

# ARBOL

ESTRUCTURAS DE DATOS  
y ALGORITMOS  
LCC TUPW

# Arbol Balanceado- AVL

Un árbol es ***perfectamente equilibrado***, si para cada nodo los números de nodos en sus subárboles izquierdo y derecho difieren cuanto más en uno.

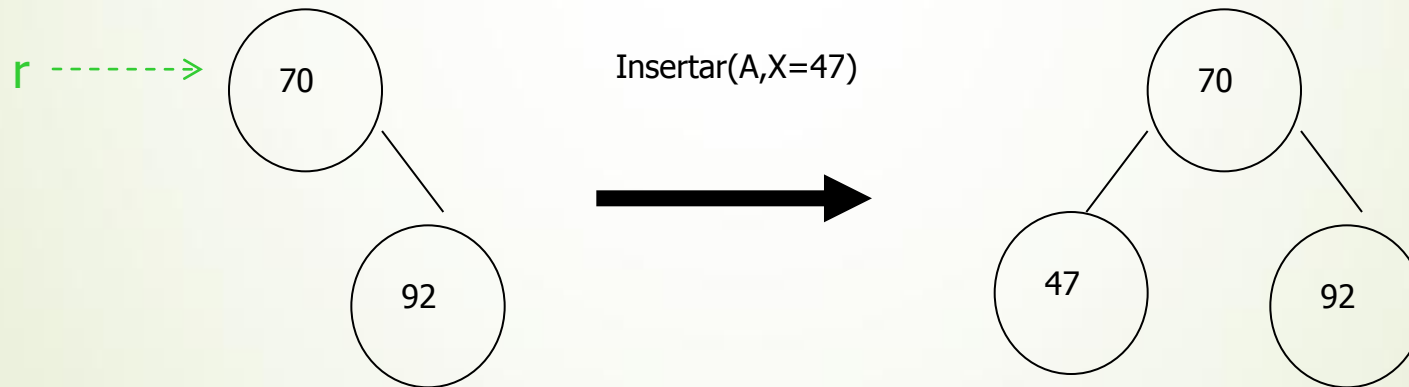
Un árbol está ***balanceado*** si y solo si en cada nodo las alturas de sus dos subárboles difieren a lo máximo en uno.

Los árboles balanceados reciben el nombre de **Árboles AVL** por ser Adelson-Velski y Landis quienes propusieron esta definición de equilibrio.

# T.A.D. Arbol Balanceado – Construcción de operaciones abstractas (1)

## *Inserción en un Árbol Balanceado*

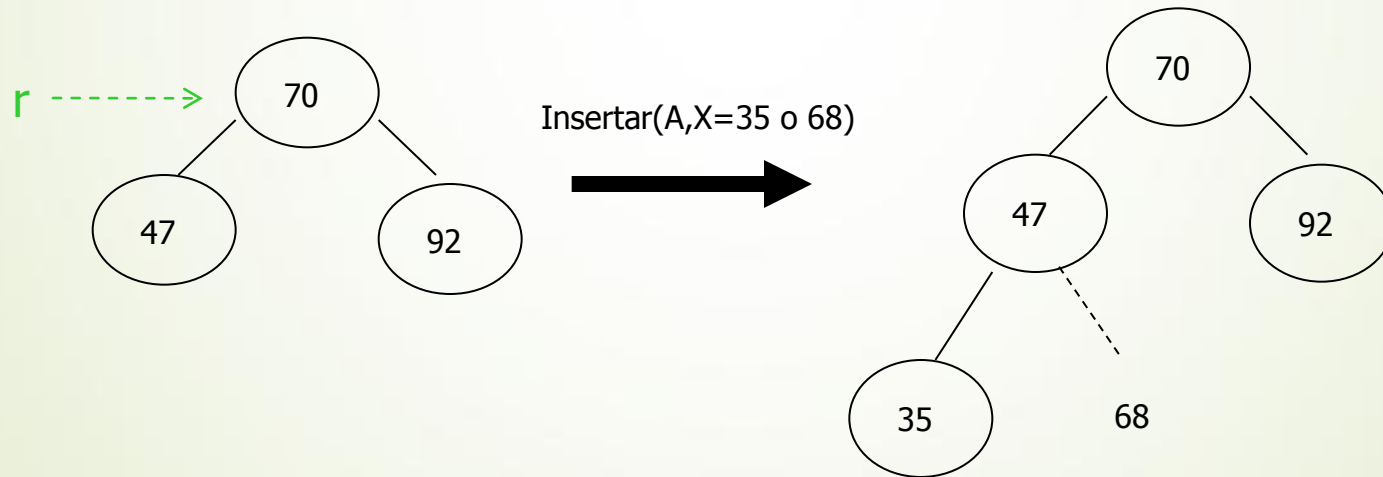
a) Si  $\text{altura}(I(r)) < \text{altura}(D(r))$  y  $X$  se inserta en  $I(r)$



