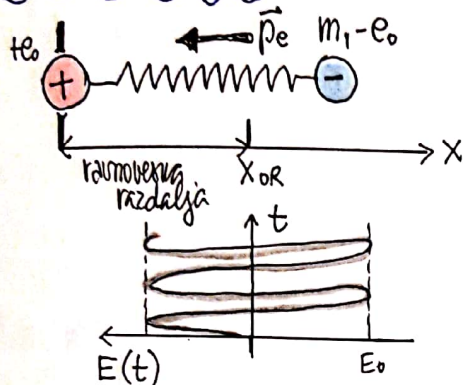


v dosedanjih obravnavah (lom, prehod čez večplastne strukture, ...) smo predpostavljali, da je lomni količnik ϵ odvisen od parametra, ki je odvisen le od vrste snovi. V resnici pa je lomni količnik odvisen tudi od lastnosti EMV, se pravi od frekvence oz. valovne dolžine. Tej odvisnosti rečemo disperezija lomnega količnika.

Zanimale nas bodo predvsem neupogibne snovi oz. snovi, za katere lahko vzamemo $n=1$. Za razlago disperzije $n(\omega)$ v tehi snoveh moramo tolej poznaati odvisnost $\epsilon(\omega)$.

LORENTZOV MODEL (model oscilatorja) (Hendrik Lorentz, NL, fizik, 1853-1928, Lorentzova nika, ...)



Predstavljamo si, da atom oz. molekulo sestavlja kroglica pozitivnega naboja, ki ima fiksno lego, ($x=0$) ter kroglica (oblač) negativnega naboja, ki zaradi električnega polja EMV povzroča oscilacije negativno nabite kroglice okoli njene ravnovesne lege x_{0R} .

Če molekula ni permanentnega dipolnega momenta, potem je $x_{0R}=0$ in lahko potencialno energijo med kroglicama zapišemo kot

$$V(x) = V(0) + 0 + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2V}{dx^2} \right)_{x=0} x^2 + \dots$$

ker je sistem v ravnovesju oz. oscilira okoli ravnovesne lege, velja $\left(\frac{dV}{dx} \right)_{x=0} = 0$ efektivna konstanta vzmeti

Newtonov zakon za ta sistem zapišemo:

$$ma = -kx - \gamma \cdot m \cdot \left(\frac{dx}{dt} \right) - e_0 \cdot E(t), \quad a = d^2x/dt^2$$

uvvedemo tudi dušenje (kot, da bi bila kroglica v "ogju")

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \gamma \cdot m \cdot \frac{dx}{dt} - e_0 E(t)$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = -\left(\frac{e_0}{m} \right) E(t)}$$

$$E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$$

$$\omega_0^2 = k/m$$

Quadr za vsiljeno nihanje

Razkličujemo v obliki: $x(t) = x_0(\omega) e^{-i\omega t}$

$$-\omega^2 x_0 e^{-i\omega t} - i\omega \gamma x_0 e^{-i\omega t} + \omega_0^2 x_0 e^{-i\omega t} = -\left(\frac{e_0}{m} \right) E_0 e^{-i\omega t}$$

$$(-\omega^2 - i\gamma\omega + \omega_0^2) x_0 = -\left(\frac{e_0}{m} \right) E_0$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{(e_0/m) E_0}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega}$$

Spreminjanje razmika med negativnim in pozitivnim delom naboja (kroglica) povzroči nastanek dipolnega momenta $\vec{p}_e = -e_0 \cdot x \hat{e}_x$. Če je volumska gostota molekul v snovi podana s $\rho_N = (N/V)$, posledično v snovi nastane inducirana polarizacija $\vec{P}_e = \vec{p}_e \cdot \rho_N$ [Asm/m³].

$$\vec{P}_e = -e_0 x(t) \hat{e}_x \rho_N \quad \vec{P}_e = + \frac{e_0 (e_0/m) E_0 e^{-i\omega t}}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega} \rho_N$$

Inducirano dielektrično polarizacijo pa lahko formalno povežemo z dielektrično permitivnostjo ϵ .

