## PARCIAL 1 – ÁLGEBRA (LSI) – 25/04/2019 - TEMA A

1. (a) Demostrar mediante una tabla de verdad que la proposición $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ es una tautología.
   (b) Sabiendo que el valor de verdad de $p \vee r$ es falso, decidir si es posible averiguar el valor de verdad de $(p \Rightarrow r) \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow q$.
2. (a) Sea $A = \{1, 2, \{\varnothing\}\}$. Calcular $\mathcal{P}(A)$.
   (b) Sean $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 9 \text{ y } x \text{ es par}\}$, $C = \{3 \cdot x : x \in \mathbb{N} \text{ y } 1 \leqslant x < 4\}$, $\mathcal{U} = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 10\}$. Calcular $(A \cup B^c) \cup (C - A)$.
   (c) Dada la proposición $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{Q} : x \cdot y + 1 = 0$, decidir su valor de verdad y escribir su negación sin utilizar el conectivo $\neg$.
3. (a) Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $\mathcal{R} \subset A \times A$ una relación definida por $\mathcal{R} = \{(1, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 2), (4, 5)\}$. Decidir si $\mathcal{R}$ es reflexiva y/o simétrica.
   (b) Sean $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^2 + 1$ y $g(x) = x - 2$. Calcular $g \circ f$ y $f \circ g$.
   (c) Sean $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Definir una función $f : A \to B$ que no sea sobreyectiva ni inyectiva.
4. Demostrar por inducción que:
   (a)
   $$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \sum_{i=1}^{n} (2 \cdot i - 1) = n^2.$$
   (b)
   $$\forall n \in \mathbb{N}, \quad 3^{2 \cdot n} - 1 = 8 \cdot k, \text{ para algún } k \in \mathbb{Z}$$

**Puntajes:** 10 **puntos cada item**


## PARCIAL 1 – ÁLGEBRA (LSI) – 25/04/2019 - TEMA A

1. (a) Demostrar mediante una tabla de verdad que la proposición $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ es una tautología.
   (b) Sabiendo que el valor de verdad de $p \vee r$ es falso, decidir si es posible averiguar el valor de verdad de $(p \Rightarrow r) \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow q$.
2. (a) Sea $A = \{1, 2, \{\varnothing\}\}$. Calcular $\mathcal{P}(A)$.
   (b) Sean $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 9 \text{ y } x \text{ es par}\}$, $C = \{3 \cdot x : x \in \mathbb{N} \text{ y } 1 \leqslant x < 4\}$, $\mathcal{U} = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 10\}$. Calcular $(A \cup B^c) \cup (C - A)$.
   (c) Dada la proposición $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{Q} : x \cdot y + 1 = 0$, decidir su valor de verdad y escribir su negación sin utilizar el conectivo $\neg$.
3. (a) Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $\mathcal{R} \subset A \times A$ una relación definida por $\mathcal{R} = \{(1, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 2), (4, 5)\}$. Decidir si $\mathcal{R}$ es reflexiva y/o simétrica.
   (b) Sean $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^2 + 1$ y $g(x) = x - 2$. Calcular $g \circ f$ y $f \circ g$.
   (c) Sean $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Definir una función $f : A \to B$ que no sea sobreyectiva ni inyectiva.
4. Demostrar por inducción que:
   (a)
   $$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \sum_{i=1}^{n} (2 \cdot i - 1) = n^2.$$
   (b)
   $$\forall n \in \mathbb{N}, \quad 3^{2 \cdot n} - 1 = 8 \cdot k, \text{ para algún } k \in \mathbb{Z}$$

**Puntajes:** 10 **puntos cada item**

**PARCIAL 1 – ÁLGEBRA (LSI) – 25/04/2019 - TEMA B**

1. (a) Demostrar mediante una tabla de verdad que $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$.
   (b) Sabiendo que el valor de verdad de $p \vee q$ es falso, decidir si es posible averiguar el valor de verdad de $(p \wedge r) \vee (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow r$.

2. (a) Sea $A = \{a, b, \{\emptyset\}\}$. Calcular $\mathcal{P}(A)$.
   (b) Sean $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 9 \text{ y } x \text{ es par}\}$, $C = \{3 \cdot x : x \in \mathbb{N} \text{ y } 1 \leqslant x < 4\}$, $\mathcal{U} = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 10\}$. Calcular $(B \cap A^c) \cup (A - B)$.
   (c) Dada la proposición $\exists x \in \mathbb{R} : \forall y \in \mathbb{N} : x \cdot y + 1 = 0$, decidir su valor de verdad y escribir su negación sin utilizar el conectivo $\neg$.

3. (a) Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $\mathcal{R} \subset A \times A$ una relación definida por $\mathcal{R} = \{(1,1), (2,3), (2,4), (3,3), (3,2), (4,5)\}$. Decidir si $\mathcal{R}$ es arreflexiva y/o simétrica.
   (b) Sean $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^3 - 3$ y $g(x) = x - 2$. Calcular $g \circ f$ y $f \circ g$.
   (c) Sean $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Definir una función $f : A \to B$ que sea inyectiva pero no sobreyectiva.

