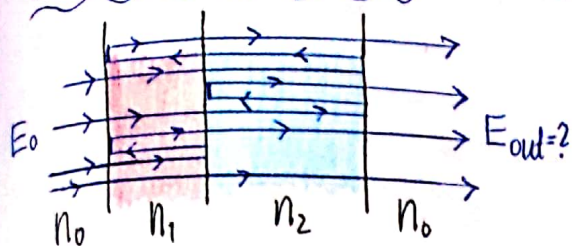


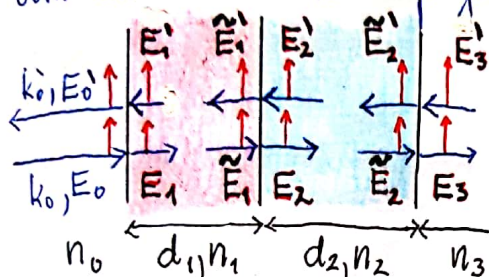
VEČPLASTNI NANOSI - OBRAVNAVA S PREHODNIMI MATRIKAMI

(41)

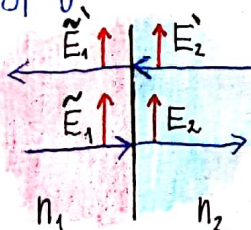


Zaradi enostavnosti bomo obravnavali le pravokotni upad svetlobe na večplastno strukturo, v tem primeru sta TE in TM primera ekvivalentna. Vendar hitro vidimo, da dobimo zelo velike različnih močnosh, že tudi v primeru dveh plasti.

Zato bomo namesto strukturne priprave različnih debelin valovnih vaje poskušali zapisati zvezo med celotnim poljem v posamezni plasti N . Polje na levem robu plasti bomo označili kot E_N in polje na desnem robu plasti kot \tilde{E}_N . V vsaki plasti razen na izstopni strani dobimo polje, ki se propagira v desno in tudi polje, ki se propagira v levo. Slednje označimo z oznako \tilde{E}_N in \tilde{E}_N .



Najprej z matričnim formalizmom opišemo povezavo med polji na meji $1 \leftrightarrow 2$



$$\begin{aligned} 1) \quad E_2 &= t_{12} \tilde{E}_1 + r_{21} E_1 \\ 2) \quad \tilde{E}_1 &= t_{21} E_2 + r_{12} \tilde{E}_1 \end{aligned}$$

$$r_{21} = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}, \quad t_{21} = 1 + r_{21}$$

$$r_{12} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}, \quad t_{12} = 1 + r_{12}$$

iz enačbe 2) izrazimo

velja $r_{12} = -r_{21}$

$$E_2 = \frac{1}{t_{21}} [\tilde{E}_1 - r_{12} \tilde{E}_1] = \frac{1}{t_{21}} [\tilde{E}_1 + r_{21} \tilde{E}_1]$$

in izraz vstavimo v enačbo 1)

$$E_2 = t_{12} \tilde{E}_1 + r_{21} \left(\frac{1}{t_{21}} [\tilde{E}_1 - r_{12} \tilde{E}_1] \right)$$

$$E_2 = t_{12} \tilde{E}_1 - \frac{r_{21} r_{12}}{t_{21}} \tilde{E}_1 + \frac{r_{21}}{t_{21}} \tilde{E}_1$$

$$E_2 = \frac{1}{t_{21}} \left[(t_{12} t_{21} - r_{21} r_{12}) \tilde{E}_1 + r_{21} \tilde{E}_1 \right]$$

$$\begin{aligned} \text{upoštevamo } (1 + r_{12})(1 + r_{21}) - r_{21} r_{12} \\ = (1 + r_{12})(1 - r_{12}) + r_{12}^2 \\ = 1 - r_{12}^2 + r_{12}^2 = 1 \end{aligned}$$

$$E_2 = \frac{1}{t_{21}} [\tilde{E}_1 + r_{21} \tilde{E}_1]$$

Iz polja valovanja, ki se širi v desno in levo smer lahko sestavimo 2D vektorja: $\begin{bmatrix} E_2 \\ E_2 \end{bmatrix}$ ter $\begin{bmatrix} \tilde{E}_1 \\ \tilde{E}_1 \end{bmatrix}$. Povezavo med zapisanimi vektorjema razberemo iz zvez v okvirčih

$$\begin{bmatrix} E_2 \\ E_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{t_{21}} \begin{bmatrix} 1 & r_{21} \\ r_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_1 \\ \tilde{E}_1 \end{bmatrix}$$

