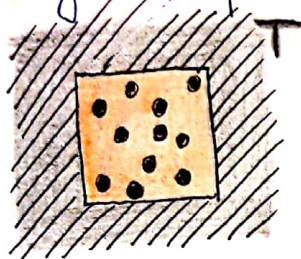


INTERAKCIJA SVETLOBE S SNOVJO - KVANTNI OPIS (kvantna optika)

(74)

Za razliko od Lorentzovega modela, v katerem smo privzeli, da je snov sestavljena iz "kroglic" pozitivnega in negativnega naboja, ki sta povezani z vzmetjo in lahko oscilirata s poljubno frekvenco oz. amplitudo, pri kvantnem opisu snovi upoštevamo, da imajo atomi oz. molekule stanja z diskretnimi vrednostmi energije. Obenem upoštevamo tudi, da EMV snovi lahko odda oz. odzve dobi le diskretne "pakete" energije, ki jih imenujemo fotoni ($E_f = h\nu$).

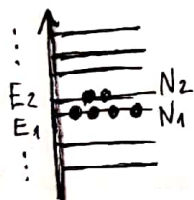
Zamislimo si toplotni rezervoar pri temperaturi T , v katerem je vodilna s črnimi stenami. V vodlini so atomi z energijskimi nivoji $\dots E_0, \dots, E_1, E_2, \dots$. Ker ti v vodlini prisotno tudi termično sevanje oz. EMV, oba sistema sta v termični ravnovesju.



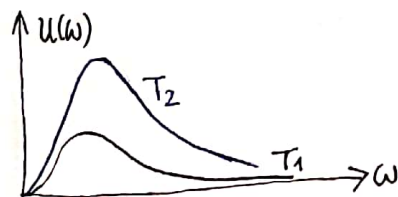
Razmerje med številom atomov, ki se nahajajo v različnih diskretnih energijskih stanjih (zasedenost nivojev), podaja Maxwell-Boltzmannova statistika (L. Boltzmann, 1844-1906, AT)

$$\left(\frac{N_2}{N_1} \right) = e^{-(E_2 - E_1)/k_B T}$$

$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ m}^2 \text{ kg} / \text{s}^2 \text{ K}$
Boltzmannova konstanta



Razmerje med številom fotonov pri različnih frekvencah oz. porazdelitev termičnega sevanja po frekvencah, pa podaja Bose-Einsteinova statistika (S.N. Bose, 1894-1974, Indijski fizičar), ki ob usklajenem upoštevanju gostote stanj vodi do spektra, ki ga opisuje Planckov zakon za termično sevanje:

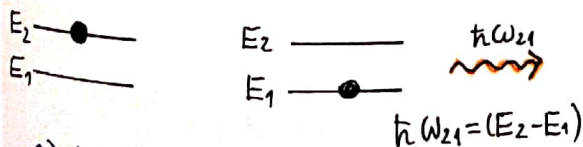


$$u(\omega) d\omega = (h\nu) \left(\frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \right) \left(\frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \right) d\omega = \frac{h\nu^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1} d\omega$$

elektromagnetna energija na m^3 prostora in na 1 Hz spektralne širine

Zaradi interakcije med EMP in atomi v vodlini prihaja do treh različnih vrst procesov: spontanega sevanja oz. spontane emisije, absorpcije in stimuliranega sevanja oz. stimulirane emisije. Pri emisijskih pojavih atomi prehajajo iz višjih na nižje-energijske nivoje, pri absorpciji pa iz nižje- na višje-energijske nivoje.

1) SPONTANO SEVANJE

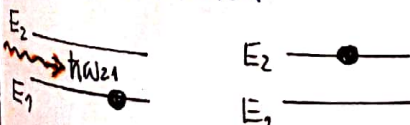


$$\frac{dN_{sp}}{dt} = A_{21} N_2$$

število spontanih prehodov na časovno enoto.

$$A_{21} = \frac{P_{dip}}{h\nu_{21}} = \frac{1}{h\nu_{21}} \left(\frac{\omega_{21}^4 e_0^2 \langle 2|\vec{r}|1\rangle^2}{3\pi\epsilon_0 c^3} \right)$$

2) ABSORPCIJA

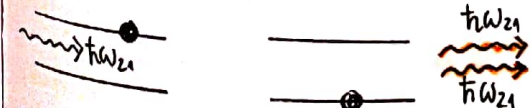


verjetnost za prehod $2 \rightarrow 1$ (na časovno enoto) z dipolnim sevanjem. (Fermijevo zlato pravilo). (Tipična vrednost 10^9 s^{-1} , življenski čas $\tau \sim 1 \text{ ns}$)

$$\frac{dN_{abs}}{dt} = B_{12} u(\omega_{21}) N_1$$

število prehodov zaradi absorpcije na časovno enoto.

