# POLARIZACIJA SVETLOBE – Jonesov kalkulus



Analiziramo prehod svetlobe skozi homogeno, izotropno in neprevodno snov. Obenem tudi nimamo tokov, niti nabojev.

$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$ $\varepsilon$ = dielektrična permitivnost (skalar) $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}\,\frac{As}{Vm}$

$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$ $\mu$ = magnetna permeabilnost ( –||– ), $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}\,\frac{Vs}{Am} = 12{,}57\cdot10^{-7}$ –||–

$\sigma = 0,\ j_e = 0,\ \rho_e = 0$

V takem materialu iz Maxwellovih enačb dobimo valovno enačbo:

$$\left.\boxed{\begin{aligned}\nabla^2\vec{E} - \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} &= 0\\ \nabla^2\vec{B} - \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} &= 0\end{aligned}}\right\}$$

iščemo rešitve $\vec{E}(\vec{r},t)$ in $\vec{B}(\vec{r},t)$ (pri danih robnih pogojih)

$$\nabla^2\vec{E} = (\nabla^2E_x, \nabla^2E_y, \nabla^2E_z) = \left(\frac{\partial^2E_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2E_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2E_x}{\partial z^2}, \frac{\partial^2E_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2E_y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2E_y}{\partial z^2}, \frac{\partial^2E_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2E_z}{\partial y^2}+\frac{\partial^2E_z}{\partial z^2}\right)$$

velja enakost $\nabla^2\vec{E} = \nabla(\nabla\cdot\vec{E}) - \nabla\times(\nabla\times\vec{E}) = \mathrm{grad}(\mathrm{div}\,\vec{E}) - \mathrm{rot}(\mathrm{rot}\,\vec{E})$

Najpreprostejša rešitev valovne enačbe je ravno sinusno potujoče valovanje:

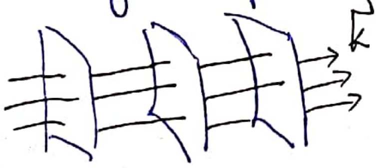
$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0\cos(\vec{k}\vec{r}-\omega t+\delta) = \mathrm{Re}(\vec{E}_0e^{i\vec{k}\vec{r}-i\omega t+i\delta}) = \mathrm{Re}((E_{0x}e^{i\phi}, E_{0y}e^{i\phi}, E_{0z}e^{i\phi}))$$

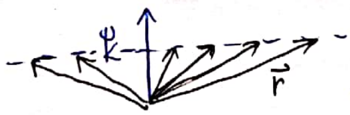
$$\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0\cos(\vec{k}\vec{r}-\omega t+\delta) = \mathrm{Re}(\vec{B}_0e^{i\vec{k}\vec{r}-i\omega t+i\delta})$$

valovne fronte = ploskve konstantne faze so ravnine $\phi = \vec{k}\vec{r}-\omega t+\delta = \mathrm{konst}$

v desni sliki $\vec{k}\cdot\vec{r} = \mathrm{konst} + \omega t - \delta = \mathrm{konst}$

(enačba ravnine v 3D)




Žarki pa so premice vzporedne $\vec{k}$.

fazna hitrost = hitrost premikanja valovnih front v časovnem poteku.

$$\phi = \vec{k}\vec{r}-\omega t+\delta$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \vec{k}\frac{d\vec{r}}{dt} - \omega = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{r}}{dt}\vec{k} = \omega$$

zanima nas potovanje vzdolž $k$, $\vec{r}\parallel\vec{k}$, $\Rightarrow v_f = \frac{\omega}{k}$

$\Rightarrow \vec{r}\vec{k} = rk$

Zanimajo nas naslednje lastnosti opisanega valovanja:

1) Fazna hitrost
2) Orientacija $\vec{E}_0, \vec{B}_0, \vec{k}$
3) Razmerje med $E_0$ in $B_0$
4) Energijski tok valovanja

Analogna rešitev so vse funkcije oblike $\vec{E} = \vec{E}_0 f(\vec{k}\vec{r}-\omega t)$, pri katerih ima "signal" tudi fazno hitrost $(\omega/k)$.