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_e \Rightarrow \vec{P}_e = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} - \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 (\epsilon - 1) \vec{E}$$

Dielektrična permitivnost pa je, kotremo, povezana z lomnim količnikom snovi $n = \sqrt{\epsilon}$ oz. $\boxed{n^2 = \epsilon}$ v splošnem primeru kompleksnega lomnega količnika

Dobili smo: $P_e = (\epsilon - 1)\epsilon_0 E = (\epsilon - 1)\epsilon_0 E_0 e^{i\omega t} = \frac{(\rho_N e_0^2 / m) E_0 e^{i\omega t}}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega}$

(55)

$$\Rightarrow \epsilon = \mathcal{N}^2 = 1 + \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega}$$

$\omega_p = \left(\frac{\rho_N e_0^2}{m \epsilon_0} \right)$ plazemska frekvenca

dobili smo kompleksni izraz za lomni količnik, ki ga zapišemo (podobno kot v prevodnih snoveh)

$$\mathcal{N} = n' + i n''$$

imaginarni del lomnega količnika (povzroča absorpcijo EMV)
realni del lomnega količnika

Sedaj ločimo realni in imaginarni del:

$$\mathcal{N}^2 = (n' + i n'')^2 = n'^2 - n''^2 + 2i n' n'' = 1 + \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega} \frac{[(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega]}{[(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega]}$$

$$= 1 + \underbrace{\frac{\omega_p^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}}_{\epsilon'} + \underbrace{\frac{i\gamma\omega \omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}}_{i\epsilon''}$$

realni del dielektrične permitivnosti

imaginarni del dielektrične permitivnosti

$n'^2 = ?$, $n''^2 = ?$

$$n'^2 - n''^2 = \epsilon' = 1 + \frac{\omega_p^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}$$

$$2n' n'' = \epsilon'' = \frac{\gamma\omega \omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}$$

iskom dveh enačb, iz katerih izrazimo n' in n'' v odvisnosti od ϵ' in ϵ'' . (glej EMV v prevodnih snoveh)

navedeni sistem enačb smo eukrat že reševali (glej stran 11)

Razrešimo oblike:

$$n' = \sqrt{(\epsilon' + i\epsilon'')/2} \quad \text{oz} \quad n'^2 = \frac{1}{2}(\epsilon' + \sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2})$$

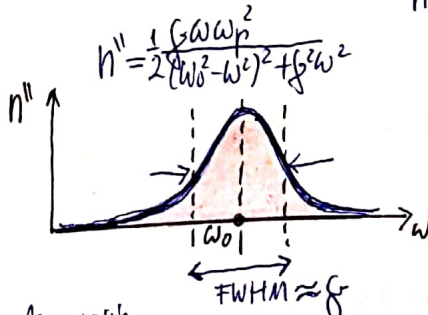
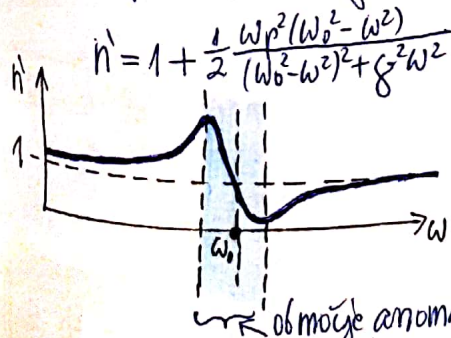
$$n'' = \sqrt{(-\epsilon' + i\epsilon'')/2} \quad n''^2 = \frac{1}{2}(-\epsilon' + \sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2})$$

kar ob upoštevanju zgoraj izrazov za $\epsilon'(\omega)$ in $\epsilon''(\omega)$ da enostavnejše funkcije oz. izraze. Zato pri analitični obravnavi pogosto naredimo različne približke.