# T.A.D. Arbol Balanceado – Construcción de operaciones abstractas (2)

## *Inserción en un Árbol Balanceado*

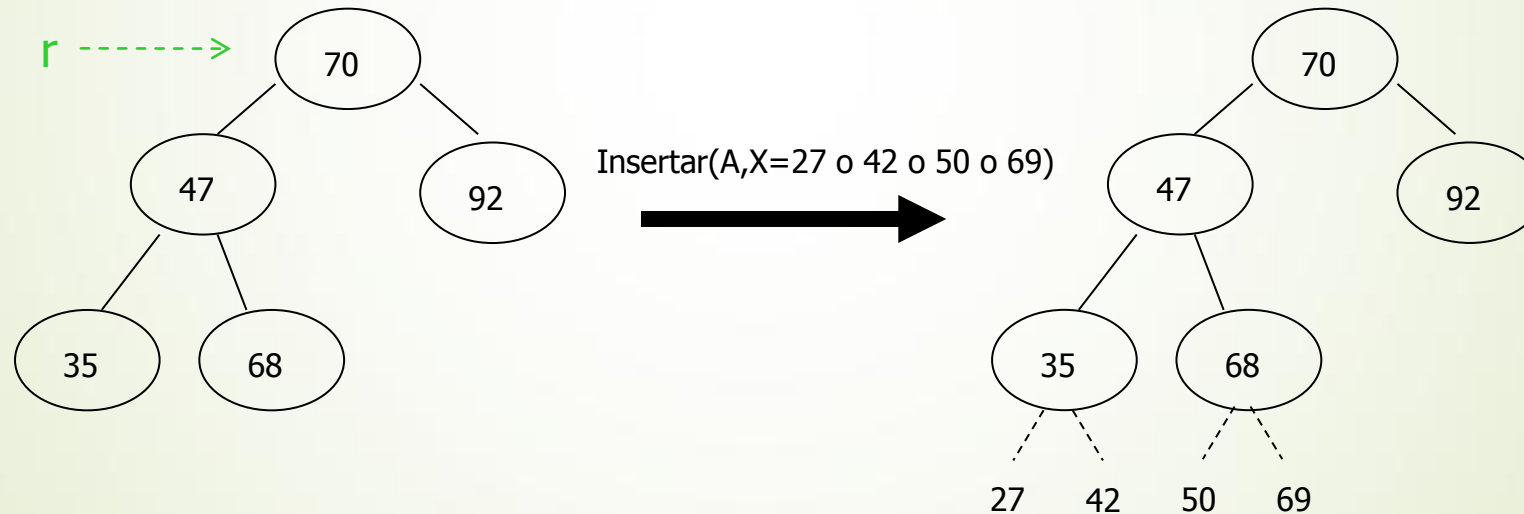
b) Si  $\text{altura}(\text{I}(\text{r})) = \text{altura}(\text{D}(\text{r}))$  y  $X$  se inserta en  $\text{I}(\text{r})$ ,



# T.A.D. Arbol Balanceado – Construcción de operaciones abstractas (3)

## *Inserción en un Árbol Balanceado*

c) Si  $\text{altura}(I(r)) > \text{altura}(D(r))$  y  $X$  se inserta en  $I(r)$

