

MATEMATICA 3 - 1º CUATRIMESTRE 2022
1º PARCIAL - FLOTANTE

Nº de alumno:..... Carrera:.....

Apellido y nombre:.....

- 1) Las probabilidades de que una estación de servicio bombee combustible en 0, 1, 2, 3, 4, 5 o más automóviles durante cierto período de 30 minutos son, respectivamente, 0.03, 0.18, 0.24, 0.28, 0.10 y 0.17. Encuentre la probabilidad de que en este período de 30 minutos
 - a) más de 2 automóviles reciban combustible.
 - b) a lo sumo 4 automóviles reciban combustible.
- 2) Dos inspectores de calidad supervisan fallas en artículos. Si se encuentra una, será detectada por el primer inspector con una probabilidad de 0.9 y por el segundo con probabilidad 0.7. Suponga que los inspectores trabajan en forma independiente.
 - a) Si un artículo tiene una falla, ¿cuál es la probabilidad de que la detecten ambos inspectores?
 - b) Si un artículo tiene una falla, ¿cuál es la probabilidad de que la detecte al menos uno de los inspectores?
- 3) El número de ratas de campo en un campo de 10 hectáreas de trigo es una v.a. Poisson con media 20.
 - a) Encuentre la probabilidad de que se encuentren menos de 5 ratas de campo en una hectárea dada.
 - b) Encuentre la probabilidad de que se encuentren menos de 5 ratas de campo en 2 de las siguientes 3 hectáreas que se inspeccionen.
- 4) Una empresa de material eléctrico fabrica bombitas de luz que tienen una duración que se distribuye en forma normal, con media de 800 horas y desviación estándar de 40 horas.
 - a) Encuentre la probabilidad de que una muestra de 16 bombitas tenga una vida promedio de menos de 755 horas.
 - b) Encuentre el valor x a la derecha del cual caería el 15% de los promedios calculados de 16 bombitas.
- 5) El número de errores que comete una secretaria en una página es una v.a. Poisson con media 2.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad aproximada de que cometa al menos 180 errores en 100 páginas?
 - b) Explique qué aproximación utiliza y por qué.

1) a) A = "más de 2 autos reciben combustible"

$$P(A) = 0,28 + 0,1 + 0,17 = 0,55$$

b) B = "A lo sumo 4 reciben combustible"

$$P(B) = 1 - P(B^c) = 1 - 0,17 = 0,83$$

↑
só más

2) F_1 = "La falla es detectada por el primer inspector"

$$P(F_1) = 0,9$$

F_2 = "La falla es detectada por el segundo inspector"

$$P(F_2) = 0,7$$

F_1, F_2 independientes

a) $P(F_1 \cap F_2) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{independencia}}}{P(F_1) \cdot P(F_2)} = 0,63$

b) $P(F_1 \cup F_2) = P(F_1) + P(F_2) - P(F_1 \cap F_2) = 0,97$

3) a) X = "n° de ratas en una hectárea de trigo"

$$X \sim P(\lambda)$$

$$\lambda = \frac{20}{10} = 2$$

$$P(X < 5) = P(X \leq 4) = F(4) = 0,94735$$

↑
tabla

b) Y = "n° de campos de una hectárea que tienen menos de 5 ratas entre 3"

$$Y \sim B(m; p) \quad m = 3 \quad p = P(X < 5) = 0,94735$$

$$P(Y = 2) = f(2) = \binom{3}{2} 0,94735^2 (1 - 0,94735)^{3-2} = 3 \cdot 0,94735^2 \cdot 0,05265 = 0,14175$$

4) X_i = "duración de la bomba de luz i" (hs)

$$i = 1, \dots, m$$

$$X_i \sim N(\mu, \sigma^2) \quad \mu = 800 \quad \sigma = 40$$

a) $m = 16$

$$P(\bar{X} < 755) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{m}} < \frac{755 - 800}{40/\sqrt{16}}\right) = P(Z < -4,5) = \Phi(-4,5) = 0$$

b) $x / P(\bar{X} > x) = 0,15$

$$1 - P(\bar{X} \leq x) = 0,15$$

$$P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{m}} \leq \frac{x - 800}{40/\sqrt{16}}\right) = 0,85$$

$$\Phi\left(\frac{x - 800}{10}\right) = 0,85$$

$$\frac{x - 800}{10} = 1,04 \quad \uparrow \text{tabla}$$

$$\boxed{x = 810,4}$$

5) a) $X_i =$ "nº de errores en la página i"
 $i = 1, \dots, m$ $m = 100$ $X_i \sim P(\lambda) \lambda = 2$

$$P\left(\sum_{i=1}^m X_i \geq 180\right) = P\left(\frac{\sum_{i=1}^m X_i - m\mu}{\sqrt{m}\sigma} \geq \frac{180 - 200}{\sqrt{100}\sqrt{2}}\right)$$

$$\stackrel{\sim}{\sim} 1 - \Phi\left(\frac{-20}{\sqrt{200}}\right) = 1 - \Phi(-1,41) = 1 - 0,07927$$

TCL $m \geq 30$ $= 0,92073$

b) TCL para una sumatoria.
 Son v.a. independientes e idénticamente distribuidas con $E(X_i) = \lambda = 2$ y $V(X_i) = \sigma^2 = 2$
 $m \geq 30$

Otra forma de resolverlo

a) $X =$ "nº de errores en 100 páginas"
 $X \sim P(\lambda) \quad \lambda = 200 \quad \lambda \geq 30$

$$P(X \geq 180) = P\left(\frac{X - \lambda}{\sqrt{\lambda}} \geq \frac{180 - 200}{\sqrt{200}}\right)$$

$$\stackrel{\sim}{\sim} 1 - \Phi(-1,41) = 0,92073$$

TCL

para Poisson

b) TCL para una v.a. Poisson porque $\lambda \geq 30$.