3) STIMULIRANO SEVANJE



$$\frac{dN_{st}}{dt} = B_{21} u(\omega_{21}) N_2$$

Pri tem procesu dobimo dodatni foton, ki je ekvivalenten bistveni fotonu, ki je prehod sprožil.

Zveza med: A_{21}, B_{12}, B_{21} (EINSTEINOV KOEFICIENTI) $B_{12} = B_{21} = B, A_{21} = A$

$$\frac{A}{B} = \frac{h\nu^3}{\pi^2 c^3}$$

Če interakcija poteka zgolj med nivojema 2, 1 in EMV pri frekvenci $\omega_{21} \Rightarrow$
 $N_1 + N_2 = N = \text{konst.}$

$$\frac{dN_1}{dt} = A_{21}N_2 + B_{21}u(\omega_{21})N_2 - B_{12}u(\omega_{21})N_1 = -\frac{dN_2}{dt}$$

V stacionarni situaciji v termičnem ravnovesju velja $dN_1/dt = dN_2/dt = 0$

$$A_{21}N_2 + B_{21}u(\omega_{21})N_2 - B_{12}u(\omega_{21})N_1 = 0$$

$$u(\omega_{21}) = \frac{A_{21}N_2}{B_{12}N_1 - B_{21}N_2} = \frac{A_{21}}{B_{12}(N_1/N_2) - B_{21}} = \frac{A_{21}}{B_{12}e^{h\omega_{21}/k_B T} - B_{21}}$$

upoštevamo $\frac{N_1}{N_2} = e^{-(E_1 - E_2)/k_B T} = e^{+h\omega_{21}/k_B T}$

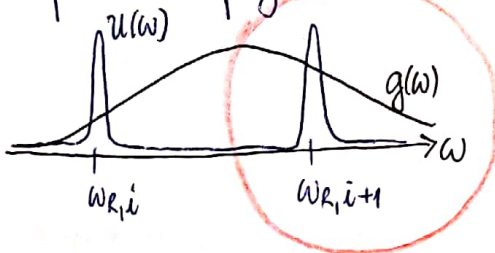
Ker pa je tudi EMV v termičnem ravnovesju, vemo da mora veljati $u(\omega) = \frac{h\omega^3}{\pi^2 c^3} \left(\frac{1}{e^{h\omega/k_B T} - 1} \right)$

Če določimo izraz izračunamo \Rightarrow

$$B_{12} = B_{21} = B, (A/B) = \frac{h\omega^3}{\pi^2 c^3} \checkmark$$

INTERAKCIJA MED SNOMO IN SEVANEM V OPTIČNEM REZONATORJU

Optični resonatorji so naprave, znotraj katerih lahko obstaja stojče EMV le pri določenih frekvencah (resonančne frekvence). Spektralna širina resonančnih "rt" je običajno zelo ozka, pogosto dobi ožja od naravne širine emisijske oz absorpcijske "črte" atomskega sistema. Na proces absorpcije oz stimulirane emisije v tem primeru vpliva prekrivanje med obema spektroma.



Spektralno odvisnost emisije oz. absorpcije podajajo funkciji $g(\omega)$, za katere velja $\int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) d\omega = 1$ ($\Delta E \Delta t \geq h/2$) naravna širina črte

V splošnem potem zapišemo:

absorpcija: $\frac{dN_{abs}}{dt} = B \cdot N_1 \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) u(\omega) d\omega$
 stim. emisija: $\frac{dN_{st}}{dt} = B \cdot N_2 \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) u(\omega) d\omega$