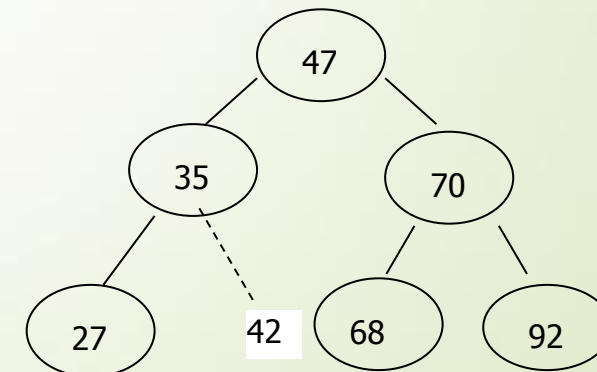
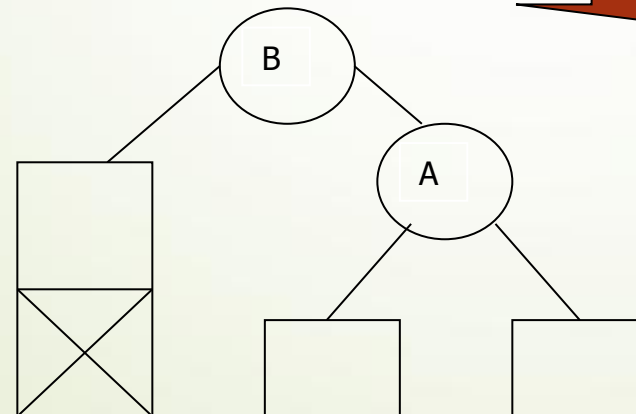
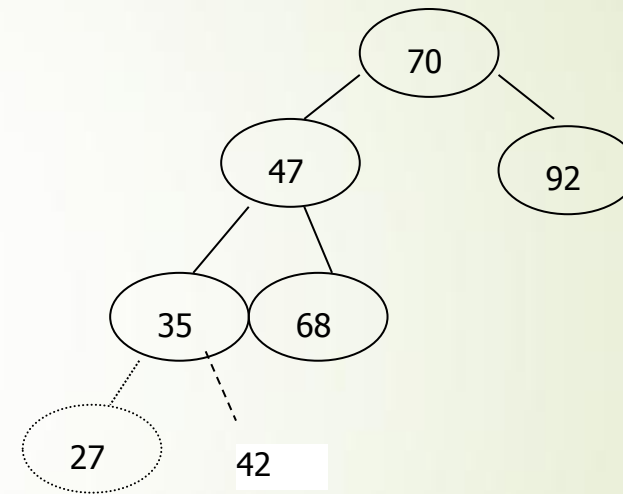
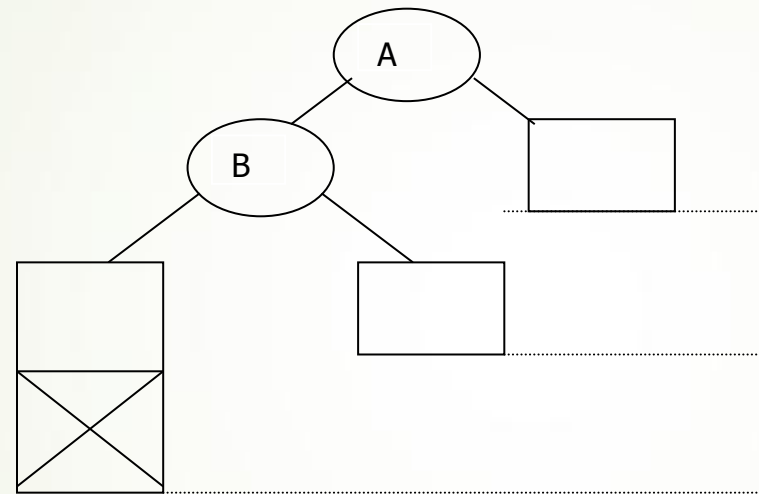