Če obrnemo smer gledanja oziroma zamenjamo indeksa 1 in 2 \Rightarrow

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_1 \\ \tilde{E}_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{t_{12}} \begin{bmatrix} 1 & r_{12} \\ r_{12} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_2 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

V splošnem na meji med plastjo $(N-1)$ in plastjo N dobimo med polji naslednjo povezavo:

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{N-1} \\ \tilde{E}_{N-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{t_{N-1,N}} \begin{bmatrix} 1 & r_{N-1,N} \\ r_{N-1,N} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_N \\ E_N \end{bmatrix} = M_{N-1,N} \begin{bmatrix} E_N \\ E_N \end{bmatrix}$$

Na podoben način lahko s prehodno matriko povežemo še polji na levi in desni strani znotraj iste rezine oz. plasti N.

$$\begin{aligned} \rightarrow \tilde{E}_N &= E_N \cdot e^{i\delta} = E_N e^{ik_0 n_N d_N} \\ \leftarrow E'_N &= \tilde{E}'_N e^{i\delta} = \tilde{E}'_N e^{ik_0 n_N d_N} \end{aligned}$$

d_N = debelina plasti N
 n_N = lomni količnik plasti N

$$\begin{bmatrix} E_N \\ E'_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-i\delta} & 0 \\ 0 & e^{i\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_N \\ \tilde{E}'_N \end{bmatrix} = P_N \begin{bmatrix} \tilde{E}_N \\ \tilde{E}'_N \end{bmatrix}$$

Polje \tilde{E} se širi v desno, pridobiva fazo, ko gre proti desni. Polje \tilde{E}' se širi levo, pridobiva na fazi, ko se širi v levo.

Če imamo sistem več plasti z različnimi lomnimi količniki in različnimi debelinami, povežemo med vpadnim in izhodnim poljem dobimo tako, da zmnožimo ustrezne matrike (podobno kot ABCD matrike v geometrijski optiki oz. Jonesove matrike v primeru 2D komponent, ki vplivajo na polarizacijo svetlobe) v ustreznem vrstnem redu. Prehod obravnavamo z izhodne strani proti vpadni strani, kar vemo, da na izhodni strani nimamo svetlobe, ki bi se širila v smeri proti levi.

$$\begin{bmatrix} E_0 \\ E'_0 \end{bmatrix} = \tilde{M} \begin{bmatrix} E_{out} \\ 0 \end{bmatrix} = M_{01} P_1 M_{12} P_2 M_{23} P_3 \dots M_{N,out} \begin{bmatrix} E_{out} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Celotna prepustnost oz. reflektivnost takšnega večplastnega sistema potem dobimo kot

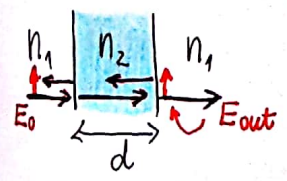
$$\begin{bmatrix} E_0 \\ E'_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{M}_{11} & \tilde{M}_{12} \\ \tilde{M}_{21} & \tilde{M}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{out} \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow E_0 = \tilde{M}_{11} E_{out}$$

$$\frac{E_{out}}{E_0} = t = \frac{1}{\tilde{M}_{11}}$$

$$\begin{aligned} E'_0 &= \tilde{M}_{21} E_{out} = \left(\frac{\tilde{M}_{21}}{\tilde{M}_{11}} \right) E_0 \\ \frac{E'_0}{E_0} &= r = \frac{\tilde{M}_{21}}{\tilde{M}_{11}} \end{aligned}$$

Dobili smo torej amplitudno transmissivnost in reflektivnost večplastnega sistema (za pravokotni vpad!)

Naredimo račun za eno plast, kot smo jo obravnavali pred tem (Fabry-Pérot etalon)



$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E'_1 \end{bmatrix} = M_{12} P_2 M_{21} \begin{bmatrix} E_{out} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{M} = \frac{1}{t_{12}} \begin{bmatrix} 1 & r_{12} \\ r_{12} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\delta} & 0 \\ 0 & e^{i\delta} \end{bmatrix} \frac{1}{t_{21}} \begin{bmatrix} 1 & r_{21} \\ r_{21} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\delta = k_0 n_2 d$$

zmnožimo matrike nam da:

$$\tilde{M} = \frac{1}{t_{12} t_{21}} \begin{bmatrix} 1 & r_{12} \\ r_{12} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\delta} & r_{21} e^{-i\delta} \\ r_{21} e^{i\delta} & e^{i\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-i\delta} + r_{12} r_{21} e^{i\delta} & r_{21} e^{-i\delta} + r_{12} e^{i\delta} \\ r_{12} e^{-i\delta} + r_{21} e^{i\delta} & r_{12} r_{21} e^{-i\delta} + e^{i\delta} \end{bmatrix} \frac{1}{t_{12} t_{21}}$$

amplitudna transmissivnost

$$t = \frac{E_{out}}{E_0} = \frac{1}{\tilde{M}_{11}} = \frac{t_{12} t_{21}}{e^{-i\delta} + r_{12} r_{21} e^{i\delta}} = \frac{(1+r_{12})(1-r_{12})}{e^{-i\delta}(1-r_{12}^2 e^{2i\delta})} = \frac{(1-r_{12}^2)}{e^{-i\delta}(1-r_{12}^2 e^{2i\delta})}$$

$$\begin{aligned} \delta &= k_0 n_2 d \\ \phi &= 2\delta = 2k_0 n_2 d \end{aligned}$$

$$T = |t|^2 = \frac{(1-r_{12}^2)^2}{(1-r_{12}^2 e^{i\phi})(1-r_{12}^2 e^{-i\phi})} = \frac{(1-R)^2}{1+R^2-R(e^{i\phi}+e^{-i\phi})}$$

$$r_{12}^2 = R$$

$$T = \frac{(1-R)^2}{1+R^2-2R\cos\phi} = \frac{(1-R)^2}{1+R^2-2R(1-2\sin^2\frac{\phi}{2})} = \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2+4R\sin^2\frac{\phi}{2}} = \frac{1}{1+\frac{4R}{(1-R)^2}\sin^2\frac{\phi}{2}}$$

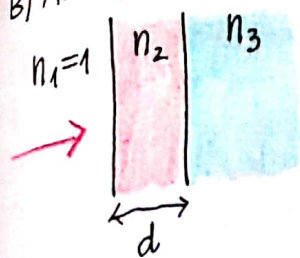
$$\text{pišemo še } \cos\phi = 1 - 2\sin^2\frac{\phi}{2}$$

dobili smo enak rezultat kot zadajic s sestavljenimi delnimi vzbočaji



B) Antireflekcijski nanosloj

(43)



Želimo dobiti minimalno odbojnost oz. reflektivnost, se pravi maksimalno transmissivnost $T = |t|^2$.
Zanimiva uca, ali je možno dobiti

$$R = \left| \frac{\tilde{M}_{12}}{\tilde{M}_{11}} \right|^2 = 0$$

antireflekcijski sloj (nanos)

$$\begin{aligned} \tilde{M} &= \frac{1}{t_{12}} \begin{bmatrix} 1 & r_{12} \\ r_{12} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\delta} & 0 \\ 0 & e^{i\delta} \end{bmatrix} \frac{1}{t_{23}} \begin{bmatrix} 1 & r_{23} \\ r_{23} & 1 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{t_{12} t_{23}} \begin{bmatrix} 1 & r_{12} \\ r_{12} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\delta} & r_{23} e^{-i\delta} \\ r_{23} e^{i\delta} & e^{i\delta} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{t_{12} t_{23}} \begin{bmatrix} e^{-i\delta} + r_{12} r_{23} e^{i\delta} & r_{23} e^{-i\delta} + r_{12} e^{i\delta} \\ r_{12} e^{-i\delta} + r_{23} e^{i\delta} & r_{12} r_{23} e^{-i\delta} + e^{i\delta} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t &= \frac{1}{\tilde{M}_{11}} = \frac{t_{12} t_{23}}{e^{-i\delta} + r_{12} r_{23} e^{i\delta}} \\ t &= \frac{t_{12} t_{23}}{e^{-i\delta} (1 + r_{12} r_{23} e^{i\phi})} \quad \phi = 2\delta = 2 \cdot k \cdot n_2 \cdot d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T &= |t|^2 \left(\frac{n_3}{n_1} \right) \\ &= \left(\frac{t_{12}^2 t_{23}^2}{1 + r_{12}^2 r_{23}^2 + 2 r_{12} r_{23} \cos \phi} \right) \frac{n_3}{n_1} \end{aligned}$$

izraz za T bo maksimalen, kadar bo imenovalec imel najmanjšo možno vrednost, to je pri $\phi = (2N+1)\pi \Rightarrow \cos \phi = -1$

$$\begin{aligned} \phi &= 2k \cdot n_2 \cdot d = \pi \\ \Rightarrow d &= \frac{\pi}{2k n_2} = \frac{\pi \lambda_0}{2 \cdot 2\pi n_2} = \frac{\lambda_2}{4} \text{ debelina sloja} \end{aligned}$$

V primeru $d = \frac{\lambda_2}{4} \Rightarrow \cos \phi = -1$

$$T = \frac{t_{12}^2 t_{23}^2 \left(\frac{n_3}{n_1} \right)}{1 + r_{12}^2 r_{23}^2 - 2 r_{12} r_{23}} = \frac{t_{12}^2 t_{23}^2 \left(\frac{n_3}{n_1} \right)}{(1 - r_{12} r_{23})^2}$$

izraz je zapleten, ker izhodni material ni enač vstopnemu!