V primeru, ko je spektralna širina resonančnih EMV v resonatorju, ki je podan z funkcijo $u(\omega)$ dobi ožja, kot je spektralna širina absorpcijske oz emisijske spektra atomskega sistema, podana z $g(\omega)$, lahko prikazujemo, da je vrednost $g(\omega)$ znotraj resonančnega vrha $u(\omega)$ kar ena. Torej $\int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) u(\omega) d\omega = g(\omega_R) \int_{-\infty}^{\infty} u(\omega) d\omega = g(\omega_R) \omega$, $\omega = \frac{W}{V}$ resonančna frekvenca resonatorja, $g(\omega_R)$ gostota energije EMV

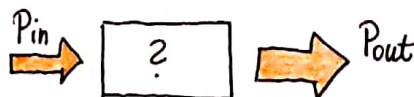
$$\Rightarrow \frac{dN_{abs}}{dt} = B N_1 g(\omega) \omega \quad \left. \begin{array}{l} \text{pri čemer je } g(\omega) \text{ vrednost funkcije } g \text{ pri frekvenci } \omega, \text{ ki ustreza} \\ \text{monokromatskemu resonančnemu EMV znotraj resonatorja,} \\ \text{ } \omega \text{ pa je gostota energije EMV pri resonančni frekvenci } \omega. \end{array} \right\}$$

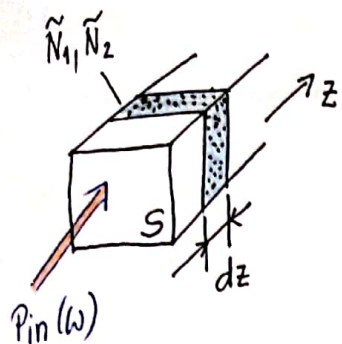
$$\frac{dN_{st}}{dt} = B N_2 g(\omega) \omega$$

Funkcija $g(\omega)$ ima pogosto Gaussovo oz. Lorentzovo obliko. Pri računanju pa jo zaradi enostavnosti velikokrat aproksimiramo kar s škatlasto funkcijo.

OPTIČNO OJAČEVANJE

Zanimaj nas proces, ko na nelo snov pošljemo snop svetlobe s svetlobnim tokom P_{in} , na izhodu iz snovi pa dobimo svetlobni snop $P_{out} > P_{in}$. Taki napravi rečemo optični ojačevalnik.





Opazujemo procese v rezini snovi debeline dz , katere volumen $dV = S \cdot dz$. V tej rezini imamo \tilde{N}_1 atomov v nižje-energijskem in \tilde{N}_2 atomov v višje-energijskem stanju. Pri potovanju svetlobe iz uredimo rešino se svetlobni tož zmanjšuje zaradi absorpcije in povečuje zaradi stimulirane in zaradi spontane emisije. Zanimuje nas svetlobni tož v smeri vpadnega valovanja = v smeri osi z . Snov je postavljena v resonator.

$$dP = S \cdot dj = \hbar \omega \left(\frac{dN_{st}}{dt} - \frac{d\tilde{N}_{abs}}{dt} \right) + \hbar \omega \left(\frac{dN_{sp}}{dt} \right) \quad \text{v smeri osi } z \text{ zanemarimo}$$

$$= \hbar \omega (\tilde{N}_2 \cdot B \cdot g(\omega) \omega - \tilde{N}_1 B g(\omega) \omega)$$

$$= \hbar \omega B g(\omega) \omega (\tilde{N}_2 - \tilde{N}_1)$$

upoštevamo $j = \omega \cdot c$
in hkrati predpostavljamo, da je gostota atomov v stanju 2 in 1 v celotni snovi konstantna \Rightarrow
 $\tilde{N}_2 = \left(\frac{N_2}{V} \right) S \cdot dz, \quad \tilde{N}_1 = \left(\frac{N_1}{V} \right) S \cdot dz$

$$dP = \hbar \omega B g(\omega) \left(\frac{1}{c} \right) \left(\frac{N_2 - N_1}{V} \right) S \cdot dz$$

$$S \cdot dj = \int \left(\frac{\hbar \omega g(\omega) B}{c} \right) \left(\frac{N_2 - N_1}{V} \right) j \cdot dz, \quad \text{vpeljemo } \delta(\omega) = \left(\frac{\hbar \omega g(\omega) \cdot B}{c} \right)$$

$$dj = \delta \left(\frac{N_2 - N_1}{V} \right) \cdot j \cdot dz = g \cdot j \cdot dz$$

↑ koeficient ojačanja

Sipalni presek za absorpcijo in stimulirano emisijo
(tipične vrednosti 10^{-20} m^2)

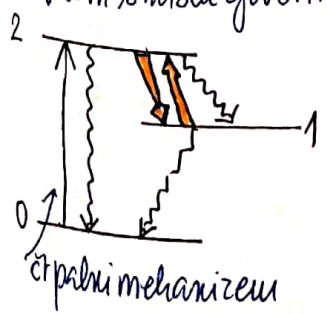
Če želimo dobiti ojačanje, mora biti $g > 0$.