---

## 1 FAZNA HITROST

Iščemo zvezo med $\omega$ in $\vec{k}$. V ta namen nastavek vstavimo v valovno enačbo:

$$\nabla^2\vec{E} = \left(\frac{\partial^2E_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2E_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2E_x}{\partial z^2}, \dots, \dots\right) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}(E_{0x}e^{i\vec{k}\vec{r}-i\omega t+i\delta}) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}(E_{0x}e^{i\vec{k}\vec{r}-i\omega t+i\delta}) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}(E_{0x}e^{-||-}), \dots\right)$$

$$= \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}(E_{0x}e^{ik_xx+ik_yy+ik_zz-i\omega t+i\delta}) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}(E_{0x}e^{-||-}) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}(E_{0x}e^{-||-}), \dots, \dots\right)$$

$$= \left(-k_x^2E_{0x}e^{-||-} - k_y^2E_{0x}e^{-||-} - k_z^2E_{0x}e^{-||-}, \dots, \dots\right) = \left(-k^2(E_{0x}e^{-||-}), -k^2(E_{0y}e^{-||-}), -k^2(E_{0z})e^{-||-}\right)$$

$$= -k^2\cdot\vec{E}$$

$$\left.\begin{aligned}&= -k^2\vec{E}\\ \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} &= -\omega^2\vec{E}\end{aligned}\right\} \Rightarrow -k^2\vec{E} + \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0\omega^2\vec{E} = 0$$

$$k = \sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}\,\omega \Rightarrow v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c_0}{n} = c, \quad \boxed{n = \sqrt{\varepsilon\mu}} \text{ lomni količnik}$$

Za lomni količnik je pomemben odziv snovi na $\vec{E}$ in $\vec{B}$ polje pri frekvenci $\omega$! ($\sim 3\cdot10^{15}$ Hz)

## ② ORIENTACIJA VEKTORJEV $\vec{E}_0, \vec{B}_0$ in $\vec{k}$

$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\vec{k}\vec{r} - i\omega t + i\delta}$ veljati mora $\nabla\cdot\vec{D} = \nabla\cdot(\varepsilon\varepsilon_0\vec{E}) = \varepsilon\varepsilon_0(\nabla\cdot\vec{E}) = 0$ Gaussova zakona

$\vec{B} = \vec{B}_0 e^{i\vec{k}\vec{r} - i\omega t + i\delta}$ $\qquad \nabla\cdot\vec{B} = 0$

$$\nabla\cdot\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = E_{0x}\cdot\frac{\partial}{\partial x}\left(e^{i\vec{k}\vec{r}-i\omega t+i\delta}\right) + E_{0y}\frac{\partial}{\partial y}\left(e^{i\vec{k}\vec{r}-i\omega t+i\delta}\right) + E_{0z}\frac{\partial}{\partial z}\left(e^{i\vec{k}\vec{r}-i\omega t+i\delta}\right)$$

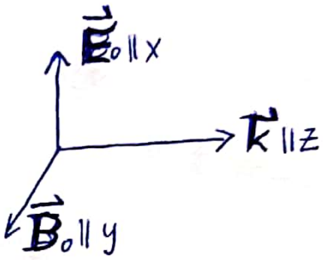
$$= E_{0x}(ik_x e^{-||-}) + E_{0y}(ik_y)e^{-||-} + E_{0z}(ik_z)e^{-||-}$$

$$= i(\vec{E}_0\vec{k})e^{-||-} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{E}_0\vec{k} = 0 \quad \Rightarrow \vec{E}_0 \perp \vec{k}$$

podobno dobimo iz $\nabla\cdot B = 0$ tudi $\vec{B}_0 \perp \vec{k}$

EMV je torej tranzverzalno (v homogeni in izotropni snovi!!)




Kakšna pa je medsebojna orientacija $\vec{E}_0$ in $\vec{B}_0$?

Faradayev zakon: $\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$

$$\nabla\times\vec{E} = \begin{pmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_{0x}e^{-||-} & E_{0y}e^{-||-} & E_{0z}e^{-||-} \end{pmatrix} = \left(E_{0z}\cdot\frac{\partial}{\partial y}(e^{-||-}) - E_{0y}\frac{\partial}{\partial z}(e^{-||-}), \frac{\partial}{\partial z}E_{0x}e^{-||-} + \frac{\partial}{\partial x}E_{0z}e^{-||-}, \frac{\partial}{\partial x}E_{0y}e^{-||-} - \frac{\partial}{\partial y}E_{0x}e^{-||-}\right)$$

