1			2		3		4		5
a	b	c	a	b	a	b	a	b	

Nº de alumno: ………………………………………………………..
Apellido y nombre: ………………………………………………..
Carrera: ………………………………………………………….....

MATEMATICA 3 - 1º CUATRIMESTRE 2022
1º PARCIAL - 1º FECHA (19/05/2022)

1) En muchas industrias es común que se utilicen máquinas para llenar los envases de un producto. Dichas máquinas no son perfectas y podrían A: "cumplir las especificaciones de llenado", B: "quedar por debajo del llenado establecido" y C: "llenar de más". Por lo general se busca evitar la práctica de llenado insuficiente. Sea P(B) = 0.001, mientras que P(A) = 0.990

a) Determine P(C)

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina no dé llenado insuficiente?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina llene de más o de menos?

2) Hay dos ascensores (A y B) en cada ala de un hospital, supongamos que, al llamar un usuario en la planta baja a los dos ascensores de manera simultánea, la probabilidad de que llegue primero el ascensor A es de 0.75. Además la probabilidad de que el ascensor se quede bloqueado, con el usuario dentro, es de 0.005 para el ascensor A, y de 0.01 para el ascensor B,

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el usuario que ha llamado a los dos ascensores desde la planta baja se quede bloqueado?

b) Si un usuario se ha quedado bloqueado, ¿cuál es la probabilidad de que sea en el ascensor A?

3) La longitud y el ancho, en pulgadas, de los paneles utilizados para puertas interiores son variables aleatorias X e Y respectivamente. Suponga que X e Y son variables independientes con densidades

$$f_X(x) = \begin{cases} 2 & 17.75 < x < 18.25 \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases} \qquad f_Y(y) = \begin{cases} 2 & 4.75 < y < 5.25 \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

a) Hallar $E(X)$, $E(Y)$, $V(X)$, $V(Y)$.

b) Determine la $P(X > 18,\ Y > 5)$ utilizando la independencia entre X e Y.

4) Una máquina fabrica piezas cuyas longitudes se distribuyen según una normal de media 32 y desviación estándar 0.3 milímetros, considerándose aceptables aquellas cuya medida se encuentra dentro del intervalo (31.1, 32.6).

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una pieza fabricada por esta máquina sea defectuosa?

b) Calcular la probabilidad de que un lote de 20 piezas contenga más de 2 piezas defectuosas.

Sugerencia: considere la v.a. Y: "nº de piezas defectuosas en el lote", piense qué distribución tiene Y.

5) Los tiempos que tarda un cajero en procesar el pedido de cada persona son variables aleatorias independientes con una media de 1.5 minutos y una desviación estándar de 1 minuto. ¿Cuál es la probabilidad aproximada de que se puedan procesar los pedidos de 100 personas en menos de 2 horas?. ¿Qué teorema utiliza?. ¿Podría calcular la probabilidad de que el tiempo de espera de una persona sea menor que 1 minuto?. Explique su respuesta.

(Sugerencia: considere las variables aleatorias X_i : "tiempo de espera de la persona i" , i = 1, 2, …,100)

Primer parcial (jueves)

HOJA Nº 1

FECHA 19/5/22

1) A = "cumple las especificaciones de llenado"

B = "queda por debajo del llenado establecido"

C = "llenar de más"

$P(B) = 0{,}001 \quad P(A) = 0{,}99$

a) $P(C) = ?$

$A \cup B \cup C = S$

$B \cap C = \emptyset \quad A \cap B = \emptyset \quad A \cap C = \emptyset$

$P(C) = 1 - P(A) - P(B)$

$P(C) = 0{,}009$

b) $P(B^c) = 1 - P(B) = 0{,}999$

c) $P(C \cup B) = P(C) + P(B) = 0{,}01$

Otra manera:

$C \cup B = A^c \rightarrow P(A^c) = 1 - 0{,}99 = 0{,}01$

2) A = "El usuario toma el ascensor A"

B = "El usuario toma el ascensor B"

$P(A) = 0{,}75 \quad P(B) = 0{,}25$

Hip: • $A \cup B = S$ • $A \cap B = \emptyset$ • $P(A) > 0$ • $P(B) > 0$

F = "El usuario queda bloqueado en el ascensor"