To pomeni $(N_2 - N_1) > 0$.

Tovrstno situacijo imenujemo obrnjena oz. invertirana zasedenost - saj gre za neravnovesno stanje, ki je obratno od običajne situacije, značilne za termično ravnovesje ($N_1 > N_2$).

OPTIČNO OJAČEVANJE V TRONIVOJSKEM SISTEMU

Zato, da v neki snovi lahko dosežemo obrnjeno zasedenost in hkrati generiramo optično ojačevanje, moramo v interakciji s proces med snovjo in EMV vključiti vsaj tri atomske nivoje. V tem smislu govorimo o "tronivojskem sistemu".



črpalni mehanizem

$N = N_1 + N_2 + N_0$, pri tem $N_0 \gg N_1, N_2 \Rightarrow N_0 \approx N$
Prisotna je tudi svetloba oz. EMV s frekvenco $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$, za katero želimo doseči optično ojačanje.

Z nekim dodatnim mehanizmom (črpalni mehanizem), kontinuiramo sprožamo atome iz nivoja 0 na nivo 2. $\frac{dN_p}{dt} = r \cdot N_0$
Ta mehanizem nam omogoča vzpostavitv obrnjene zasedenosti med nivojema 2 in 1.

ZASEDBENE ENAČBE

$$\frac{dN_2}{dt} = r \cdot N_0 - A_{20} N_2 - A_{21} N_2 + B_{21} \omega_{21} g(\omega_{21}) (N_1 - N_2)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -A_{10} N_1 + A_{21} N_2 - B_{21} \omega_{21} g(\omega_{21}) (N_1 - N_2)$$

$$\frac{dN_0}{dt} = -r N_0 + A_{20} N_2 + A_{10} N_1$$

zanemarimo spontano svetlobo oz. spontane prehode iz nivoja 2 v nivo 0.

$$\begin{aligned} 1) \frac{dN_2}{dt} &= rN - A_{21}N_2 - B_{21}W(w_{21})g(w_{21})(N_2 - N_1) \\ 2) \frac{dN_1}{dt} &= B_{21}W(w_{21})g(w_{21})(N_2 - N_1) + A_{21}N_2 - A_{10}N_1 \\ 3) \frac{dN_0}{dt} &= -rN + A_{10}N_1 \end{aligned}$$

iščemo stacionarno stanje, ko velja $\frac{dN_i}{dt} = 0$

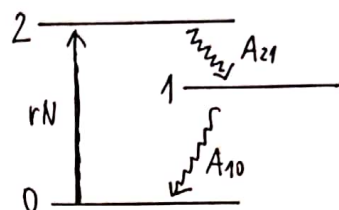
enacbo 2 preuredimo

$$\begin{aligned} [B_{21}W(w_{21})g(w_{21}) + A_{21}]N_2 &= [B_{21}W(w_{21})g(w_{21}) + A_{10}]N_1 \\ \Rightarrow N_2 &= \frac{B_{21}W(w_{21})g(w_{21}) + A_{10}}{B_{21}W(w_{21})g(w_{21}) + A_{21}}N_1 \\ \Rightarrow (N_2 - N_1) &= \left(\frac{A_{10} - A_{21}}{B_{21}W(w_{21})g(w_{21}) + A_{21}} \right) N_1 \end{aligned}$$

iz enacbe 3 pridobimo

$$N_1 = \frac{rN}{A_{10}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{N_2 - N_1}{V} \right) = \left(\frac{A_{10} - A_{21}}{B_{21}W(w_{21})g(w_{21}) + A_{21}} \right) \frac{r \cdot N}{A_{10}V}$$



Vidimo, da za doseganje obratne zasedenosti v takem sistemu potrebujemo energijske nivoje, za katere velja $A_{10} > A_{21}$ oz. $\tau_1 < \tau_2$

V praksi običajno želimo imeti $A_{10} \gg A_{21}$.