**REBALANCEAR !!**

# T.A.D. Arbol Balanceado – Construcción de operaciones abstractas (4)

REBALANCEO

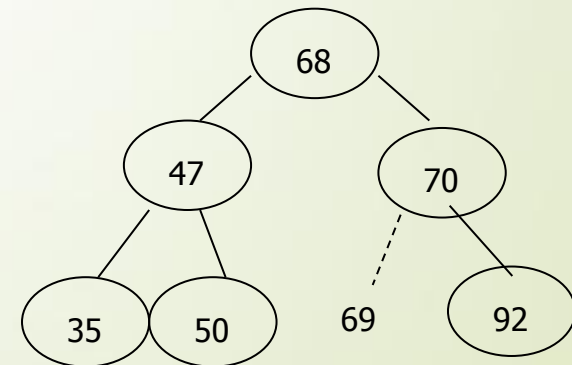
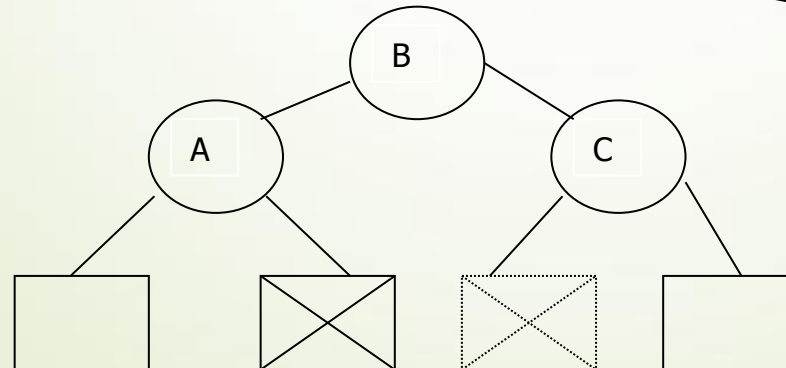
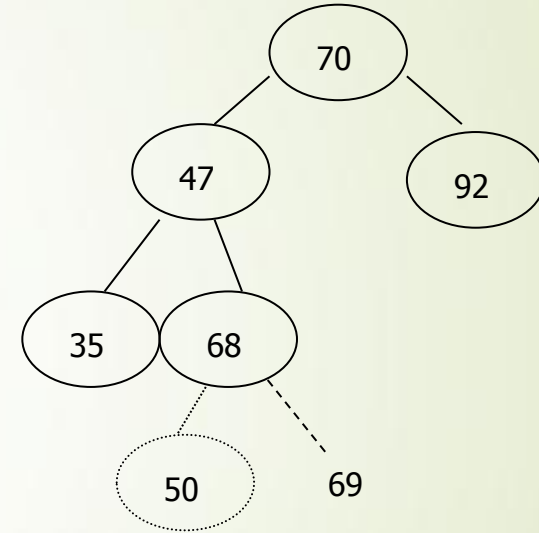
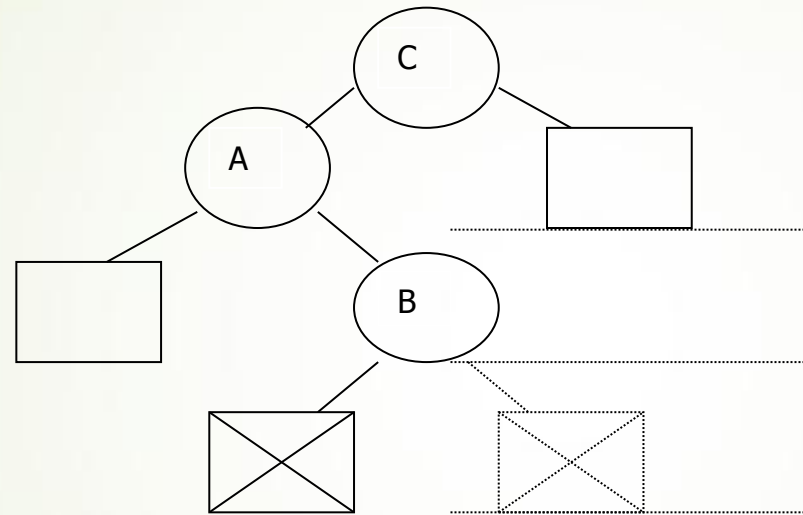
CASO 1



# T.A.D. Arbol Balanceado – Construcción de operaciones abstractas (5)

REBALANCEO

CASO 2



# Arbol Multicamino

Construcción y mantención de árboles de búsqueda a gran escala, que se almacenan en memoria secundaria.

Almacenar datos de 1 millón de elementos árbol balanceado →  
 $\log_2 10^6 = 20$  comp.

acceso a disco por cada comp → 20 accesos a disco

Se incorpora un tipo particular de árbol multicamino  
cantidad de accesos en el peor de los casos sería:  $\log_{100} 10^6 = 3$  accesos

Cada página (salvo una) contiene entre  **$n$  y  $2n$**  nodos para determinada constante  **$n$** .

De ahí que, en un árbol con  $N$  elementos y un tamaño máximo de página de  $2n$  nodos por página, en el peor caso requiere  $\log_n N$  accesos de página.



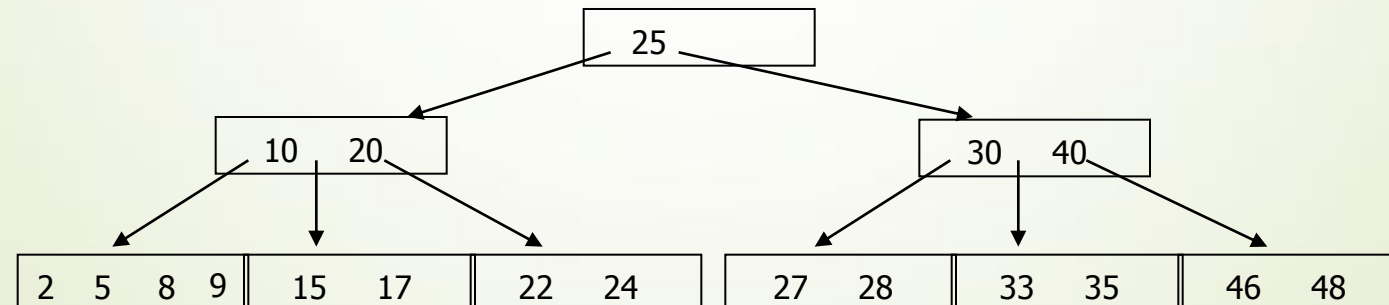
## ***Árbol B***, árbol multcamino de *orden n*:

- 1 ) Cada página contiene a lo sumo  $2n$  elementos (claves).
- 2 ) Cada página, excepto la pagina raíz, contiene  $n$  elementos por lo menos.
- 3 ) Cada página es una página de hoja, o sea que no tiene descendientes, o tiene  $m+1$  descendientes, donde  $m$  es su número de claves en esa página ( $n \leq m \leq 2n$ ).
- 4 ) Todas las páginas hoja aparecen al mismo nivel.