Pojem izračunajmo

Reflektivnost sloja pa dobimo kot $R = |r|^2 = \left| \frac{\tilde{M}_{12}}{\tilde{M}_{11}} \right|^2 = \left| \frac{e^{-i\delta} (r_{23} + r_{12} e^{i\phi})}{e^{-i\delta} (1 + r_{12} r_{23} e^{i\phi})} \right|^2 = \frac{r_{12}^2 + r_{23}^2 + 2 r_{12} r_{23} \cos \phi}{1 + r_{12}^2 r_{23}^2 + 2 r_{12} r_{23} \cos \phi}$

sedaj postavimo $\cos \phi = 1 \Rightarrow$

$$R = \frac{r_{12}^2 + r_{23}^2 - 2 r_{12} r_{23}}{1 + r_{12}^2 r_{23}^2 - 2 r_{12} r_{23}} = \frac{(r_{12} - r_{23})^2}{(1 - r_{12} r_{23})^2} = 0$$



Odbitek svetlobe ne dobimo, kadar velja

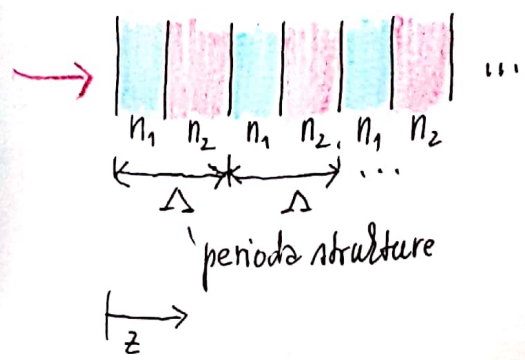
$$r_{12} = r_{23} \Rightarrow \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} = \frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3}$$

Za oftalmične očala iz stekla z $n_2 = 1.52$ rešimo antireflekcijske nanose običajno uporabljamo tanki sloj iz MgF_2 ($n_2 = 1.38$) (sereda pa učinek $R=0$ dosegemo le z določeno valovno dolžino.)

$$\begin{aligned} (n_1 - n_2)(n_2 + n_3) &= (n_1 + n_2)(n_2 - n_3) \\ n_1 n_2 + n_1 n_3 - n_2^2 - n_1 n_3 &= n_1 n_2 + n_2^2 - n_1 n_3 - n_2 n_3 \\ 2 n_2^2 &= 2 n_1 n_3 \Rightarrow n_2 = \sqrt{n_1 n_3} \end{aligned}$$

C) Periodične strukture - 1D fotonski kristali (hrošči, bisernica, ...) metulji...

Do zanimivih pojavov pride, kadar izdelamo periodični večplastni sistem, denimo iz dveh vrst z lomnim količnikom n_1 in n_2 .



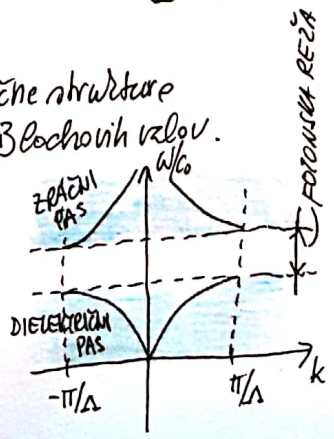
V tem primeru zaradi periodične strukture lahko uporabimo formalizem Blochovih valov.

$$E(z) = E_0 e^{ikz - i\omega t} u_{k,N}(z)$$

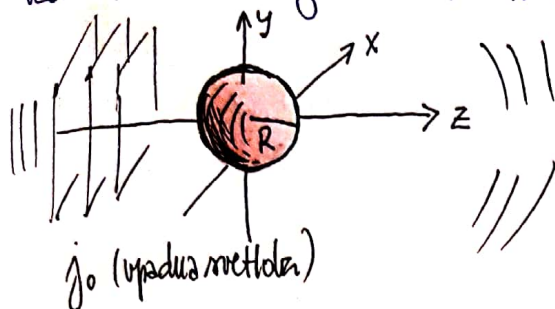
za funkcijo $u_{k,N}(z)$ velja

$$u(z + N \cdot \Lambda) = u(z)$$

V določenem območju ω postane k kompleksen \Rightarrow odboj svetlobe!