4. Demostrar por inducción que:
   (a)
   $$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}.$$
   (b)
   $$\forall n \in \mathbb{N}, \quad 2 \cdot n < n^2 + 2.$$

**Puntajes:** 10 **puntos cada item**


**PARCIAL 1 – ÁLGEBRA (LSI) – 25/04/2019 - TEMA B**

1. (a) Demostrar mediante una tabla de verdad que $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$.
   (b) Sabiendo que el valor de verdad de $p \vee q$ es falso, decidir si es posible averiguar el valor de verdad de $(p \wedge r) \vee (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow r$.

2. (a) Sea $A = \{a, b, \{\emptyset\}\}$. Calcular $\mathcal{P}(A)$.
   (b) Sean $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 9 \text{ y } x \text{ es par}\}$, $C = \{3 \cdot x : x \in \mathbb{N} \text{ y } 1 \leqslant x < 4\}$, $\mathcal{U} = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 10\}$. Calcular $(B \cap A^c) \cup (A - B)$.
   (c) Dada la proposición $\exists x \in \mathbb{R} : \forall y \in \mathbb{N} : x \cdot y + 1 = 0$, decidir su valor de verdad y escribir su negación sin utilizar el conectivo $\neg$.

3. (a) Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $\mathcal{R} \subset A \times A$ una relación definida por $\mathcal{R} = \{(1,1), (2,3), (2,4), (3,3), (3,2), (4,5)\}$. Decidir si $\mathcal{R}$ es arreflexiva y/o simétrica.
   (b) Sean $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^3 - 3$ y $g(x) = x - 2$. Calcular $g \circ f$ y $f \circ g$.
   (c) Sean $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Definir una función $f : A \to B$ que sea inyectiva pero no sobreyectiva.

4. Demostrar por inducción que:
   (a)
   $$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}.$$
   (b)
   $$\forall n \in \mathbb{N}, \quad 2 \cdot n < n^2 + 2.$$

**Puntajes:** 10 **puntos cada item**

**PARCIAL 1 – ÁLGEBRA (LSI) – 25/04/2019 - TEMA C**

1. (a) Demostrar mediante una tabla de verdad que $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.
   (b) Sabiendo que el valor de verdad de $p \wedge q$ es verdadero, decidir si es posible averiguar el valor de verdad de $(p \wedge r) \vee (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow r$.
2. (a) Sea $A = \{\varnothing, a, \{a\}\}$. Calcular $\mathcal{P}(A)$.
   (b) Sean $A = \{1,2,3,4,5,6\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 9 \text{ y } x \text{ es par}\}$, $C = \{3 \cdot x : x \in \mathbb{N} \text{ y } 1 \leqslant x < 4\}$, $\mathcal{U} = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 10\}$. Calcular $(C \cup A^c) \cup (B - C)$.
   (c) Dada la proposición $\forall x \in \mathbb{Z} : \exists y \in \mathbb{Q} : y \cdot x - 1 = 0$, decidir su valor de verdad y escribir su negación sin utilizar el conectivo $\neg$.
3. (a) Sea $A = \{1,2,3,4,5\}$ y $\mathcal{R} \subset A \times A$ una relación definida por $\mathcal{R} = \{(1,1),(2,3),(2,4),(3,3),(3,2),(4,5)\}$. Decidir si $\mathcal{R}$ es reflexiva y/o asimétrica.
   (b) Sean $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^3 - 3$ y $g(x) = x + 2$. Calcular $g \circ f$ y $f \circ g$.
   (c) Sean $A = \{a,b,c,d\}$ y $B = \{1,2,3\}$. Definir una función $f : A \to B$ que sea sobreyectiva pero no inyectiva.
4. Demostrar por inducción que:
   (a)
   $$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i \cdot (i+1)} = \frac{n}{n+1}.$$
   (b)
   $$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \prod_{i=1}^{n} \frac{i}{i+1} = \frac{1}{n+1}.$$

