

Simulación de Tanques Acoplados

Descripción del proyecto

Este proyecto tiene como objetivo modelar y simular el comportamiento dinámico de dos tanques cilíndricos interconectados. El primero recibe un flujo de entrada de líquido, y transfiere parte de ese líquido al segundo tanque. A su vez, el segundo tanque vacía el líquido hacia el exterior de acuerdo a una ley de descarga que depende de la raíz cuadrada de su altura.

La simulación permite estudiar cómo varían las alturas del líquido en cada tanque con el tiempo, bajo diferentes condiciones de entrada y parámetros físicos del sistema.

Fundamento teórico

El sistema se modela mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) basadas en los principios de conservación de masa:

$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{1}{A} (F_{\text{entrada}}(t) - K_1 h_1(t))$$
$$\frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{1}{A} (K_1 h_1(t) - K_2 \sqrt{g h_2(t)})$$

Donde:

- $h_1(t)$, $h_2(t)$: alturas del líquido en los tanques 1 y 2
- A : área de base del tanque
- $F_{\text{entrada}}(t)$: flujo de entrada
- K_1 , K_2 : constantes de transferencia y descarga
- g : aceleración gravitatoria

Parámetros usados en la simulación

- Área de base de los tanques: $A = 2 \text{ m}^2$
- Constante de transferencia entre tanques: $K_1 = 0.5$
- Constante de salida del segundo tanque: $K_2 = 1$
- Aceleración gravitatoria: $g = 9.8 \text{ m/s}^2$
- Condiciones iniciales: $h_1(0) = 1000$, $h_2(0) = 0$
- Flujo de entrada constante: $F_{\text{entrada}}(t) = 20 \text{ m}^3/\text{s}$
- Paso de integración: $h = 0.1 \text{ s}$
- Tiempo de simulación: 1000 s

Implementación

Se utiliza Python para realizar la simulación numérica mediante el método de Euler y el método de Runge-Kutta (4), que permiten aproximar la solución de las EDOs paso a paso. La simulación guarda los valores de altura en cada tanque, el flujo de entrada y el caudal de salida del segundo tanque. Luego se grafican estas curvas utilizando GNUPLLOT para analizar el comportamiento del sistema a lo largo del tiempo.

Proceso de simulación

- **Inicialización**
 - Se definen los parámetros físicos y numéricos (área, coeficientes, gravedad, paso de integración) para Euler y Runge-Kutta.
 - Se establecen condiciones iniciales para ambos métodos (alturas iniciales de los tanques).
- **Iteración en el tiempo:**
 - En cada paso, se calcula el valor actual del flujo de entrada.
 - Se evalúan las derivadas de las alturas de ambos tanques usando las ecuaciones del modelo.
 - Se actualizan las alturas usando los métodos de Euler y también Runge-Kutta.
 - Se guarda el caudal de salida del segundo tanque para su posterior análisis.
- **Repetición:**
 - El ciclo se repite hasta completar el tiempo total de simulación.
- **Visualización:**
 - Para cada uno de los métodos se grafican las siguientes variables en función del tiempo:
 - Altura del tanque 1 $h_1(t)$
 - Altura del tanque 2 $h_2(t)$
 - Flujo de entrada $F(t)$
 - Caudal de salida del segundo tanque $Q(t)$