$P(F|A) = 0{,}005 \quad P(F|B) = 0{,}01$

a) $P(F) = P(F|A) \cdot P(A) + P(F|B) \cdot P(B) = 0{,}00625$

T. de prob. total

b) $P(A|F) = \dfrac{P(F|A) \cdot P(A)}{P(F)} = \dfrac{0{,}00375}{0{,}00625} = 0{,}6$

T. de Bayes

$P(F) > 0$

Primer parcial (jueves)

HOJA N° 2

FECHA 19/5/22

3) X = longitud en pulgadas del panel

Y = ancho en pulgadas del panel

X e Y son v.a independientes

a) $X \sim U[17{,}75 ; 18{,}25]$ $\quad Y \sim U[4{,}75 ; 5{,}25]$

- $E(X) = \dfrac{17{,}75 + 18{,}25}{2} = 18$
- $E(Y) = \dfrac{4{,}75 + 5{,}25}{2} = 5$

$V(X) = \dfrac{(18{,}25 - 17{,}75)^2}{12} = \dfrac{1}{48}$ $\quad V(Y) = \dfrac{(5{,}25 - 4{,}75)^2}{12}$

- $V(X) = 0{,}0208\overline{3} = \dfrac{1}{48}$
- $V(Y) = \dfrac{1}{48} = 0{,}0208\overline{3}$

b) $P(X > 18 ; Y > 5) \underset{\text{independencia}}{=} P(X > 18) \cdot P(Y > 5) =$

$\underset{\text{prop del complemento}}{=} [1 - F_X(18)] \cdot [1 - F_Y(5)] = \left[1 - \left(\dfrac{18 - 17{,}75}{0{,}5}\right)\right] \cdot \left[1 - \left(\dfrac{5 - 4{,}75}{0{,}5}\right)\right]$

$= [1 - 0{,}5] \cdot [1 - 0{,}5] = 0{,}25$

4) X = "longitud de una pieza (mm)"

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $\quad \mu = 32 \quad \sigma = 0{,}3$

a) $1 - P(\underbrace{31{,}1 < X < 32{,}6}_{\text{aceptables}}) \underset{\text{estandarizo}}{=} 1 - P\left(\dfrac{31{,}1 - 32}{0{,}3} < \dfrac{X - \mu}{\sigma} < \dfrac{32{,}6 - 32}{0{,}3}\right)$

$= 1 - P(-3 < Z < 2) = 1 - [\Phi(2) - \Phi(-3)] =$

$= 1 - (0{,}97725 - 0{,}00135) = 0{,}0241$

b) Y = "n° de piezas defectuosas entre 20"

$Y \sim B(n, p)$ $\quad n = 20 \quad p = 0{,}0241$

NOTA

Primer parcial (jueves)

HOJA Nº 3

FECHA 19/5/22

$$P(Y>2) = 1 - P(Y \leq 2) = 1 - [P(Y=0) + P(Y=1) + P(Y=2)] = 1 - \left[0{,}9759^{20} + \binom{20}{1} \cdot 0{,}0241 \cdot 0{,}9759^{19} + \binom{20}{2} 0{,}0241^2 \cdot 0{,}9759^{18}\right] =$$

$$= 1 - [0{,}613912335 + 0{,}303213183 + 0{,}071135012]$$

$$= 1 - 0{,}98826053 = \underline{0{,}011739}$$

5) X_i: "tiempo de espera de la persona i (minutos)" $\quad i = 1, 2, \ldots, m \quad m = 100$

$X_1, \ldots, X_m$ v.a. independientes

$\mu = E(X_i) = 1{,}5 \quad \sigma = dt(X_i) = 1 \quad m \geq 30$

Distribución desconocida de los X_i

$$P\left(\sum_{i=1}^{m} X_i < 120\right) \underset{\text{estandarizo}}{=} P\left(\frac{\sum_{i=1}^{m} X_i - m\mu}{\sqrt{m}\,\sigma} < \frac{120 - 100 \cdot 1{,}5}{\sqrt{100} \cdot 1}\right)$$

$$\underset{\text{T.C.L}}{\approx} \Phi(-3) \underset{\text{tabla}}{=} \underline{0{,}00135}$$

- Se usa el T.C.L
- No se puede calcular $P(X_i < 1)$ porque la distribución de las X_i es desconocida y $m = 1 < 30$