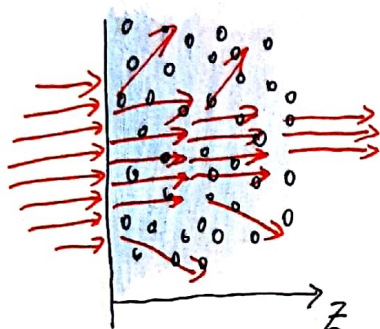
Pri sipanju nas po navadi zanima učinek ovir, ki jih postavimo na pot svetlobi. Pri čemer te ovire niso ploščate, tako da njihovega vpliva ne moremo obravnavati z običajno uklonsko teorijo v kateri je aperturna funkcija $f(x, y)$, ki opisuje oviro, le funkcija dveh koordinat. V primeru 3D ovire, kot je denimo dielektrična kroglica, se faza valovanja spreminja tudi vzdolž osi z in integrirati namo v ravnini xy ne zadošča več.



Sipanje svetlobe vpliva na slabljenje oz. ekstinkcijo svetlobnega toka v smeri osi z . Podobno učinkuje tudi absorpcija svetlobe.

$$\text{SIPANJE} + \text{ABSORPCIJA} = \text{SLABLJENJE}$$

Nas bodo zanimale le dielektrične snovi, ki svetlobe ne absorbirajo, na primer majhne steklene kroglice.



Povezava med sipanjem in modelom ploščatih ovir, kot jih obravnavam pri uklonski teoriji, je količina, ki jo imenujemo sipalni presež.

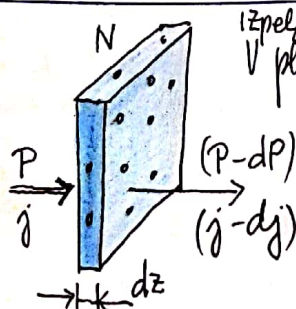
$$\sigma_s = Q_s \cdot A \quad [\text{m}^2]$$

sipalni izkoristek diametrijski presež oz. 2D "površina" delca.
(v primeru kroglice $A = \pi R^2$)

Zaradi sipanja gostota svetlobnega toka v smeri osi z eksponentno pojemla:

$$j = j(z=0) e^{-\mu z}, \quad \mu = \sigma_s \cdot \rho_s$$

koeficient slabljenja (ekstinkcijski koeficient) (atenuacijski)
↑
volumska gostota sipalcev



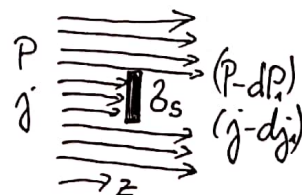
izpeljava:
plošč z volumnom $V = S \cdot dz$ imamo $N = \rho_s \cdot V$ sipalcev.
Vsak od njih odvzame svetlobni tok $dj \cdot S = dP_i = \sigma_s \cdot j$
Vsi delci v rezini pa svetlobni tok $dP_n = N \cdot \sigma_s \cdot j$

$$dP = -\sigma_s \cdot N \cdot j = -\sigma_s \cdot j \cdot \rho_s \cdot S \cdot dz$$

$$dj = \frac{dP}{S} = -j \sigma_s \rho_s \cdot dz$$

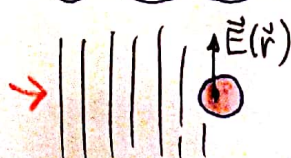
$$\frac{dj}{j} = -\sigma_s \rho_s \cdot dz = -\mu \cdot dz \Rightarrow j(z) = j(z=0) e^{-\mu z}$$

To je analogno Beer-Lambertovemu zakonu v primeru absorptivne snovi.