V tem primeru lahko zgornji izraz preenostavimo (A_{21} v imenovalcu zanemarimo, A_{10} se pokrajša)

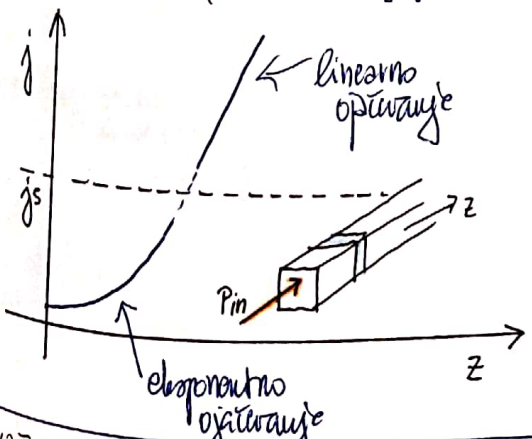
$$\begin{aligned} \left(\frac{N_2 - N_1}{V} \right) &\approx \frac{rN}{VA_{21}} \left(\frac{1}{1 + B_{21}W(w_{21})g(w_{21})/A_{21}} \right) \quad \text{upoštevamo še } W(w_{21}) = \frac{j(w_{21})}{C} \\ \left(\frac{N_2 - N_1}{V} \right) &\approx \frac{rN}{VA_{21}} \left(\frac{1}{1 + \frac{B_{21}g(w_{21})}{A_{21} \cdot C} \cdot j(w_{21})} \right) = \frac{rN}{V \cdot A_{21}} \cdot \left(\frac{1}{1 + j/j_s} \right), \quad j = j(w_{21}) \end{aligned}$$

vpeljati smo: $j_s = \frac{A_{21} \cdot C}{B_{21} \cdot g(w_{21})}$
SATURACIJSKA GOSTOTA TOKA

V manjši pojavi optično ojačevanje

$$\begin{aligned} dj &= \delta(w_{21}) \left(\frac{N_2 - N_1}{V} \right) j(w_{21}) dz \\ \boxed{dj} &= \delta(w_{21}) \left(\frac{rN}{V \cdot A_{21}} \right) \left(\frac{1}{1 + j/j_s} \right) j \cdot dz = \frac{G \cdot j \cdot dz}{1 + j/j_s} \end{aligned}$$

$$G = \delta(w_{21}) \cdot \frac{r \cdot N}{V \cdot A_{21}} \quad \text{koefficient ojačanja pri nizkih močeh}$$



- Za $j \ll j_s$ (majhne moči) dobimo $dj \approx G \cdot j \cdot dz \Rightarrow j = j_{in} e^{Gz}$
- Za $j \gg j_s$ (velike moči) pridobimo $dj \approx \frac{G \cdot j \cdot dz}{(j/j_s)} = G \cdot j_s \cdot dz \Rightarrow j = j_0 + G \cdot j_s \cdot z$

V tem primeru pride do t.i. saturacije ojačanja.

SPLOŠNA ZVEZTA:

$$\begin{aligned} dj &= \frac{G \cdot j \cdot dz}{1 + j/j_s} \Rightarrow \frac{dj}{j} = \frac{G \cdot dz}{1 + j/j_s} \\ \int_{j_{in}}^j \frac{dj}{j(1 + j/j_s)} &= \int_0^z G dz \Rightarrow \int_{j_{in}}^j \frac{dj}{j} + \int_{j_{in}}^j \frac{dj}{j_s} = G \cdot z \end{aligned}$$

$$\ln(j/j_{in}) + \frac{j - j_{in}}{j_s} = G \cdot z \quad \text{dobimo torej odvisnost } z(j) \text{ (ki jo obramobrniti) } \Rightarrow j(z)$$

Zanimna mas, kaj se zgodi, ko pride do saturacije $j \gg j_s$.