$$= \left(E_{0z}(ik_y)e^{-||-} - E_{0y}(ik_z)e^{-||-}, E_{0x}(ik_z)e^{-||-} - E_{0z}e^{-||-}ik_x, E_{0y}ik_x e^{-||-} - E_{0x}ik_y e^{-||-}\right)$$

$$= i\left(k_yE_{0z} - k_zE_{0y}, E_{0x}k_z - k_xE_{0z}, k_xE_{0y} - k_yE_{0x}\right)e^{-||-}$$

$$= i(\vec{k}\times\vec{E}_0)e^{-||-} = i\vec{k}\times\vec{E}$$

$$\nabla\times\vec{E} = i(\vec{k}\times\vec{E}) = i\omega\vec{B} \quad \Rightarrow \vec{B}_0 \perp \vec{E}_0$$

Vsi trije vektorji so pravokotni drug na drugega, njihovo smer dobimo po pravilu $(\vec{k}\times\vec{E}_0) \propto \vec{B}_0$. Smer $\vec{B}_0$ torej dobimo po pravilu "desne roke", ko $\vec{k}$ zavrtimo proti $\vec{E}_0$. Tipično $\vec{E}_0 \parallel x$, $\vec{B}_0 \parallel y$, $\vec{k} \parallel z$.

## ③ RAZMERJE MED $E_0$ in $B_0$:

$\vec{k}\times\vec{E} = \omega\vec{B}$, ker pravilja $\vec{k}\perp\vec{E}$ $\Rightarrow \vec{k}\times\vec{E} = k\cdot E\vec{e}_B = \omega B\vec{e}_B \Rightarrow kE_0 = B_0\omega$

(časovno-krajevni del se pokrajša)

$$\boxed{E_0 = \frac{\omega}{k}B_0 = v_f\cdot B_0 = \frac{c_0}{n}\cdot B_0 = c\cdot B_0}$$

$E_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}\cdot B_0$ razmerje med amplitudama polj je točno določeno in je odvisno od lastnosti snovi.

Po navadi nas zanima razmerje med $E_0$ in $H_0$, ki mu rečemo impedanca medija

$$\frac{E_0}{H_0} = \frac{E_0\,\mu\mu_0}{B_0} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}\left(\sqrt{\mu\mu_0}\right)^2 = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} \quad \text{impedanca } (\Omega)$$

V vakuumu je $\mu = \varepsilon = 1 \Rightarrow Z_V = \frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 377\,\Omega$

## ④ ENERGIJSKI TOK EMV

V EM valovanju sta prisotni električna in magnetna energija. $w_E = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0\vec{E}^2$

$w_B = \frac{1}{2}\vec{B}^2/\mu\mu_0$

Pri obravnavi energije količine kvadriramo.. zato moramo biti previdni pri zapisu. Najbolj "varno" je, če uporabimo realni zapis polja.

$\vec E = \vec E_0 \cos(\vec k\vec r - \omega t + \delta)$

$\vec B = \vec B_0 \cos(\vec k\vec r - \omega t + \delta)$

$$w_{EMV} = \frac12 \varepsilon\varepsilon_0 \cdot E_0^2 \cdot \cos^2(-\|-) + \frac12 \frac{B_0^2 \cos^2(-\|-)}{\mu\mu_0} = w_E + w_B = \frac{W_{EMV}}{V}$$

$$= \frac12 \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(-\|-) + \frac12 \frac{E_0^2}{c^2}\cdot\frac{1}{\mu\mu_0}\cdot\cos^2(-\|-)$$

$$= \left(\frac12 \varepsilon\varepsilon_0 \cdot E_0^2 + \frac12 E_0^2 \cdot \frac{\cancel{\mu\mu_0}\varepsilon\varepsilon_0}{\cancel{\mu\mu_0}}\right)\cos^2(-\|-)$$

$$= \left(\frac12 \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 + \frac12 E_0^2 \varepsilon\varepsilon_0\right)\cos^2(-\|-)$$

$$= \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 \cdot \cos^2(\vec k\vec r - \omega t + \delta)$$

deleža električne in magnetne energije sta po velikosti enaka in se tudi z enako časovno-prostorsko odvisnostjo

ker je za vidno svetlobo $\omega$ zelo velik ($\sim 10^{15}$ Hz), praktično vedno zaznavamo povprečno energijo čez množico oscilacij

$$\langle w \rangle = \frac12 \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2$$

ustrezna gostota energijskega toka (jakost) je potem

$$\boxed{\langle j \rangle = \langle w \rangle \cdot c = \frac12 \varepsilon\varepsilon_0 \cdot E_0^2 \cdot c}$$