Sipanje na sferičnih delcih

1) RAYLEIGHOVO SIPANJE, dober opis za delce, za katere velja $R \ll \lambda \Rightarrow kR \ll 1$



Predpostavimo, da je delec tako majhen, da je optično polje v vpadnem valovanju v celotnem volumnu znotraj delca konstantno. To vpadno optično polje v delcu inducira dielektrično polarizacijo, ki s časom sinusno oscilira. To povzroči dipolno sevanje delca.
(Lord Rayleigh, GB, 1842-1919)

V celotnem delcu se inducira polarizacija \vec{P} , ki je vzporedna z vpadnim poljem \vec{E}
 $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \rightarrow \boxed{\vec{P} = \epsilon_0 (\epsilon - 1) \vec{E}} \quad \vec{E} = E(\vec{r}) \vec{e} e^{-i\omega t}$

Ustrejni električni dipolni moment delca, oz. sipalca, je potem

$$\vec{p}_e = \vec{P} V = \vec{P} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right)$$



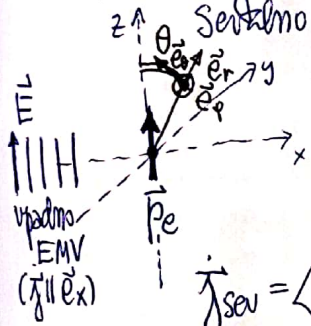
To velja za delec v vakuumu. Če pa je delec z dielektičnostjo ϵ_2 obdan s snovjo z dielektičnostjo ϵ_1 , pa je za sipanje pomembnejše razlike v polarizaciji med delcem in okolico (presečna polarizacija)

$$\Delta \vec{P} = \epsilon_0 \Delta \epsilon \cdot \vec{E} \quad \Delta \epsilon = \epsilon_2 - \epsilon_1$$

$$\Delta \vec{p}_e = \Delta \vec{P} \cdot V = \Delta \epsilon \cdot \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) \epsilon_0 \cdot E(\vec{r}) \vec{e} e^{-i\omega t} = \Delta \vec{p}_{eo} \cdot e^{-i\omega t}$$

sinusnoličbi točkasti dipol \Rightarrow dipolno sevanje

\Rightarrow Inducirani točkasti dipolni moment
 serz analogno kot električni dipolus antena (Hertzova antena).
 Serzno polje take antene zapišemo kot



$$\vec{E}_{sev} = \frac{\omega^2 \Delta p_{eo}}{4\pi \epsilon_0 c^2} \sin \theta \left(\frac{e^{i(kr - \omega t)}}{r} \right) \vec{e}_\theta$$

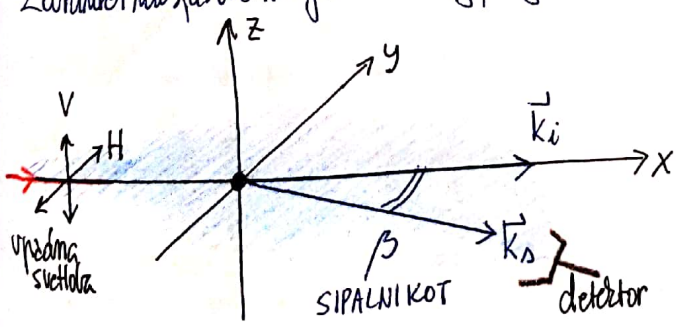
$$\vec{H}_{sev} = \frac{\omega^2 \Delta p_{eo}}{4\pi c_0} \sin \theta \left(\frac{e^{i(kr - \omega t)}}{r} \right) \vec{e}_\phi$$

zveza med amplitudama
 $B_{0,sev} = \left(\frac{E_{0,sev}}{c_0} \right)$
 velja splošno za EMV v vakuumu oz. v zrak
 $B_0 = E_0 / c, \quad c = \frac{c_0}{n}$
 za EMV v snovi

$$\vec{j}_{sev} = \langle \vec{S} \rangle = \langle \vec{E}_{sev} \times \vec{H}_{sev} \rangle = \frac{\omega^4 \Delta p_{eo}^2 \sin^2 \theta}{32 \pi^2 \epsilon_0 c_0^3 \cdot r^2} \vec{e}_r \propto \frac{1}{r^2}$$

gostota energijskega toka sevanega polja. Zaradi sevanja se energija bož preusmeri iz vpadne smeri \vec{e}_x v druge smeri. Posledično pride do slabšanja j vzdolž smeri x.

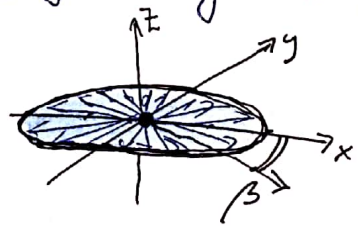
Zanimivo nas, kako se gostota energijskega toka sevanega polja spreminja v odvisnosti od smeri.



