UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
Facultad Regional Rosario
Departamento de Matemática

Álgebra y Geometría Analítica — I. S. I.

Examen Final Práctico - 16 de marzo de 2010 - Tema 1

Apellido y Nombre: ____________________

Legajo: __________ Comisión: __________ Docente: ____________________

Ejercicio 1. Sea el conjunto $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y = z\}$.

1. Demuestre que con las operaciones suma y producto por escalar definidas como es habitual en $\mathbb{R}^3$, A es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$.
2. Determine la dimensión de A y exhiba una base.
3. Escriba el vector de coordenadas de $(1, 5, 6)$ en la base del ítem anterior.

Ejercicio 2. Sea la recta

$$r : \begin{cases} x = 2 + t, \\ y = 9 - 3t, \end{cases} \qquad \forall t \in \mathbb{R}.$$

Determine la ecuación de la circunferencia que tiene por diámetro al segmento determinado por r y los ejes coordenados.

Ejercicio 3. Sean las rectas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 5t, \\ y = 6 - 7t, \\ z = 8, \end{cases} \qquad \forall t, \qquad r_2 : \begin{cases} 2x - y + z = 1, \\ 6x + 3z = 5. \end{cases}$$

Determine si las rectas son coplanares o alabeadas. En caso de ser coplanares, determine una ecuación para el plano que las contiene. En caso de ser alabeadas, determine una ecuación para el plano paralelo a r_1 que contiene a r_2.

Ejercicio 4. Resuelva la ecuación matricial

$$AXB + AX = C^t,$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$