V snoveh, za katere velja $\mu = 1 \Rightarrow n = \sqrt{\varepsilon}$ ta izraz po navadi zapišemo na naslednji način:

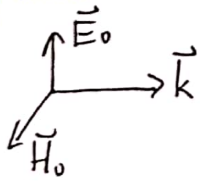
$$j = \frac12 \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 \cdot (c_0/\sqrt{\varepsilon}) = \frac12 \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon}} \varepsilon_0 \cdot E_0^2 \cdot c_0 = \frac12 \sqrt{\varepsilon}\varepsilon_0 \cdot E_0^2 \cdot c_0 = \frac12 \varepsilon_0 E_0^2 c_0 \cdot n$$

To bomo uporabili pri izpeljavi reflektivnosti/transmitivnosti na meji dveh snovi.

V izotropnih snoveh se energija širi v smeri žarka in bi lahko zapisali $\langle j \rangle \| \vec k$. V anizotropnih snoveh pa to ni več res in moramo uporabiti bolj splošni izraz

$$j = \boxed{\vec S = \vec E \times \vec H}$$ Poyntingov vektor (John Henry Poynting, GB fizik)

Preverimo, da dam to v izotropni snovi da zgornji izraz




smer $\vec s = \frac{\vec k}{k}$ predstavlja smer potovanja energije

$$\vec S = \vec E \times \vec H = (\vec E_0 \times \vec H_0)\cos^2(\vec k\vec r - \omega t + \delta)$$

$$= \underbrace{\left(\vec E_0 \times \left(\frac{E_0}{Z}\right)\vec e_H\right)}_{\|\vec s}\cos^2(\vec k\vec r - \omega t + \delta)$$

$Z$ = impedanca

$$= \frac{E_0^2}{Z}\cdot\vec s\cdot\cos^2(\vec k\vec r - \omega t + \delta)$$

$$= \frac{E_0^2}{\sqrt{\mu\mu_0}}\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\vec s\cdot\cos^2(\vec k\vec r - \omega t + \delta) \Big/ \frac{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}}$$

$$\langle \vec S \rangle = \left(\frac12 \varepsilon\varepsilon_0 \cdot E_0^2\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}\cdot\vec s = \frac12 \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 \left(\frac{c_0}{n}\right)\vec s = \frac12 \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 \cdot c \cdot \vec s$$

$$\boxed{\langle \vec S \rangle = \frac12 \frac{E_0^2}{Z}\cdot\vec s}$$ (analogni izraz v vezjih z izmeničnim tokom $P = \frac12 \frac{U_0^2}{R}$ !)

$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = 299\,792\,458$ m/s (v duhu približevanja π-dneva)

# JONESOVI VEKTORJI

Ker je EMV v homogeni izotropni snovi transverzalno, velja $\vec{E} \perp \vec{k}$ in vektor $\vec{E}$ pri izbranem $\vec{k}$ vsekakor leži v 2D ravnini. Podobno velja za $\vec{B}$. Vendar se pri opisu optičnih pojavov po navadi osredotočamo na opis $\vec{E}$. Če izberemo, da se valovanje širi v smeri osi $z$, potem vedno $\vec{E}$ leži v ravnini $xy$. V skladu s tem lahko zapišemo:

$$\vec{E} = E_{0x}\vec{e}_x\cos(kz-\omega t'+\delta_1) + E_{0y}\vec{e}_y\cos(kz-\omega t'+\delta_2) \qquad t' \to t,\ \omega t'+\delta_1=\omega t$$

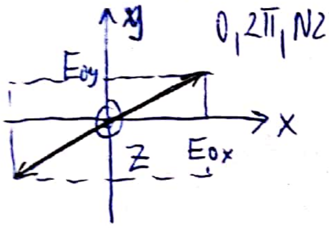
$$\Rightarrow \vec{E} = E_{0x}\vec{e}_x\cos(kz-\omega t) + E_{0y}\vec{e}_y\cos(kz-\omega t+\delta) \quad ; \quad \delta=\delta_2-\delta_1 \text{ fazni zamik}$$

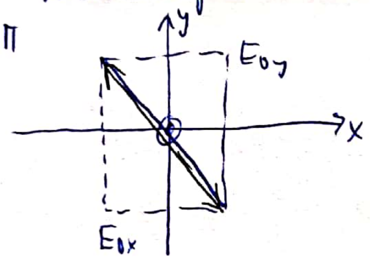
to ustreza opisu t.i. splošne polarizacije. Če je svetloba nepolarizirana, se $\delta(t)$ naključno spreminja s časom na intervalu od $0<\delta<2\pi$! Potem smer vektorja $\vec{E}$ v časovnem poteku (denimo pri $z=0$) naključno poskakuje v vseh smereh v ravnini $xy$.