Približek redkega plina

V primeru redkega plina vemo $\mathcal{N}^2 \approx 1$ kar pomeni da je "popravljen", ki ga mineše prisotnost atomov oz. molekul matrike in zato kot da bi bili koreni realni. Izvijemo v vrsto samo do drugega člena

$$\mathcal{N} = \sqrt{1 + \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} = 1 + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\omega_p^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}}_{n'} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{i\gamma\omega \omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}}_{i n''}$$



Na območju v bližini "resonance", ko velja $\omega = \omega_0$, pride do močne absorpcije EMV v snovi.

$$E_0 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t} = E_0 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t} e^{-\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$$

absorpcija

območje anomalne disperzije $(dn/d\omega) < 0 \Rightarrow (dn/d\lambda) > 0$

"normalna" disperzija $= (dn/d\omega) > 0 \Rightarrow (dn/d\lambda) < 0$

Upoštevajte več resonananc

V dejanski snovi oz. atomskem/molekularskem sistemu imamo lahko več resonananc. Vrednosti od njih ustrezajo nekaterim resonančnim frekvencam ω_{0j} in ustrezni koeficient dušenja g_j . Zapišemo lahko:

$$\epsilon = \epsilon''^2 = 1 + \sum_j \frac{f_j \omega_{pj}^2}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2) - i g_j \omega}$$

f_j = oscilatorska moč izbrane resonance

Primeri navedeni izraz

počesto zapišemo na različne približne načine. V prozornih snoveh lahko dušenje, g_j , v splošnem pozremo absorpcijo, povsem zanemarimo in prikažemo $g_j = 0$ $\omega_j \Rightarrow$

$$\epsilon''^2 = n^2 = 1 + \sum_j \frac{f_j \omega_{pj}^2}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)}$$

$$\omega = \frac{2\pi c_0}{\lambda}$$

$$\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_0^2} - \frac{1}{\lambda^2}} = \frac{\lambda_0^2 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_0^2}$$

↑ valovna dolžina v vakuumu

$$n^2 = 1 + \sum_j \frac{f_j \omega_{pj}^2 \lambda_{0j}^2 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_{0j}^2}$$

Če nas zanima le neko območje, doli izbranih resonananc, lahko prispevke resonananc pri drugih frekvencah (daleč od izbranih) upoštevamo kot konstante. \Rightarrow

$$n^2(\lambda) = A + \sum_j \frac{G_j \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_{0j}^2}$$

SELLMEIERJEVA ENAČBA

(Wilhelm Sellmeier, 1871, Berlin)

A, G_j, λ_{0j} so Sellmeierjevi koeficienti

To je približna zveza za opis disperzijske $n(\lambda)$, ki se v praksi zelo pogosto uporablja (za prozorne snovi). Sellmeierjevo enačbo lahko še naprej poenostavimo in dobimo Cauchyev približek, ... ($n = A + B/\lambda^2$)

Drudejev model kovin (Paul Drude, 1902)

Obnavljamo prosti elektronski plin v mreži fiksnih pozitivnih nabojev. To da so elektroni prosti, pomeni da je konstanta vzmeti $k = 0 \Rightarrow \omega_0 = 0 \Rightarrow$

$$\epsilon''^2 = 1 + \frac{\omega_p^2}{-\omega^2 - i g \omega} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i g \omega} \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

zanemarili smo tudi dušenje (elektrčni upor)

$$\epsilon' \approx \sqrt{1 - \omega_p^2/\omega^2}$$

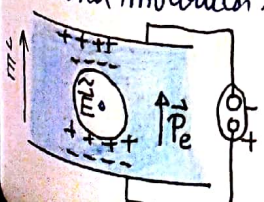
za $\omega < \omega_p$ dobimo imaginarni lomni količnik ϵ'' = moč absorpcije
za $\omega > \omega_p$ pa material optično postaja prozoren = realni lomni količnik.
Pri zlatu (Au) leži ω_p na območju vidne svetlobe.
Rdeča in rumena svetloba zmanjša imaginarni lomni količnik in
se torej manj absorbira. Če pa svetlobo od "zlataj" posvetimo
na ravnino površine kovine - pa se odbija (lovinso zrcalo).
Modra svetloba zmanjša realni lomni količnik in se zato dosti
manj odbija od površine kot rumena in rdeča. To daje zlatu značilno barbo. Pri srebru (Ag) je ω_p v UV območju spektra in odbija vse vidne valovne dolžine svetlobe.