# T.A.D. Árbol B de orden 2

## Especificación

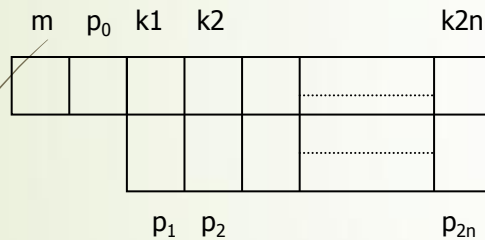
- 1 ) Cada página contiene a lo sumo 4 ( $2*2$ ) elementos (claves).
- 2 ) Cada página, excepto la pagina raíz, contiene 2 elementos por lo menos.
- 3 ) Cada página es una página de hoja, o sea que no tiene descendientes, o tiene  $m+1$  descendientes, donde  $m$  es su número de claves en esa página ( $2 \leq m \leq 4$ ).
- 4 ) Todas las páginas hoja aparecen al mismo nivel.



# T.A.D. Árbol B

## Representación

### Estructura de la Página



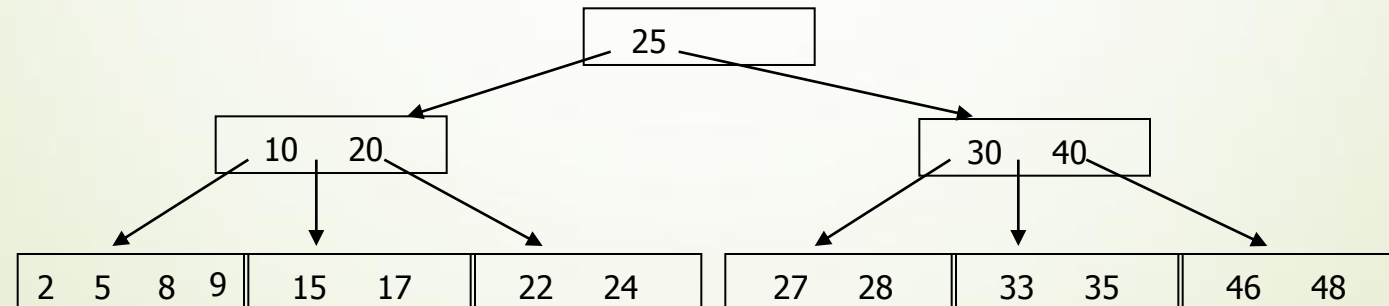
$m$  : cantidad de claves en la página

$k_i$  : clave;  $1 \leq i \leq m$

$p_0$  : dirección de la página que contiene claves menores que  $k_1$

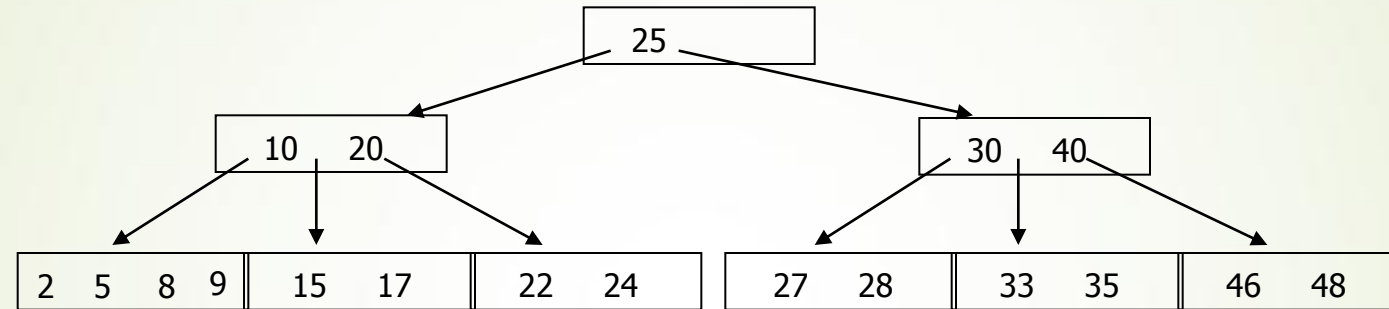
$p_i$  : dirección de la página que contiene claves mayores que  $k_i$  y menores que  $k_{i+1}$

$p_m$  : dirección de la página que contiene claves mayores que  $k_m$



# T.A.D. Árbol B

## Operaciones Abstractas: Buscar



¿Cómo se realiza  
la búsqueda de  
una clave **X**, en  
una página dada?