Vpadna svetloba naj bo nepolarizirana in vpadna na delci v smeri bož x.
 Električno polje vpadne svetlobe lahko razdelimo na vertikalno (V) polarizacijo in horizontalno (H) polarizacijo.
 Ravnilno, glede na katero sta določeni smeri V in H določata valovni vektor vpadne svetlobe \vec{k}_i in valovni vektor sipane svetlobe \vec{k}_s .

Za tisti del svetlobe, ki je polariziran v smeri V, se detektor nahaja v ravninski ravnini ($\theta = 90^\circ$) in j_{sev} je neodvisen od kota beta.
 Za tisti del svetlobe, ki je polariziran v smeri H, pa velja $\theta = (\pi/2 - \beta)$ v zvezi zvezi za j_{sev}(theta).
 Skupno torej dobimo za sipano polje:

$$\boxed{j_{sip} = j_{sev,V} + j_{sev,H} = j_{sev,0} + j_{sev,0} \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right) = j_{sev,0} (1 + \cos^2 \beta)}$$

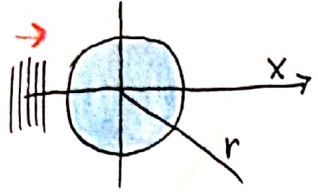


Za nepolarizirano svetlobo torej v smeri prosto izvor določimo določat moč sipane svetlobe, kot v vzdolžni smeri.
 Poleg tega se modra svetloba obeli 16x bolj sipa od rdeče! $\left(\frac{800 \text{ nm}}{400 \text{ nm}} \right)^4 = 16$

SIPALNA MATRIKA

Tudi pri mpauij običajno uvedemo matrični zapis. Vrsto upadno polarizacijo lahko obravnavamo, tako da jo razstavimo na dve komponenti, eno, ki je vzporedna s ravnino ($E_{||}$) in druga, ki je pravokotna nanjo (E_{\perp}) (V naši shemi je $E_{||} \parallel H$, $E_{\perp} \parallel V$)

$$\begin{bmatrix} E_{\Delta H} \\ E_{\Delta V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{\Delta ||}(\beta) \\ E_{\Delta \perp}(\beta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_2 & S_3 \\ S_4 & S_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{||,i} \\ E_{\perp,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{ik(r-x)} \\ ikr \end{bmatrix}$$



Amplitudna sipalna matrika. Vplošnem funkcij z enoličnega in kvadrantnega kota (če delci ni okrogel) porušijo simetrijo

optično polje vpadne svetlobe

transportni faktor, ki je odvisen od razdalje med sipalcem in detektorjem r , ter od globine, v kateri je prislo do mpauija (z).

V praksi običajno merimo gostoto energije s tega sipane svetlobe $j_{sip} \propto |E_{\Delta ||}|^2 + |E_{\Delta \perp}|^2$. Merjamo deni ne pri morejo prispevka, ker sta polarizaciji $E_{||}$ in E_{\perp} med seboj ortogonalni.

$$\begin{bmatrix} j_{\Delta ||} \\ j_{\Delta \perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |S_2|^2 & 0 \\ 0 & |S_1|^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_{||} \\ j_{\perp} \end{bmatrix}$$

V plošnem se vrednosti $|S_2|^2$ in $|S_1|^2$ razlikujeta = SIPALNA ANIZOTROPIJA. Kot smo videli, se le-ta pojavlja tudi pri sferičnih delcih.

2) MIEVO SIPANJE (Gustav Mie, D, 1868-1957)

Pri majhnih mpaicah $R \ll \lambda$ smo videli, da velja

$$j_{sip} \propto j_{sew,0} (1 + \cos^2 \beta), \quad j_{sew,0} \propto \omega^4 \Delta \rho_{eo}^2 \propto \frac{(\Delta \epsilon \cdot V)^2}{\lambda^4} \propto \frac{(\Delta \epsilon)^2 R^6}{\lambda^4}$$

Za sipalni izkoristek potem dobimo

$$Q_s = \frac{\sigma_s}{A} \propto \frac{R^6}{\lambda^4 (\pi R^2)} \propto \left(\frac{R}{\lambda}\right)^4$$

Rayleighovo sipanje

$$\Rightarrow \log Q_s = 4 \cdot \log(R/\lambda)$$

Pri delcih za katere velja $R \sim \lambda$, ali pa tudi večjih, pa približer sipalca kot točkastega dipola ni več ustrezen. V tem primeru se moramo lotiti problema bolj eksaktno, tako da z reševanjem Maxwellovih enačb izračunamo polje znotraj in zunaj delca ter ustrezno upoštevamo robne pogoje med delcem in okolico. Če je delec okrogel, iščemo rešitve v sferičnih koordinatah. Dobre rezultate dobimo, če rešimo skalarno Helmholtzovo enačbo.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}(r, \theta, \varphi) \Rightarrow \nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad k = \omega/c$$