Barva kovin \rightarrow

Gostota snov (popravljen lokalnega polja)

Če je izbrana molekula obdana z drugimi molekulami, ki se pod vplivom polja ravno tako polarizirajo, potem je električno polje na mestu izbrane molekule drugačno kot bi bilo, če bi bile molekule same. Obliška polarizacije povzroči spremembo lokalnega polja



$$\vec{E} = \vec{E} + \frac{\vec{p}_e}{3\epsilon_0} \leftarrow \text{polarizacijsko polje zaradi obliških molekul}$$
$$\vec{p}_e = \epsilon_0(\epsilon - 1)\vec{E}$$

↑ zmanjšanje polja (zaradi EMV)

Če enoti prežemo med sabo: $\tilde{\mathbf{E}} = \mathbf{E} + (\mathbf{P}_e / 3\epsilon_0)$ in $\mathbf{P}_e = \epsilon_0(\epsilon - 1)\mathbf{E}$ in za velikost lokalnega polja dobimo: $\tilde{E} = E + \frac{\epsilon_0(\epsilon - 1)E}{3\epsilon_0} = \frac{3E + \epsilon E - E}{3} = \frac{(\epsilon + 2)}{3} \cdot E$

Pri izračunu inducirane polarizacije vseh diplov v snovi moramo sedaj upoštevati $\tilde{\mathbf{E}}$

$$P_e = \frac{(\epsilon_0^2 / m \cdot \rho_n) (\frac{\epsilon + 2}{3}) E_0 e^{-i\omega t}}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} = \epsilon_0(\epsilon - 1) \cdot E_0 e^{-i\omega t}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \right) = \frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2 + 2} = \frac{(\omega_p^2 / 3)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}$$

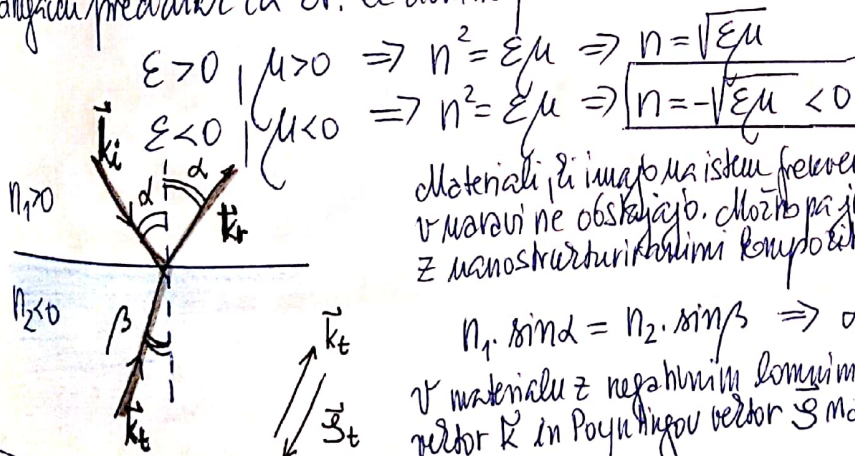
Če smo v območju, daleč stran od resonanc, lahko dušenje zanemarimo \Rightarrow

$$\left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \right) = \frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2 + 2} = \frac{1}{3} \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

Dobljeni izraz je poznan kot Lorentz-Lorenzova zveza (Henrich LORENZ, NL) in je v povezavi z Clausius-Mossottijovo zvezo v mikroskopski obliki $(\alpha^2 - 1)/(\alpha^2 + 2) = \frac{1}{3}(\rho_{nd}/\epsilon_0)$, pri čemer je α linearna polarizabilnost molekule.