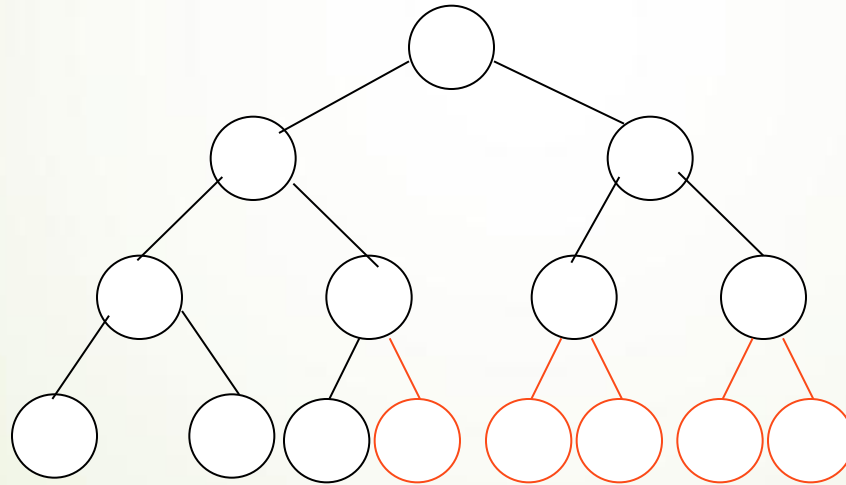
- 1)  $k_m < \mathbf{X}$  ;
- 2)  $\mathbf{X} < k_1$ ;
- 3)  $k_i < \mathbf{X} < k_{i+1}$  ( $1 \leq i < m$ )

¿Si la clave **X** no  
se encuentra en  
una página, cómo  
continúa la  
búsqueda?

entonces la búsqueda continúa por la  
página apuntada por  $p_m$   
entonces la búsqueda continúa por la  
página apuntada por  $p_0$   
entonces la búsqueda continúa por la  
página apuntada por  $p_i$

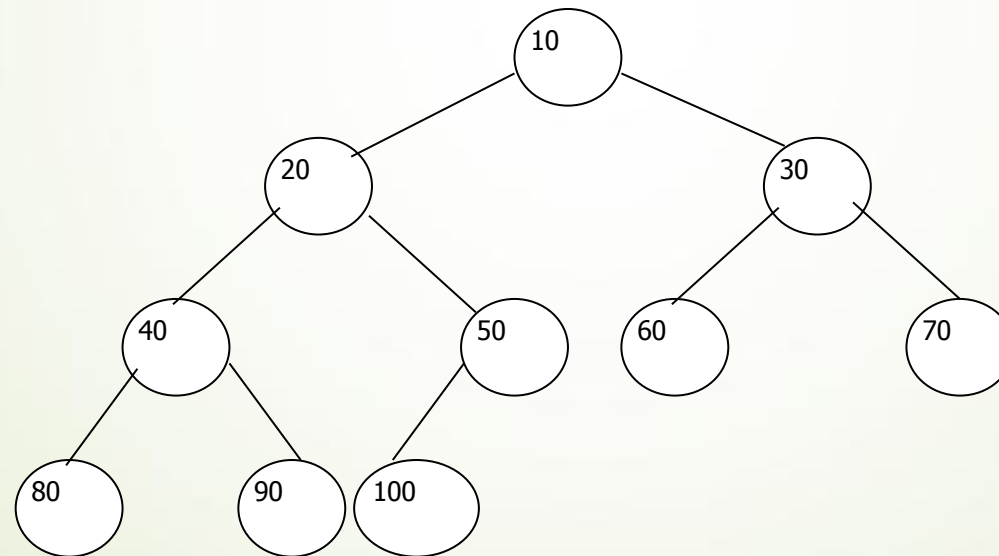
# Árbol Binario Semicompleto

**Árbol Binario Semicompleto:** Un Árbol Binario Semicompleto de  $n$  nodos, se forma a partir de un árbol binario completo de  $n+q$  nodos, quitando las  $q$  hojas extremo derechas del árbol binario completo.



# T.A.D. Montículo Binario - Especificación

**Montículo Binario:** Un *Montículo Binario* es un árbol binario semicompleto en el que el valor de clave almacenado en cualquier nodo es menor o igual que el valor de clave de sus hijos.



# Montículos Binarios

## Colas de Prioridad



Los valores –claves- que representan prioridades deben interpretarse de la siguiente manera: **a menor valor-mayor prioridad**, por lo que **la máxima prioridad se encuentra en la raíz del árbol**.

