# Galaksija

## Začetna masna funkcija

Je funkcija, ki nam pove, kolikšen del zvezd nastane iz neke porazdelitve mase zvezd (Salpeterjev zakon):

$$\frac{dN}{dM} = cM^{-\alpha} = \rho(M)$$

kjer je N št zvezd, M, njihova masa, $\alpha$ nek faktor (2.35), c pa konstanta normalizacije.

Reševanje takih nalog: Večinsko integriramo, da dobimo vrednosti, ki jih želimo, konstanto $c$ pa dobimo kot
$M_{skupna} = N \cdot M = c \int_{spodnja}^{zgornja} \rho(M) M dM$

## Trki med zvezdami

Za trke med zvezdami potrebujemo nekaj ocen in sicer `Povprečna gostota zvezd na volumsko enoto:`

$$\overline{n} = \frac{N}{V}$$

`Povprečna razdalja med zvezdami:`

$$\overline{d} = \overline{n}^{-\frac{1}{3}}$$

`Sipalni presek:`

$$\sigma = \pi r^2$$

kjer je r razdalja, da trčita. `Povprečna pot:`

$$l = \frac{1}{\overline{n}\sigma}$$

`Čas med trkoma:`

$$\tau = \frac{l}{v}$$

Reševanje takih nalog: Zapišemo energije $W_k = W_g$ in si izpišemo željene zveze.
Ne pozabi, da je:

$$p = nkT \quad \frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}m < v^2 >$$

## Relativne hitrosti gibanja v galaksiji

Relativno hitrost gibanja glede na nas lahko zapišemo kot:

$$v_r(l) = r_0 \sin(l) \left(\frac{v}{r} - \frac{v_0}{r_0}\right)$$

Kjer so $v_0, r_0$ podatki o hitrosti gibanja Sonca okoli središča in razdalji do središča. $l$ pa je galaktična koordinata. In sinusni izrek:

$$\frac{d}{\sin(\theta)} = \frac{r_0}{\sin(l+\theta)}$$

Reševanje takih nalog: Nariši si skico, da boš videl, kateri je kateri kot in nato zapiši sinusne izreke ter smeri hitrosti.

## Radialna odvisnost gostote temne snovi

Če pogledamo Newtonove zakone vidimo, da je hitrost gibanja zvezd v galaksiji enaka:

$$v(r) = \sqrt{\frac{Gm(r)}{r}}$$

Kjer je m(r) porazdelitev mase črne snovi. Vemo pa tudi, da je:

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r)$$

## Oortove konstate

Nam povejo hitrosti gibanj zvezd, ki so v okolici Sonca ($r << R_\odot$).

$$v_r = Ar\sin(2l) \qquad v_t = Ar\cos(2l) + Br$$

Kjer je A=14.8 km/s/kpc in B=-12.4 km/s/kpc.
Velja pa tudi, da je:

$$cos(\alpha) = \frac{r_\odot}{r}\sin(l)$$

Splošne enačbe za hitrosti pa se glasijo:

$$v_r = r_\odot \sin(l)(\omega - \omega_\odot)$$

in

$$v_t = r_\odot \cos(l)(\omega - \omega_\odot) - \omega r$$

## Gravitacijsko lečenje in Einsteinov radij

`V ravnini leče:`
Einsteinov radij je definiran kot:

$$\theta_E^2 = \frac{4GM}{c^2}\frac{D_{LS}}{D_{OL}D_{OS}}$$

kjer so D razdalje med Opazovalcem, Sliko in Lečo.
`Ko ni v ravnini leče:`
V primeru, ko nismo v ravnini leče, je:

$$\theta_{1,2} = \frac{1}{2}[\beta \pm (\beta^2 + 4\theta_E^2)^{\frac{1}{2}}]$$

`Povečava slike:` Definirana je kot:

$$a_\pm = \frac{\theta\pm}{2\beta}\left(1 \pm \frac{\beta}{(\beta^2 + 4\theta_E^2)^{\frac{1}{2}}}\right)$$

In še skupna povečava je:

$$a_{tot} = a_+ - a_- = \frac{\mu^2 + 2}{\mu(\mu^2+4)^{\frac{1}{2}}}$$

Kjer je $\mu = \frac{\beta}{\theta_E}$. Drugi izraz je uporaben v primeru, da se leča premika s časom, torej da se Einsteinov radij spreminja s časom, razdalja od nas do zvezde pa ostaja konst. Takrat dobimo, da je:

$$\mu\left(\tau = \frac{vt}{d}\right) = \mu(0)\sqrt{\frac{1-\tau}{1+\tau}}$$

`Primer:`
Izmerili smo kot med zgornjo in spodnjo sliko, ki je v resnici kar

$$\theta = \theta_+ - \theta_-$$

Iz tega lahko izvemo, koliko je $\beta$ in iz $\beta$ lahko dobimo, koliko sta $\theta_+, \theta_-$. Iz česar nato sledi, da je:

$$\beta^2 = \theta^2 - 4\theta_E^2$$

`Ocenitev verjetnosti gravitacijskega lečenja:` Verjetnost, da pride do lečenja zvezde lahko zapišemo kot:

$$N = n\sigma d$$

kjer je

$$n = \frac{M_{polje}}{M_{posamezno}} \frac{1}{V}$$

št. zvezd na volumsko enoto.

