $X$con distribución normal con media 800 hs. y desviación estándar de 100 hs. La duración del foco B se puede considerar una v.a. $Y$con distribución normal con media 900 hs. y desviación estándar de 150 hs. Suponga que las duraciones de los focos son independientes.
¿Cuál es la probabilidad de que el foco B dure más que el foco A?. (Sugerencia: piense cómo interpreta el evento $\{Y - X > 0\}$ y qué distribución tiene $Y - X$)

4)Los baches en ciertas carreteras pueden ser un problema grave y tener la necesidad constante de repararse. Con un tipo específico de terreno y mezcla de concreto, la experiencia sugiere que hay, en promedio, 2 baches por milla después de cierta cantidad de uso. Se supone que el proceso de Poisson se aplica a la v.a. número de baches.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que no más de un bache aparezca en un tramo de una milla?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que no más de 4 baches ocurrirán en un tramo dado de 5 millas?

5) Una compañía farmacéutica sabe que aproximadamente 5% de sus píldoras para tratar cierta enfermedad tienen un ingrediente que está por debajo de la dosis mínima, lo que vuelve ineficaz a la píldora. Se toman 200 píldoras al azar. Sea X: " n° de píldoras ineficaces entre las 200 seleccionadas"
   a) ¿Cuál es la distribución de la v.a. X?. Indique sus parámetros.
   b) ¿Cuál es la probabilidad aproximada de que menos de 10 píldoras entre las 200 seleccionadas sean ineficaces?. Explique su respuesta.

# Primer parcial (Lunes)

1) X = "nº de microprocesadores que funcionan entre 5"

$X \sim B(m; p)$

$m = 5 \qquad p = 0{,}8$

a) $P(X=5) = \binom{5}{5} 0{,}8^5\, 0{,}2^0 = 0{,}8^5 = \underbrace{0{,}32768}$

b) $P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X=0) =$

$= 1 - \binom{5}{0} 0{,}8^0\, 0{,}2^5 = 1 - 0{,}2^5 = \underbrace{0{,}99968}$

2) $A_i$ = "El inspector $i$ pone la fecha de caducidad en el paquete" $\quad i = 1, 2, 3, 4$

Hip: • $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 = S$

• $A_1 \cap A_2 = \emptyset$ • $A_1 \cap A_3 = \emptyset$ • $A_1 \cap A_4 = \emptyset$ • $A_2 \cap A_3 = \emptyset$

• $A_2 \cap A_4 = \emptyset$ • $A_3 \cap A_4 = \emptyset$

• $P(A_1) = 0{,}2 > 0$ • $P(A_2) = 0{,}6 > 0$ • $P(A_3) = 0{,}15 > 0$

• $P(A_4) = 0{,}05 > 0$

B = "El inspector falla en colocar la fecha de caducidad"

$P(B|A_1) = \frac{1}{200} \qquad P(B|A_2) = \frac{1}{100}$

$P(B|A_3) = \frac{1}{90} \qquad P(B|A_4) = \frac{1}{200}$

a) $P(A_1|B) \underset{\uparrow}{=} \dfrac{P(B|A_1)\cdot P(A_1)}{\sum_{i=1}^{4} P(B|A_i)\cdot P(A_i)} =$

T. de Bayes

$$= \frac{\frac{1}{200}\cdot 0{,}2}{\frac{1}{200}\cdot 0{,}2 + \frac{1}{100}\cdot 0{,}6 + \frac{1}{90}\cdot 0{,}15 + \frac{1}{200}\cdot 0{,}05} =$$

$$= \frac{0{,}001}{0{,}00891\overline{6}} = \underbrace{0{,}1121495} = \frac{12}{107}$$

$P(B) = 107/12000 > 0$

3) $X$ = duración del foco A (hs) $X \sim N(\mu_A; \sigma_A^2)$

$\mu_A = 800$ $\sigma_A = 100$

$Y$ = duración del foco B (hs) $Y \sim N(\mu_B; \sigma_B^2)$

$\mu_B = 900$ $\sigma_B = 150$

$X$ e $Y$ son v.a. independientes

$$P(Y > X) = P(\underbrace{Y - X}_{W} > 0)$$

$W = Y - X \sim N(\mu_W; \sigma_W^2) \rightarrow$ Por ser combinación lineal de v.a normales independientes.

- $\mu_W = E(Y - X) \underset{\text{linealidad}}{=} E(Y) - E(X) = 100$
- $\sigma_W^2 = V(Y - X) \underset{\text{independencia}}{=} V(Y) + V(X) = 100^2 + 150^2$

$$P(W > 0) \underset{\text{estandarizo}}{=} P\left(\frac{W - \mu_W}{\sigma_W} > \frac{0 - 100}{\sqrt{100^2 + 150^2}}\right) = P\left(Z > \frac{-100}{\sqrt{32500}}\right)$$

$$\underset{\text{prop del complemento}}{=} 1 - P(Z < -0,55) = 1 - \Phi(-0,55) \underset{\text{Tabla}}{=} \underline{0,70884}$$

4) $X_t$ = número de baches en $t$ millas

$c = 2$ baches/milla $\lambda = c.t$

$X_t \sim P(\lambda)$

a) $X_1$ = "número de baches en 1 milla"

$X_1 \sim P(\lambda)$ $\underline{\lambda = 2}$

$$P(X_1 \leq 1) = F(1) \underset{\text{tabla acumulada de Poisson}}{=} \underline{0,406}$$

Primer parcial (lunes) 3

16/5/22

b) $X_5$ = "número de baches en 5 millas"

$X_5 \sim P(\lambda) \qquad \lambda = 2 \cdot 5 = 10$

$P(X_5 \leq 4) = F(4) \underset{\uparrow}{=} 0{,}02925$

Tabla de acumulada de Poisson

5) X = "nº de píldoras ineficaces entre las 200 seleccionadas"

a) $X \sim B(n; p) \qquad n = 200 \qquad p = 0{,}05$

b) $P(X < 10) = P(X \leq 9) \underset{\uparrow}{\approx} P(X \leq 9{,}5) =$

corrección por continuidad

$\underset{\uparrow}{=} P\left( \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq \frac{9{,}5 - 10}{\sqrt{9{,}5}} \right) \underset{TCL}{\approx} \Phi(-0{,}16) = 0{,}43644$

estandarizo

- $n \cdot p \geq 10 \qquad n \cdot p = 10$ ✓
- $n(1-p) \geq 10 \qquad n(1-p) = 190$ ✓

Caso particular del TCL para una binomial