Helmholtzova enačba

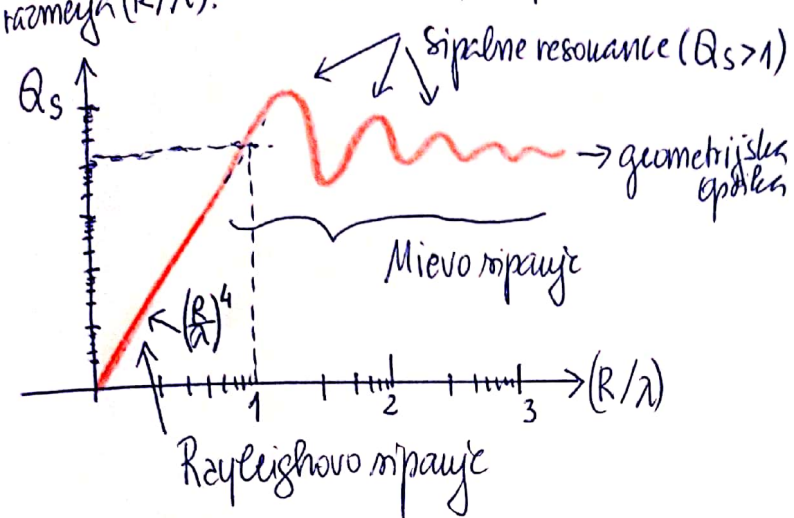
Rešitve iščemo z metodo separacije spremenljivk

$$E_{\ell m}(r, \theta, \varphi) = R_{\ell}(r) \Theta_{\ell}^m(\theta) \Phi_{\ell}^m(\varphi) = E_0 e^{im\varphi} P_{\ell}^m(\cos \theta) Z_{\ell}(kr) \Rightarrow \mathbf{E} = \sum_{\ell, m} A_{\ell m} \mathbf{E}_{\ell m}$$

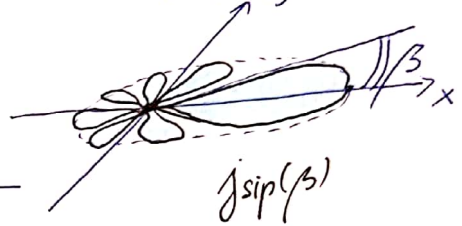
Pridruženim Legendrovim polinomi sferične Besselove funkcije prvga ali drugega reda

Navedene funkcije (vektorske sferične harmonike) tvorijo polni ortogonalni set stav. V sferične harmonike zato lahko razvijemo tudi upadno valovanje. Celotno polje v prostoru potem zapišemo kot superpozicijo upadnega in sipanega. Koeficiente pred različnimi členi pa dobimo iz robnih pogojev.

Z računom ugotovimo, da, podobno kot pri Fabry-Pérotovem interferometru, tudi v sfiričnih delcih lahko pride do resonance, kadar sta polmer delca in valovna dolžina v ustreznem razmerju. Takrat je nprano polje oz. energ. tož npranež valbrauž se posebej siterkili po veliž. Po drugi strani pa nprani izkorister mi vti tako izrežito odvisen od razmerja (R/λ) .

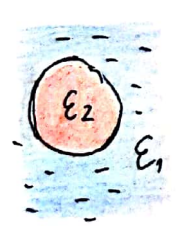


Tudi kotuž odvisnost $j_{\text{sip}}(\beta)$ kaže štivilne minimume in maksimume. Prevladuž s nprauž v smeri naprej ($\beta \rightarrow 0$).



POPRAVEK LOKALNEGA POLJA

Pri obraunani inducirane polarizacije paramičnež delca moramo upoštevati, da okolišči delci sledi izbranega delca, vplivajo na električno polje, ki ga zaznava izbrani delec. Lokalno polje na mestu izbranega delca je torej drugučno, kot bi bilo v primeru povsem izoliranega delca. V tem primeru moramo člen ΔE v računu za inducirano polarizacijo nadomestiti s členom



$$\Delta \vec{p}_e \propto \left(\frac{3(\epsilon_r - 1)}{(\epsilon_r + 2)} \right) V \cdot \vec{E}_i \leftarrow \text{vpadno polje}$$

$$\epsilon_r = \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \right)$$

To problematično popravilo lokalnega polja bomo obravnavali pri modelih lomnega koeficienta.