$$\sigma = \pi(\theta_E D_{OL})^2$$

sipalni presek, d pa razdalja.

## Povprečna površinska svetlost eliptičnih galaksij

Je definirana kot:

$$< I >= \frac{L(r < r_e)}{\pi R_e^2}$$

Da pa bi izvedeli, kolikšen je izsev eliptične galaksije na določenem radiju pa velja:

$$L(r < r_e) = \int_0^{\infty *} I(r) 2\pi r dr$$

(*∞ je zgolj zato, ker ne moremo določiti meje galaksije) Kjer je I(r) porazdelitev površinske svetlosti po radiju, definirana kot:

$$I(r) = I_e 10^{-b\left(\left(\frac{r}{r_e}\right)^{\frac{1}{4}} - 1\right)} = I_e e^{-\alpha\left(\left(\frac{r}{r_e}\right)^{\frac{1}{4}} - 1\right)}$$

Kjer sta $b = 3.3307$ in $\alpha = 7.66$. Zgolj neka normalizacijska faktorja, značilna za posamične galaksije.

**V primeru, da je galaksija spiralna, je namesto na $\frac{1}{4}$ tam 1.**

Za površinske svetlosti velja naslednja zveza z magnitudami na ločne sekunde ($\mu$):

$$\mu_1 - \mu_2 = -2.5 \log \frac{I_1}{I_2} = -2.5 \log \frac{\frac{j_1}{A_1}}{\frac{j_2}{A_2}}$$

Kjer sta $A_1$ in $A_2$ površini galaksij.

## Fiber Jakson relacija za disperzijo in izsev galaksije

Če vemo, kolikšna je disperzija galaksije $\sigma$, poznamo tudi relacijo, da je

$$L \propto \sigma^4$$

Disperzija pa nam pomaga tudi pri računanju mase, saj je:

$$W_{kin} = \frac{1}{2} M_* 3\sigma^2$$

Če uporabimo virialni teorem:

$$2W_k = W_g$$

dobimo zvezo, da je:

$$M_{galaxy} = \frac{3\sigma^2 R}{G}$$

Kjer je R velikost galaksije. `Z upoštevanjem fundamentalne ravnine:`

Relacija se v tem primeru spremeni v:

$$L = \alpha \sigma^{\frac{8}{3}} < I_e >^{-\frac{3}{5}}$$

Iz česar sledi, za primerjavo dveh galaksij 1 in 2, da je:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}^{\frac{8}{3}} \left( \frac{L_1}{L_2} \left( \frac{R_e 2}{Re_1} \right)^2 \right)^{-\frac{3}{5}}$$

## Gaussov teorem

Gaussov teorem pravi, da je:

$$\frac{M_{galaxy}}{L_{galaxy}} = konst$$

## Tully fisher relacija

Nam pove zvezo med vrtenjem galaksije in sevanjem v spektru.

$$v_{max} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c$$

Kjer je $2\Delta\lambda$ razmik zaradi med enim in drugim vrhom, $\lambda_0$ pa valovna dolžina, ki bi jo morala sevati galaksija, $v_{max}$ pa je razdalja od središča grafa do robov.

`V primeru, da je galaksija nagnjena:`

$$v_{max,dejanska} \sin(\phi) = v_{max,odcitana}$$

Kjer je $v_{max,odcitana}$ tista, ki jo razberemo iz grafa, $\phi$ je pa nagib galaksije, ki ga lahko dobimo kot $\cos(\phi) = \frac{b}{a}$ torej mala z večjo polosjo galaksije.

Tully Fisher relacija pa je:

$$\frac{L}{3 \cdot 10^{10} L_\odot} = \left( \frac{v_{max}}{200 \frac{km}{s}} \right)^4$$

Za maso galaksije s pomočjo disperzije lahko uporabimo virialni teorem:

$$M = \frac{v^2 r}{G}$$

Kjer je $v$ središčna hitrost in r velikost galaksije.