OPTIČNI METAMATERIALI IN NEGATIVNI LOMNI KOEFICIENT

Videli smo, da v bližini resonanc ali pa v bližini $\omega < \omega_p$ vrednost $\alpha^2 < 0$ in je lomni količnik povsem imaginaren. To pomeni, da $\epsilon' < 0$. Dielektričnost materiala ima negativno vrednost. Zanimive pojave pa lahko dobimo, če hkrati velja tudi $\mu' < 0$. Produkt obeh je potem pozitiven in ne lahko izognemo absorpciji. Vendar skrat velja drugačen predznak za α . Če denimo povsem zanemarimo dušenje... ($\epsilon'' = \mu'' = 0$) $\Rightarrow \epsilon = \epsilon'$, $\mu = \mu'$

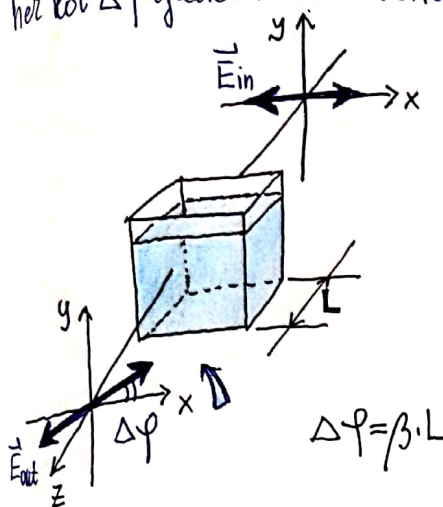


Materiali, ki imajo na istem frekvenčnem območju $\epsilon < 0, \mu < 0$ v naravi ne obstajajo. Mogoče pa jih je umetno ustvariti z nanostrukturiranimi kompoziti. Imenujemo jih metamateriali.

$$n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta \Rightarrow \alpha > 0 \Rightarrow \beta < 0$$

V materialu z negativnim lomnim količnikom imata valovni vektor \mathbf{k} in Poyntingov vektor \mathbf{S} nasprotni smeri!

Optična aktivnost je pojav, pri katerem se linearno polarizirani svetlobi po prehodu snovi zaradi smer milirajuja električnega polja \vec{E} . Če je vpadna svetloba, na primer linearno polarizirana vzdolž osi x , se po prehodu čez snov smer linearne polarizacije zasuje za kot $\Delta\varphi$ glede na x os. Svetloba se obziroma širi v smeri osi z .



vpadno polarizacijo v opisanem primeru podajajo Jonesov vektor

$$\vec{J}_{in} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

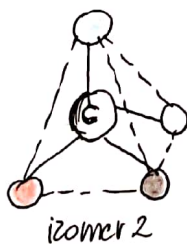
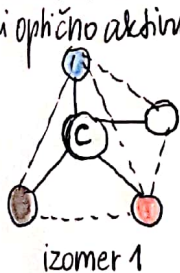
izhodno polarizacijo pa Jonesov vektor

$$\vec{J}_{out} = \begin{bmatrix} \cos \Delta\varphi \\ \sin \Delta\varphi \end{bmatrix}$$

Gledano s stališča opazovalca (polec desne roke usmerimo proti izvoru) opisana snov polarizacijo zasuje v levo glede na začetno smer - zato tako snov imenujemo levo sučna snov. (L = levo, D = dextro).

KEMIJSKO OZADJE

Optično aktivne snovi so sestavljene iz molekul z kiralnimi centri. Tipično je to ogljikov atom, ki ima pripete 4 različne kemijske skupine. Ta asimetrični ogljik naredi molekulo kiralno. Kiralne molekule obstajajo v dveh konformacijah, ki ju ne moremo pretvoriti ene v drugo zgolj z vrtenjem, ampak samo z zrcalno transformacijo. Ti dve konformaciji se imenujeta enantiomera oz. optična izomera. (tudi stereo-izomera). Razlika obeh izomerov v razmerju 50:50 se imenuje racemat in ni optično aktivna.



D = Dexter (dextro) tudi R (rectus)
 L = Laevo (levo) -t- S (sinister)

Kot referenčni material uporabljamo glicer-aldehid. To je ena od presnovnih vrst sladkorja (monosaharidov).

D -GA suče polarizacijo v desno
 L -GA suče polarizacijo v levo

Večina aminokislin, ki jih najdemo v naravi, so L -aminokisliline. Vrsta glukoze - dextroza - je dobila ime na osnovi svoje sučnosti.