**Puntajes:** 10 **puntos cada item**

**PARCIAL 1 – ÁLGEBRA (LSI) – 25/04/2019 - TEMA C**

1. (a) Demostrar mediante una tabla de verdad que $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.
   (b) Sabiendo que el valor de verdad de $p \wedge q$ es verdadero, decidir si es posible averiguar el valor de verdad de $(p \wedge r) \vee (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow r$.
2. (a) Sea $A = \{\varnothing, a, \{a\}\}$. Calcular $\mathcal{P}(A)$.
   (b) Sean $A = \{1,2,3,4,5,6\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 9 \text{ y } x \text{ es par}\}$, $C = \{3 \cdot x : x \in \mathbb{N} \text{ y } 1 \leqslant x < 4\}$, $\mathcal{U} = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 10\}$. Calcular $(C \cup A^c) \cup (B - C)$.
   (c) Dada la proposición $\forall x \in \mathbb{Z} : \exists y \in \mathbb{Q} : y \cdot x - 1 = 0$, decidir su valor de verdad y escribir su negación sin utilizar el conectivo $\neg$.
3. (a) Sea $A = \{1,2,3,4,5\}$ y $\mathcal{R} \subset A \times A$ una relación definida por $\mathcal{R} = \{(1,1),(2,3),(2,4),(3,3),(3,2),(4,5)\}$. Decidir si $\mathcal{R}$ es reflexiva y/o asimétrica.
   (b) Sean $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^3 - 3$ y $g(x) = x + 2$. Calcular $g \circ f$ y $f \circ g$.
   (c) Sean $A = \{a,b,c,d\}$ y $B = \{1,2,3\}$. Definir una función $f : A \to B$ que sea sobreyectiva pero no inyectiva.
4. Demostrar por inducción que:
   (a)
   $$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i \cdot (i+1)} = \frac{n}{n+1}.$$
   (b)
   $$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \prod_{i=1}^{n} \frac{i}{i+1} = \frac{1}{n+1}.$$

**Puntajes:** 10 **puntos cada item**

**PARCIAL 1 – ÁLGEBRA (LSI) – 25/04/2019 - TEMA D**

1. (a) Demostrar mediante una tabla de verdad que $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ y que $p \wedge (p \vee q) \equiv p$.
   (b) Sabiendo que el valor de verdad de $p \wedge r$ es verdadero, decidir si es posible averiguar el valor de verdad de $(p \Rightarrow r) \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow q$.
2. (a) Sea $A = \{\varnothing, 1, \{1\}\}$. Calcular $\mathcal{P}(A)$.
   (b) Sean $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 9 \text{ y } x \text{ es par}\}$, $C = \{3 \cdot x : x \in \mathbb{N} \text{ y } 1 \leqslant x < 4\}$, $\mathcal{U} = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 10\}$. Calcular $(A \cup B^c) \cup (C - B)$.
   (c) Dada la proposición $\forall x \in \mathbb{N} : \exists y \in \mathbb{Q} : y \cdot x - 1 = 0$, decidir su valor de verdad y escribir su negación sin utilizar el conectivo $\neg$.
3. (a) Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $\mathcal{R} \subset A \times A$ una relación definida por $\mathcal{R} = \{(1,1), (2,3), (2,4), (3,3), (3,2), (4,5)\}$. Decidir si $\mathcal{R}$ es arreflexiva y/o asimétrica.
   (b) Sean $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^2 + 3$ y $g(x) = x + 2$. Calcular $g \circ f$ y $f \circ g$.
   (c) Sean $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Definir una función $f : A \to B$ que sea sobreyectiva e inyectiva.
4. Demostrar por inducción que:
   (a)
   $$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \sum_{i=1}^{n} (2 \cdot i - 1) = n^2.$$
   (b)
   $$\forall n \in \mathbb{N}, \quad 2 \cdot n < n^2 + 2.$$

**Puntajes:** 10 **puntos cada item**


**PARCIAL 1 – ÁLGEBRA (LSI) – 25/04/2019 - TEMA D**

1. (a) Demostrar mediante una tabla de verdad que $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ y que $p \wedge (p \vee q) \equiv p$.
   (b) Sabiendo que el valor de verdad de $p \wedge r$ es verdadero, decidir si es posible averiguar el valor de verdad de $(p \Rightarrow r) \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow q$.
2. (a) Sea $A = \{\varnothing, 1, \{1\}\}$. Calcular $\mathcal{P}(A)$.
   (b) Sean $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 9 \text{ y } x \text{ es par}\}$, $C = \{3 \cdot x : x \in \mathbb{N} \text{ y } 1 \leqslant x < 4\}$, $\mathcal{U} = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 10\}$. Calcular $(A \cup B^c) \cup (C - B)$.
   (c) Dada la proposición $\forall x \in \mathbb{N} : \exists y \in \mathbb{Q} : y \cdot x - 1 = 0$, decidir su valor de verdad y escribir su negación sin utilizar el conectivo $\neg$.
3. (a) Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $\mathcal{R} \subset A \times A$ una relación definida por $\mathcal{R} = \{(1,1), (2,3), (2,4), (3,3), (3,2), (4,5)\}$. Decidir si $\mathcal{R}$ es arreflexiva y/o asimétrica.
   (b) Sean $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^2 + 3$ y $g(x) = x + 2$. Calcular $g \circ f$ y $f \circ g$.
   (c) Sean $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Definir una función $f : A \to B$ que sea sobreyectiva e inyectiva.
4. Demostrar por inducción que:
   (a)
   $$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \sum_{i=1}^{n} (2 \cdot i - 1) = n^2.$$
   (b)
   $$\forall n \in \mathbb{N}, \quad 2 \cdot n < n^2 + 2.$$

**Puntajes:** 10 **puntos cada item**