## Hubblov zakon in rdeči premik

Hublov zakon nam poda relacijo o oddaljenosti predmeta in njegove hitrosti premikanja:

$$H_0 = \frac{v}{d}$$

kjer je $H_0 = 70 \frac{km}{s} \cdot \frac{1}{Mpc}$

Rdeči premik pa definiramo kot:

$$z = \frac{v}{c} = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}}$$

## Kvazarji

Imamo kvazar, ki seva s frekvenvo $\nu$ nek fluks $F_\nu$. Poznamo zanj relacijo, da je:

$$F_\nu = \beta \nu^{-\alpha}$$

kjer je $\alpha$ konstanta spektralnega indeksa. Če vemo vrednost pri določeni frekvenci, lahko def pri katerikoli frekvenci:

$$\frac{F_{\nu 1}}{F_{\nu 2}} = \left( \frac{\nu_1}{\nu_2} \right)^{-0.8}$$

$$L = 4\pi d^2 \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} F_\nu d\nu$$

Če ima kvazar ovale okoli sebe, lahko izračunamo velikost mag polja ovalov.

$$\frac{1}{2} E = w_b V$$

kjer je E energija ovalov, faktor $\frac{1}{2}$ zaradi levega in desnega ovala, gostota megnetne energije je$w_b = \frac{B^2}{2\mu_0}$, $V$ pa je volumen ovalov.

Če želimo izračunati faktor $\alpha$, je to v resnici naš naklon iz grafov.

## Eddingtonov izsev

Eddingtonov izsev nam pove, da je izsev diska enak:

$$L_{disk} = f_{edd} L_{edd}$$

Kjer je $f_{edd}$ nek faktor. Velja pa tudi, da je:

$$L_{edd} = \eta c^2 \dot{m} = \frac{4\pi G c}{\kappa} M$$

In da je temperatura diska enaka:

$$T_{disk} = \left( \frac{3\dot{m}c^6}{8\pi\sigma G^2 M^2} \right)^{\frac{1}{4}}$$

Če preko zveze, da je:

$$\eta c^2 \dot{M} = \frac{4\pi G c}{\kappa} M f_{edd}$$

izrazimo $\dot{m}$ in ga vstavimo v zgornjo relacijo za disk, dobimo:

$$T_{disk} = \left( \frac{3 f_{edd} c^5}{2\sigma G M \kappa \eta} \right)^{\frac{1}{4}}$$

## Aktivna galaktična jedra

Če nas zanima masa aktivnih galaktičnih jeder, jo lahko dobimo na 2 načina:

1. Iz Eddingtonove limite:

$$M_S = \frac{L\kappa}{4\pi G c}$$

2. Iz Schwardschildovega radija:

$$M_Z = \frac{Rc^2}{2G}$$

   Kjer Radij lahko dobimo iz periode utripanja kot

$$\Delta t = \gamma \frac{l_2 - l_1}{c}$$

   kjer je $\cos(\phi) = \frac{l_1 + R}{l_2}$, $\phi$ je kotna velikost predmeta.

V primeru, da je $v$ velik, velja:

$$1 + z = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

In

$$\beta = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}$$

In Hubblov zakon, da je

$$\beta = \frac{H_0 d}{c}$$

kjer je d oddaljenost predmeta do nas.

## Nadsvetlobno superluminalno gibanje

Dejanska hitrost gibanja vozlov v curku Aktivnega Galaktičnega jedra je opisana z enačbo:

$$\beta = \frac{\beta_{nav}}{\sin(\theta) + \beta_{nav}\cos(\theta)}$$

Kjer je $\beta_{nav}$ tista, ki jo vidimo, oz izmerimo. $\theta$ je kot med curkom in izvorom. Hitrost bo maksimalna, ko bo:

$$\frac{d\beta_{nav}}{d\theta} = 0$$

Če je gibanje žarkov

## Gravitacijsko lečenje kvazarja zaradi galaktičnega jedra

Kvazarju se zače spreminjati perioda svetlobe, ki pride do nas zaradi gravitacijskega lečenja. A pri tej periodi se zgodi še nek popravek lečenja bližnje mase:

$$\delta t_A = \frac{4GM}{c^3} \ln\left( \frac{4|z_1|z_2}{b} \right) = \frac{4GM}{c^3} \ln\left( \frac{2\sqrt{z_{A1} z_{A2}}}{b} \right)$$

kjer je $z_1$ oddaljenost prve slike od mase, $z_2$ oddaljenost druge slike od mase $b$ pa razdalja nas do objekta. Tako je splošen izraz enak:

$$\Delta t = \frac{4GM}{c^3} \left( \ln\left( \frac{2\sqrt{z_{A1} z_{A2}}}{b} \right) - \ln\left( \frac{2\sqrt{z_{B1} z_{B2}}}{b} \right) \right)$$

(Na vajah smo dodali, da sta si $z_{A1} \approx z_{B1}$ in $z_{A2} \approx z_{B2}$), da smo dobili spodnjo zvezo:

$$\Delta t = \delta t_A - \delta t_B = \frac{4GM}{c^3} \ln(\frac{\Theta_B}{\Theta_A})$$

kjer sta $\Theta_B$ in $\Theta_A$ velikost slike.