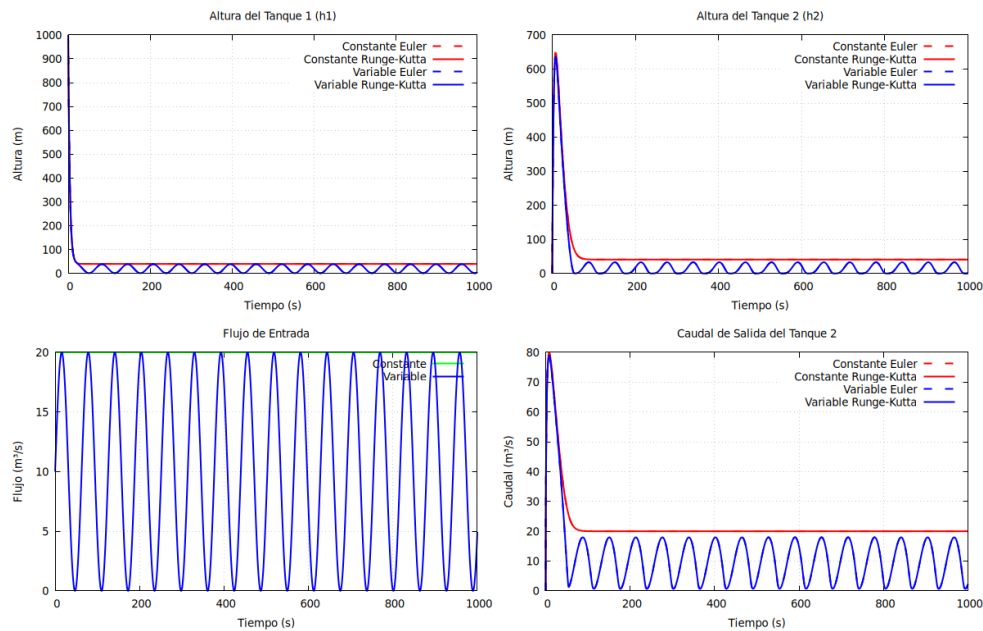
Resultados esperados para el caso base

- La altura del primer tanque comienza alta y va disminuyendo hasta alcanzar un valor estable.
- El segundo tanque inicialmente está vacío, pero su altura crece a medida que la altura del primer tanque disminuye y luego también se estabiliza.
- El sistema alcanza un estado estacionario cuando la entrada, la transferencia y la salida se equilibran.
- El caudal de salida del segundo tanque también se estabiliza.

Gráficos generados para el caso base

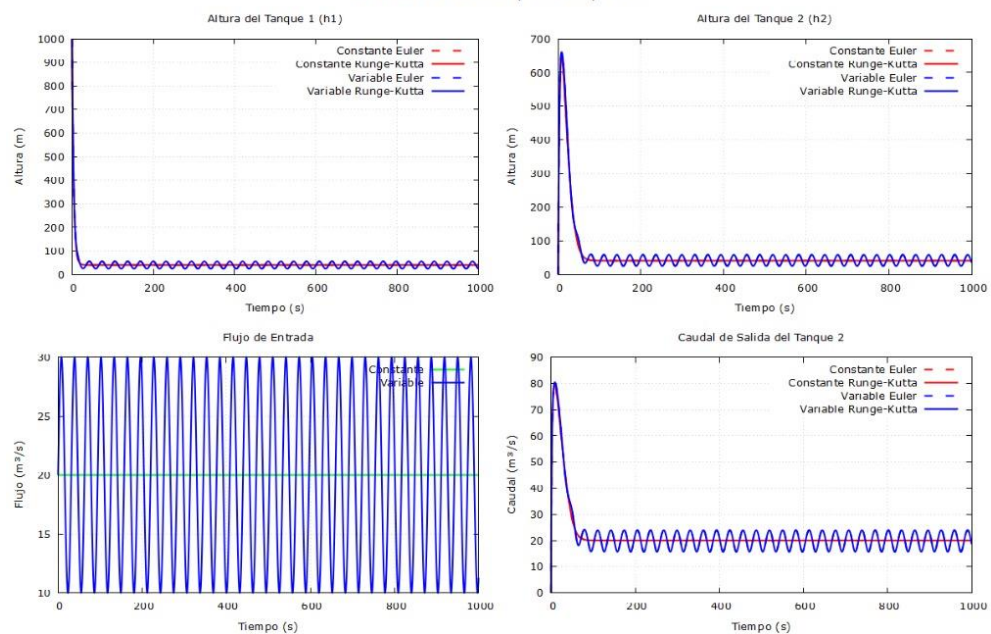
➤ $F_{entrada} = 10 + 10 \cdot \sin(0.1 \cdot t)$