Večino lastnosti povezanih z optično aktivnostjo lahko opišemo s tem, da rečemo, da gre za snovi, ki imajo različno vrednost lomnega koeficienta za desno in za levo krožno polarizirano valovanje.

$$n_{RCP} \neq n_{LCP}$$

$$\vec{J}_{in} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} ; z=0$$

Po prehodu svetlobe desnosučne komponente doživi fazni zamik $e^{i k_0 n_{RCP} L}$, levosučna pa $e^{i k_0 n_{LCP} L}$

$$\vec{J}_{out} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} e^{i k_0 n_{RCP} L} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} e^{i k_0 n_{LCP} L}$$

Faza desno zapisujemo kot $n_{RCP} L = \frac{1}{2} n_{RCP} L + \frac{1}{2} n_{LCP} L + \frac{1}{2} n_{RCP} L - \frac{1}{2} n_{LCP} L$, in podobno $n_{LCP} L = \frac{1}{2} n_{RCP} L + \frac{1}{2} n_{LCP} L - \frac{1}{2} n_{RCP} L + \frac{1}{2} n_{LCP} L$

$$\vec{J}_{out} = \frac{1}{2} e^{i k_0 n_{RCP} \frac{L}{2}} e^{i k_0 n_{LCP} \frac{L}{2}} \left[\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} e^{i k_0 n_{RCP} \frac{L}{2}} e^{-i k_0 n_{LCP} \frac{L}{2}} + \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} e^{-i k_0 n_{RCP} \frac{L}{2}} e^{i k_0 n_{LCP} \frac{L}{2}} \right]$$

$$\vec{J}_{out} = \frac{1}{2} e^{i k_0 \bar{n} L} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} e^{i k_0 \Delta n L / 2} + \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} e^{-i k_0 \Delta n L / 2} \right) \text{ vpeljamo } \bar{n} = (n_{RCP} + n_{LCP}) / 2, \Delta n = n_{RCP} - n_{LCP}$$

$$\vec{J}_{out} = \frac{1}{2} e^{i k_0 \bar{n} L} \begin{pmatrix} 2 \cos(k_0 \Delta n L / 2) \\ 2 i \sin(k_0 \Delta n L / 2) \end{pmatrix} = e^{i k_0 \bar{n} L} \begin{bmatrix} \cos \Delta\varphi \\ \sin \Delta\varphi \end{bmatrix} ; z=L$$

Izhodna svetloba je linearno polarizirana pod kotom $\Delta\varphi$ glede na os x . $\Delta\varphi = \frac{1}{2} k_0 \Delta n L$.

Ugotovili smo, da pride do zarulke polarizacije za kot

$$\Delta\varphi = \frac{1}{2} k_0 L (n_{RCP} - n_{LCP})$$

(59)

Če velja $n_{RCP} > n_{LCP}$, potem snov polarizacijo suče v levo. Drugače pa v desno. Za običajne raztopine je $\Delta n \sim 10^{-4}$.

Fenomenološko zapisemo

$$\Delta\varphi = \beta \cdot L$$

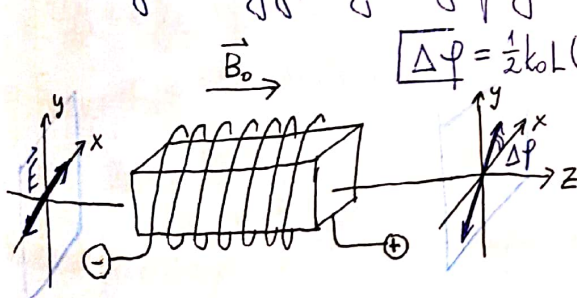
$$\beta = \beta(\lambda)$$

β = specifična sučnost snovi, podana v enotah $^\circ/\text{mm}$
 Običajna referenčna valovna dolžina je pri $\lambda_D = 589,3 \text{ nm}$ (Na dublet). Za raztopine je β podajničiji podana pri raztopini v vodi v razmaju 1:100 in temperaturi $T = 20^\circ\text{C}$.
 (dekstroza $\beta = 0,53^\circ/\text{mm}$, kremen $\beta = 21,6^\circ/\text{mm}$),
 v vodi

Pogosto se razlika med desno in levo krožno polariziranimi svetlobnim žarkom pojavi ne le v realnem, ampak tudi v imaginarnem delu lomnega količnika. Takšna snov eno cirkularno polarizacijo močnejše absorbira, kot drugo. V tem primeru govorimo o cirkularnem dilerizmu snovi. Cirkularni dilerizem v odvisnosti od valovne dolžine merimo z metodo CD spektroskopije.