## Rochejeva limita plimske motnje

Je limita najmanjše razdalje med zvezdo in črno luknjo, da ne pride do plimske motnje.

$$r_R = 2.4 \left( \frac{\rho_{BH}}{\rho_*} \right)^{\frac{1}{3}} R_S$$

Kjer je $R_S$ Schwarzschildov radij,$\rho_{BH}$ gostota črne luknje $\rho_*$ pa gostota zvezde. Če želimo iz tega vedeti maso črne luknje, velja:

$$M_{BH} = \left( \frac{2.4^3 3c^2}{32\pi\rho_* G^3} \right)^{\frac{1}{2}}$$

## Grupe galaksij

Za merjenje razdalje od ene do druge strani grupe, lahko, če je grupa sferna, uporabimo modul razdalje in logiko, da je:

$$m_{zadi} - m_{spredi} = -5\log\left( \frac{d_z}{d_s} \right)$$

kjer je $d_Z = d + R$ in $d_s = d - R$, kjer je $R$ oddaljenost središča grupe.

### Masa grupe

Lahko jo izpeljemo iz virialnega teorema, da velja:

$$M = \frac{5\sigma^2 R}{G}$$

kjer je $\sigma$ disperzija hitrosti.

## Halo plina in njegova masa v galaksiji

Za maso haloja plina znotraj radija r velja enačba, da je:

$$M(<r) = -\frac{kT(r)r}{G\bar{\mu}m_p} \left( \frac{d\ln\rho}{d\ln r} + \frac{d\ln T}{d\ln r} \right)$$

ali

$$M(<r) = -\frac{kT(r)r}{G\bar{\mu}m_p} \left( \frac{r}{\rho}\frac{d\rho}{dr} + \frac{r}{T}\frac{dT}{dr} \right)$$

kjer sta $\rho(r)$,$T(r)$ funkciji radija. V primeru ko imamo vodik je izkoristek našega sistema $\bar{\mu} = 1$. Maso same galaksije pa izračunamo preko:

$$M(r) = \int \rho(r) dV$$

## Širjenje vesolja

Če računamo za dogodke v starem vesolju nas zanimajo rdeči premiki. Če detektiramo spektralne črte, velja:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{LAB}} = z$$

in velja še, da je

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{dv}{c}$$

in da se Hubblova konstata spreminja kot:

$$v = Hr \quad dv = \frac{\dot{a}}{a}dr$$

kjer je a, spreminjajoči radij vesolja.
Tako velja:

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{da}{a}$$

Splošno torej:

$$1 + z = \frac{\lambda_{OBS}}{\lambda_{LAB}} = \frac{a_{danes}}{a_{preteklost}}$$

kjer je $a$ velikost vesolja.

Ker se tudi v tem primeru predmeti širijo blizu svetlobne hitrosti, je:

$$1 + z = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

In

$$\beta = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}$$

In Hubblov zakon, da je

$$\beta = \frac{H_0 d}{c}$$

kjer je d oddaljenost predmeta do nas.

## Kozmološki model

Enačba kozmoškega modela se glasi:

$$(\frac{\dot{a}}{a})^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

kjer je $k$ parameter ukrivljenosti, $\Lambda$ pa kozmološka konstanta. Imamo še eno enačbo in sicer:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\rho c^3 + 3p) + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

kjer je $p$ enačba stanja.
Poznamo pa tudi enačbo:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\rho + \frac{p}{c^2}\right) = 0$$

kjer je $p(\rho)$ ponovno enačba stanja.

## Spreminjanje hubblove konstante

$$H = H_0(\frac{\Omega_m}{a^3} + \frac{\Omega_{rad}}{\dot{a}^4} + \frac{\Omega_k}{a^2} + \Omega_\Lambda \dot{a}^{3(\omega+1)})^{\frac{1}{2}}$$

Dunja je mela na predavanjih, ko je $k = 0$ in $\Delta > 0$

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \frac{8\pi G}{3H_0^2}\rho + \frac{\Delta c^2}{3H_0^2}$$

Iz česar sledi, da je:

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \frac{\rho}{\rho_{c,0}} + \Delta_\Delta$$

kjer sta $\rho_{c,0} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$ in $\Delta\Delta = \frac{\Delta c^2}{3H_0^2}$ kar je parameter gostote za kozmološko konstanto.