# T.A.D. Montículo Binario - Especificación

## Operaciones Abstractas

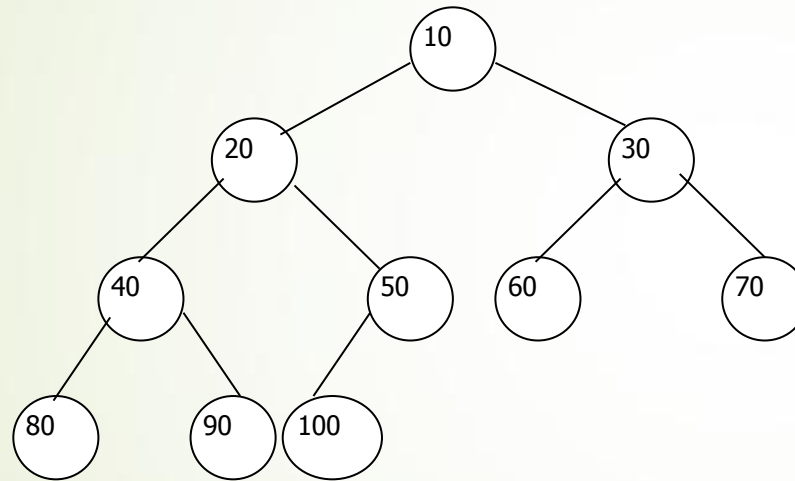
M: Montículo Binario y X: Clave

<i>NOMBRE</i>	<i>ENCABEZADO</i>	<i>FUNCIÓN</i>	<i>ENTRADA</i>	<i>SALIDA</i>
Insertar	Insertar(M, X)	Ingresa el elemento X al montículo M	M, X	M con el nuevo elemento
Eliminar_Mínimo	Eliminar_Mínimo (M, X)	Suprime del montículo M el elemento de máxima prioridad- mínimo valor de clave	M	M y X: elemento de máxima prioridad



# T.A.D. Montículo Binario - Representación

Montículo Binario desde una perspectiva conceptual



Elementos

	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	.....
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Montículo Binario en su almacenamiento

Elementos [ i ]

Padre : Elementos [  $\lfloor i / 2 \rfloor$  ]

Hijo Izquierdo : Elementos [  $i * 2$  ]

Hijo Derecho : Elementos [  $i * 2 + 1$  ]

# T.A.D. Montículo Binario – Construcción de operaciones abstractas (1)

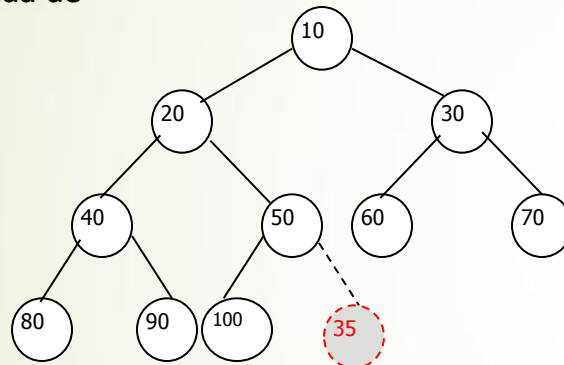
Tanto la operación ***Insertar*** como ***Eliminar\_Mínimo***, deben garantizar que en el Montículo Binario se mantengan las siguientes dos propiedades:

- ***Propiedad de Estructura*** : el objeto de datos debe ser un árbol binario semicompleto.
- ***Propiedad de Orden*** : el valor de clave almacenado en cualquier nodo debe ser menor o igual que el valor de clave de sus hijos.

# T.A.D. Montículo Binario – Construcción de operaciones abstractas (2)

Insertar (M,X=35)

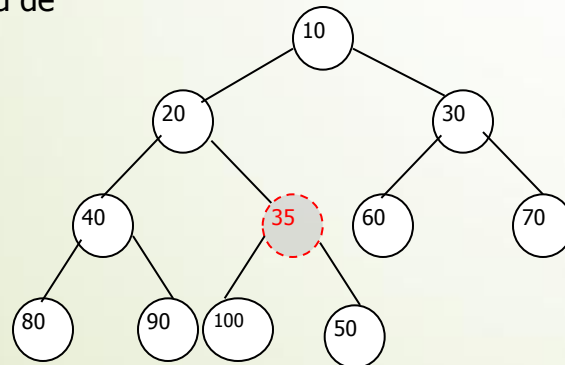
a) Propiedad de Estructura



Elementos

	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	35	.....
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	