$$j = j_0 + G \cdot j_s \cdot z$$

spomnimo se $G = \frac{\beta(\omega) \cdot r \cdot N}{V \cdot A_{z1}}$ in $j_s = \frac{A_{z1} \cdot c}{\beta_{z1} \cdot g(\omega_{z1})}$

$$\Rightarrow G \cdot j_s = \frac{\beta(\omega_{z1}) \cdot r \cdot N \cdot A_{z1} \cdot c}{V \cdot A_{z1} \cdot \beta_{z1} \cdot g(\omega_{z1})}$$

spomnimo se tudi:

$$\beta(\omega_{z1}) = \frac{\hbar \omega_{z1} \cdot B_{z1} \cdot g(\omega_{z1})}{c}$$

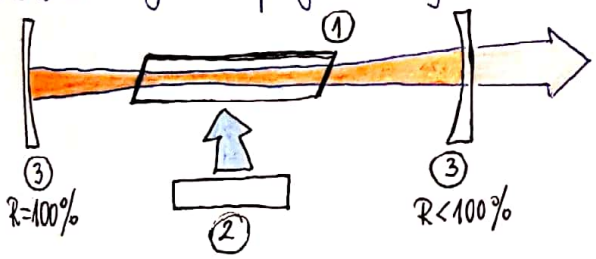
$$\Rightarrow G \cdot j_s = \frac{\hbar \omega_{z1} \cdot r \cdot N \cdot B_{z1} \cdot g(\omega_{z1})}{V \cdot \beta_{z1} \cdot g(\omega_{z1})} = \hbar \omega_{z1} \cdot \left(\frac{r \cdot N}{V} \right)$$

$$\Rightarrow dj = \hbar \omega_{z1} \cdot \left(\frac{r \cdot N}{V} \right) \cdot dz$$

$$dP = (\hbar \omega_{z1}) \cdot \left(\frac{r \cdot N}{V} \right) \cdot S \cdot dz$$

v izbrani rezini snovi vsi atomi, ki jih s črpalnim mehanizmom spravimo na nivo 2, na osnovi stimulirane emisije prispevajo dodatni svetlobni tok k upadnemu EMV. (Počrpalno torej usoma možno energijo sistema)

LASER (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation)



Napravo sestavljajo trije osnovni deli:

- 1) Ojačevalno sredstvo (ojačanje)
- 2) Črpalni sistem (zagotavlja obrnjeno zasedenost)
- 3) Optični resonator (zagotavlja preveliko stimulirane emisije)

dolžina resonatorja L , dolžina ojačevalnega medija L' .

Opazujemo en "prelet" svetlobe čez resonator, od enega do drugega zrcala in nazaj.

$$\Delta j = \frac{G \cdot j(2L')}{1 + j/j_s}, \quad W = w \cdot V = \left(\frac{j}{c} \right) V$$

povečanje gostote en. toles na prelet resonatorja

Na račun optičnega ojačanja se energija EMV v resonatorju poveča za

$$\Delta W_G = \frac{G \cdot W \cdot (2L')}{1 + W/W_s}, \quad W_s = \left(\frac{j_s}{c} \right) V \text{ saturacijska energija}$$

Podrugimi

razsežnostmi energije EMV v resonatorju tudi izgubljaj. Deluje zaradi namenskega "puščanja" čez izhodno zrcalo, deloma pa tudi zaradi sipanja, absorpcije...

$$\Delta W_i = -\Delta \cdot W_i$$

Δ so izgube na prelet resonatorja

V stabilno stanje pridemo takrat, ko se na prelet resonatorja z ojačanjem ustvari ravno toliko more energije, kot je izgubimo.

$$\Delta W_0 = \frac{G \cdot W \cdot (2L')}{1 + W/W_s} = \Delta \cdot W \Rightarrow \text{dve rešitvi} \begin{cases} W=0 \\ W=W_s \left(\frac{G}{G_{pr}} - 1 \right), G_{pr} = \frac{\Delta}{2L'} \end{cases}$$

Vrednost parametra G reguliramo s črpanjem. Dodeli je $G < G_{pr}$ laser ne deluje. Če pa dosežemo prag oz $G > G_{pr}$, dobimo lasersko delovanje.

To pomeni da se na osnovi stimulirane emisije generira usmerjen koherentni izhodni svetlobni tok shop svetlobe.

$$P_{out} = (1 - R_2) W_s \left(\frac{G}{G_{pr}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{(2L/c)}$$



Osnovna zvečenost za "preposiljanje" laserskega delovanja.