FARADAY POJAV (MAGNETOPTIČNI POJAV)

(Michael Faraday, GB, 1791-1867). Pri tem pojavu gre za optično aktivnost, ki jo v snovi optično neaktivnem materialu dobimo s tem, da ga postavimo v zunanje magnetno polje. Za razliko od intrinzične oz. naravne optične aktivnosti, ki polarizacijo vedno zasuje v isto smer (ne glede na smer potovanja svetlobe čez snov), je zasud pri Faradayevem pojavu odvisen od smeri potovanja svetlobe glede na smer notranjega zunanje magnetnega polja \vec{B}_0 .

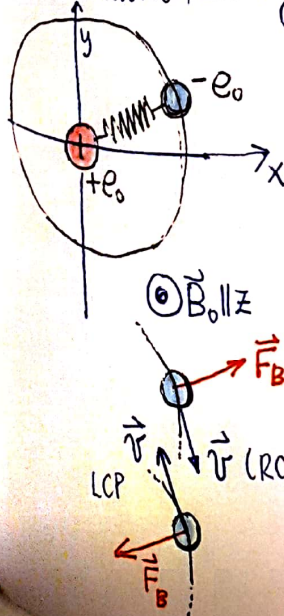


$$\Delta\varphi = \frac{1}{2} k_0 L (n_{RCP} - n_{LCP}) = \frac{V \cdot L \cdot H_0}{\lambda}$$

V = Verdetova konstanta
 (Emile Verdet, F)

Eno od največjih vrednosti V ima Terbijev Galijev grafit
 ($V = 134 \text{ rad/Tm}$ pri $\lambda = 633 \text{ nm}$)

Faradayev pojav lahko pojasnimo z Lorentzovim modelom dvih kroglic. Predstavljam si, da je pozitivna in negativna kroglica v mirovanju, negativno nabita pa zaradi prisotnosti cirkularno polarizirane svetlobe kroži obli nje. Kroženje poteka v magnetnem polju. V odvisnosti od smeri kroženja se pojavi magnetna sila, ki enkrat deluje v smeri proti radijsu kroženja, drugič pa v smeri stran od radijsa kroženja. To povzroči spremembo efektivne vzmeti, ki kroglica prežuje med seboj.



$$\vec{F}_B = e\vec{v} \times \vec{B} = -e_0\vec{v} \times \vec{B}_0 \Rightarrow k = k(B)$$

Za RCP dobimo drugačno vrednost k kot za LCP. To pomeni, da imamo dve lastni frekvenci (Zeemanov pojav) $\Rightarrow \omega_1, \omega_2$. Pri izbrani frekvenci smo od ene lastne frekvence bolj od druge pa manj od dajene, kar prinese razliko v lomnem količniku.

Če zanemarimo dušenje, lahko enačbe gibanja zapisemo:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \omega_0^2\vec{r} = -\frac{e_0}{m}(\vec{E} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B}_0) \quad \vec{B}_0 = (0, 0, 1)\vec{B}_0$$

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t), 0)$$

$$\vec{E}(t) = (E_x(t), E_y(t), 0)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{e_0}{m} \frac{dy}{dt} B_0 + \omega_0^2 x = -\frac{e_0}{m} E_x$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{e_0}{m} \frac{dx}{dt} B_0 + \omega_0^2 y = -\frac{e_0}{m} E_y$$

$$P_e = \frac{(P_0 e_0^2 / m) E_0}{(\omega_0^2 - \omega^2) \pm \frac{e_0}{m} B_0 \omega} \quad \text{--- RCP ali LCP}$$