Simulación de Tanques Acoplados



➤ $F_{entrada} = 20 + 10 \cdot \sin(0.2 \cdot t)$

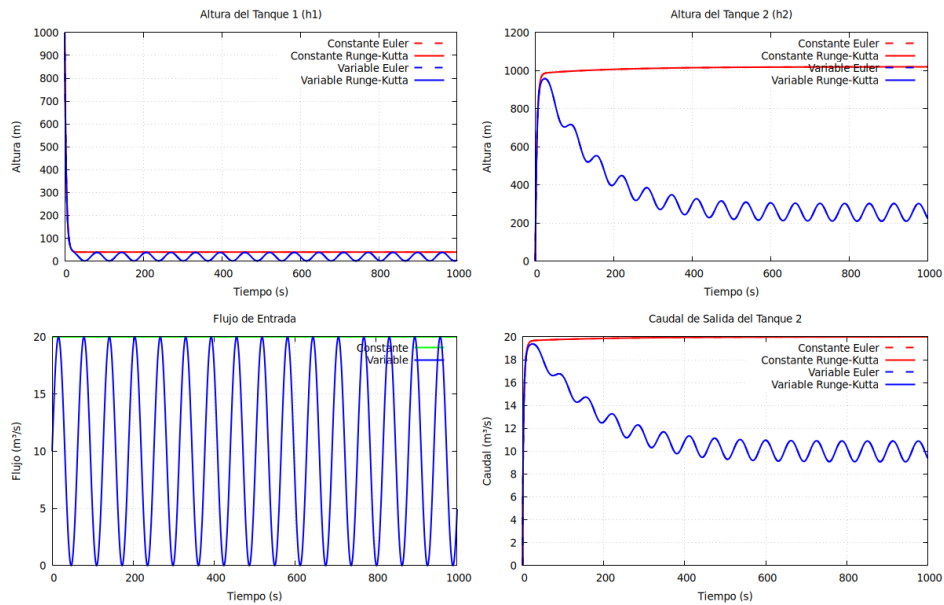
Simulación de Tanques Acoplados



Casos extra

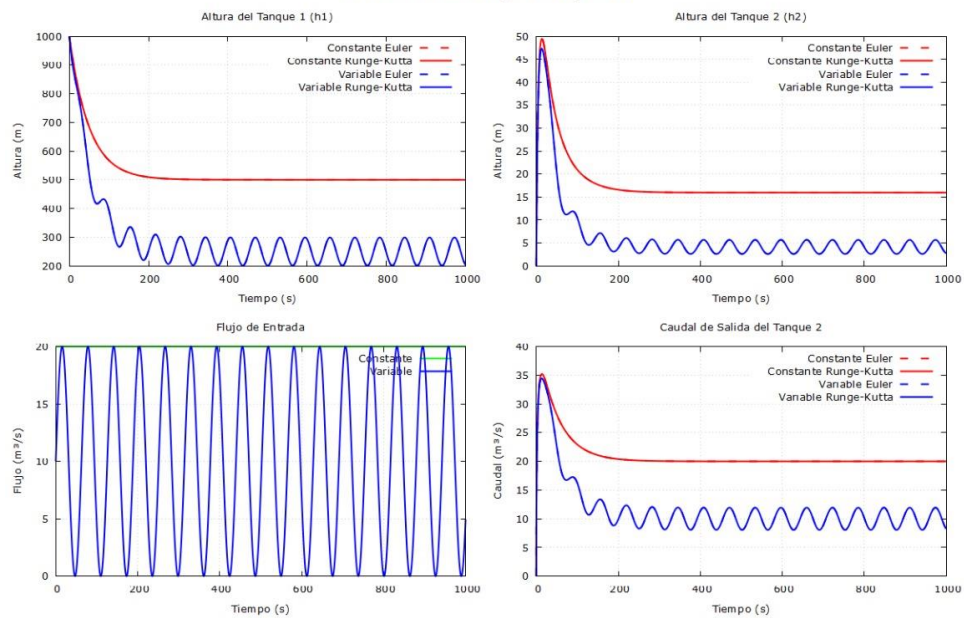
- Transferencia rápida y descarga lenta (coef_transferencia = 0.5 coef_descarga = 0.2)

Simulación de Tanques Acoplados



- Transferencia lenta y descarga rápida (coef_transferencia = 0.5 coef_descarga = 0.2)

Simulación de Tanques Acoplados



Diferencias observadas

- Se observó que el método de Euler es menos preciso que el de Runge-Kutta debido a que se puede observar variación en las alturas de los tanques y en el caudal de salida del segundo tanque, mientras que Runge-Kutta converge suavemente al estado estacionario, reflejando su mayor precisión, además, no se encontraron diferencias entre un flujo constante y variable

Table 1: Comparación de Métodos Numéricos

Característica	Euler	RK4
Orden de precisión	$O(h)$	$O(h^4)$
Estabilidad	Oscilaciones numéricas	Curvas suaves
Tiempo de convergencia	Más lento	Más rápido
Complejidad computacional	Baja	Moderada

- Los resultados que se esperaban para $F_{entrada} = 10 + 10 * \sin(0.1 * t)$ coincidieron con los valores obtenidos; pero para $F_{entrada} = 20 + 10 * \sin(0.2 * t)$ los valores se modificaron alterando las gráficas de las alturas de los tanques y el caudal de salida del segundo tanque aumentando la frecuencia a la que se mantienen las alturas de los tanques.
- Al modificar las variables $coef_transferencia = 0.5$ y $coef_descarga = 0.2$ se vio un gran cambio en las gráficas de la altura del segundo tanque y el caudal de salida del mismo, con el método de Euler se observa una estabilización más gradual que utilizando las variables del caso base y con el método de Runge-Kutta se observa que la estabilización de las variables sucede a una altura del segundo tanque mucho mayor que la del caso base.
- Al contrario que en el punto anterior, al modificar las variables $coef_transferencia = 0.5$ y $coef_descarga = 0.2$ se observa un cambio en la fase final del descenso de las alturas de los tanques y también en el caudal de salida del segundo tanque justo antes de estabilizarse las gráficas, además de una diferenciación mas significativa entre el método de Euler y el de Runge-Kutta