b) Propiedad de Orden

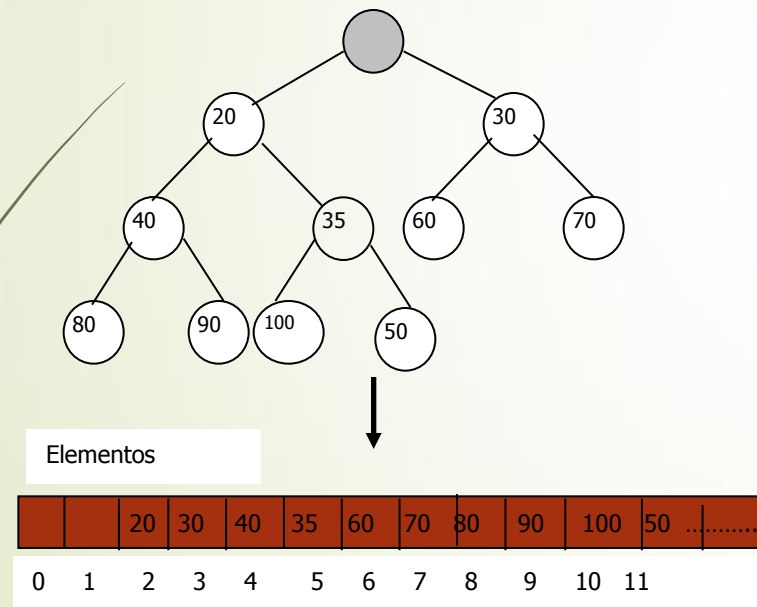


Elementos

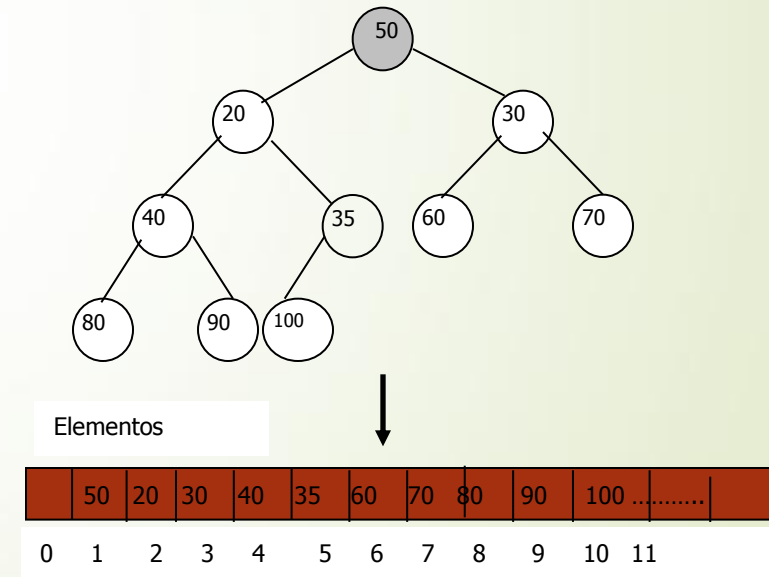
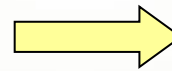
	10	20	30	40	35	60	70	80	90	100	50	.....
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	

# T.A.D. Montículo Binario – Construcción de operaciones abstractas (3)

## Eliminar\_Mínimo (M, X)



a) Propiedad de Estructura

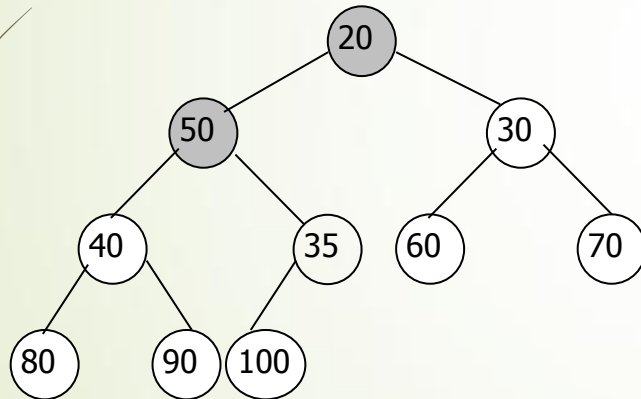


# T.A.D. Montículo Binario –

## Construcción de operaciones abstractas (4)

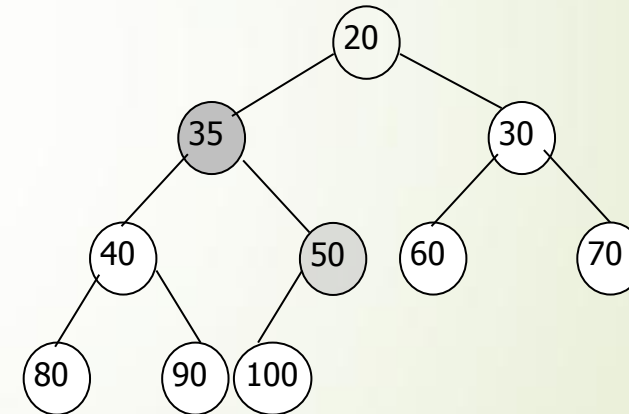
### Eliminar\_Mínimo (M, X)

b) Propiedad de Orden



Elementos

	20	50	30	40	35	60	70	80	90	100	.....	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	



Elementos

	20	35	30	40	50	60	70	80	90	100	.....	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	