(vaje) Z malo dodatnega računanja polariziramo

PEPELJAVNA: dnevno v zrakou brez nle duševja

$$m\ddot{\vec{r}} = -k\vec{r} - e_0\vec{E} - \vec{v} \times \vec{B}_0$$

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \omega_0^2\vec{r} = -\frac{e_0}{m}(\vec{E} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B}_0)$$

$$\omega_0 = k/m$$

upoštevamo smer \vec{E} , \vec{r} in $\vec{B}_0 \Rightarrow r = (x, y, 0)$

$$\vec{E} = (E_x, E_y, 0)$$

$$\vec{B}_0 = (0, 0, B_0)$$

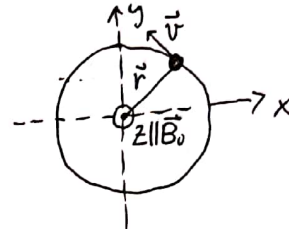
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (v_x, v_y, 0)$$

$$\vec{v} \times \vec{B}_0 = \begin{pmatrix} v_x & v_y & v_z \\ 0 & 0 & B_0 \end{pmatrix}$$

$$= (v_y B_0, -v_x B_0, 0)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{e_0}{m} \frac{dy}{dt} B_0 + \omega_0^2 x &= -\frac{e_0}{m} E_x \\ \frac{d^2y}{dt^2} - \frac{e_0}{m} \frac{dx}{dt} B_0 + \omega_0^2 y &= -\frac{e_0}{m} E_y \end{aligned} \right\} \Leftarrow$$

$$\left(\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{d^2y}{dt^2} \right) + \omega_0^2 (x, y, 0) = -\frac{e_0}{m} (E_x, E_y, 0) - \frac{e_0}{m} \left(\frac{dy}{dt} B_0, -\frac{dx}{dt} B_0 \right)$$



$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{e_0}{m} \frac{dy}{dt} B_0 + \omega_0^2 x &= -\frac{e_0}{m} E_x \\ i \frac{d^2y}{dt^2} + (-i) \frac{e_0}{m} \frac{dx}{dt} B_0 + i \omega_0^2 y &= -\frac{e_0}{m} E_y i \end{aligned} \right\} \text{ množili smo z } i$$

$$\ddot{x} + \frac{e_0}{m} \dot{y} B_0 + \omega_0^2 x = -\frac{e_0}{m} E_x$$

$$i \ddot{y} - i \frac{e_0}{m} \dot{x} B_0 + i \omega_0^2 y = -i \frac{e_0}{m} E_y$$

enacbi seštejemo in uvedemo $x + iy = z$

$$\frac{d^2}{dt^2} (x + iy) - i \frac{e_0}{m} B_0 \left(\frac{d}{dt} (x + iy) \right) + \omega_0^2 (x + iy) = -\frac{e_0}{m} (E_x + i E_y), \text{ če je } E_x = E_y \text{ dobimo LCP valovanje}$$

A) $\frac{d^2 z}{dt^2} - i g_{ef} \frac{dz}{dt} + \omega_0^2 z = -\frac{e_0}{m} E_{LCP}$, $g_{ef} = \frac{e_0}{m} B_0$ efektivni koeficient dušenja

če enacbi odštejemo, pa dobimo (uvedemo $w = x - iy$)

B) $\frac{d^2 w}{dt^2} + i g_{ef} \frac{dw}{dt} + \omega_0^2 w = -\frac{e_0}{m} E_{RCP}$

za $E_{RCP/LCP} = E_0 e^{-i\omega t}$ rešimo enacbi A) in B) iščemo obliko $z = z_0 e^{-i\omega t}$

$$z_0 = \frac{-\frac{e_0}{m} E_0}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i g_{ef} \omega} \text{ in } w_0 = \frac{-\frac{e_0}{m} E_0}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i g_{ef} \omega}$$

$$\vec{p}_e = \epsilon_0 (\epsilon - 1) \vec{E}$$

Inducirana polarizacija v snovi (ki ne vohi skupaj z električnim poljem \vec{E}) je potem $(-\epsilon_0 \vec{E} \cdot \vec{p}_N) \Rightarrow$

$$N_{RCP}^2 = 1 + \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i g_{ef} \omega} ; N_{LCP}^2 = 1 + \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i g_{ef} \omega} ; \omega_p = \frac{\rho_N \cdot e_0^2}{m \epsilon_0}$$