Če pa je svetloba polarizirana, ima $\delta$ ves čas neko fiksno vrednost oz. vrednost, ki je neka poznana funkcija časa. Vendar nas tukaj zanima predvsem primer $\delta=\text{konst}$.

Z ozirom na vrednosti $E_{0x}$, $E_{0y}$ in $\delta$ ločimo 3 tipe polarizacije:

① $\delta = 0, \pi, 2\pi, 3\pi \dots N\pi$ Linearna polarizacija. To se reducira na dva različna primera




$$\vec{E}(z=0,t) = (E_{0x}\vec{e}_x \pm E_{0y}\vec{e}_y)\cos(kz-\omega t+\delta)$$

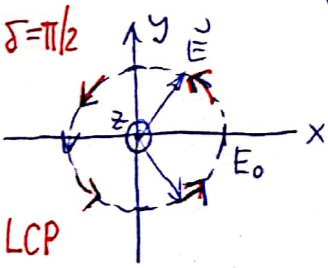
$$z=0 \Rightarrow \quad = (E_{0x}\vec{e}_x \pm E_{0y}\vec{e}_y)\cos(\omega t-\delta)$$

časovni potek pri $z=0$

② $E_{0x}=E_{0y}=E_0$, $\delta=(2N+1)\frac{\pi}{2}$, $N=1,2,3..$ Krožna (cirkularna) polarizacija

to se reducira na dva različna primera: $\delta=\pi/2$ in $\delta=-\pi/2$

$\delta=\pi/2$




LCP

spet gledamo ~~trenut~~ časovni potek $\vec{E}(t)$ pri $z=0$

$$\delta=\pi/2 \Rightarrow E_x = E_0\cos(-\omega t) = E_0\cos\omega t$$

$$E_y = E_0\cos(-\omega t+\pi/2) = E_0\sin\omega t$$

$$\cos(-\alpha+\beta) = \cos(\beta-\alpha) = \cos\beta\cos\alpha + \sin\beta\sin\alpha$$

pri definiciji cirkularnosti

bomo uporabili definicijo s stališča opazovalca.

Če opazovalec gleda v smeri proti izvoru (v našem primeru je to smer $-z$) in palec desne roke stegne v tej smeri, smer prstov desne roke kaže smer desne cirkularne polarizacije. V skladu s tem je zgornja polarizacija leva (oz. levo ~~sučna~~ ročna).

Za fazni zamik $\delta=-\pi/2$ pa dobimo desno cirkularno polarizacijo. (desno ročna)

Pri navedenem dogovoru so pomembne 3 stvari:

1) EMV zapišemo tako, da je krajevni del pred časovnim: $\vec{E}=E_0 e^{i\vec{k}\vec{r}-i\omega t+\delta}$ (Hect, Fowles...)*

2) Opazujemo časovni potek vektorja električnega polja na danem oz. izbranem mestu.
(in ne trenutne slike ob izbranem času!)

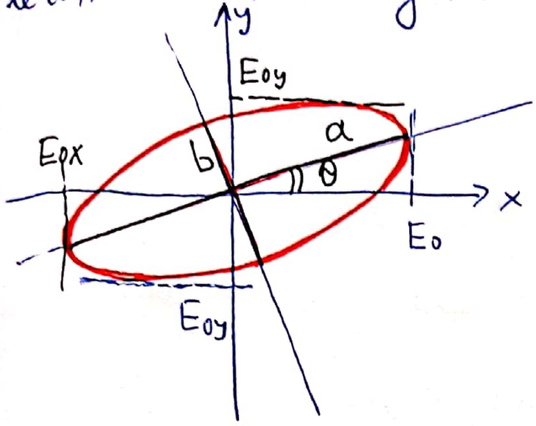
3) Cirkularnost definiramo s stališča opazovalca (in ne s stališča izvora = v smeri širjenja žarka) (ki je v nasprotni smeri $\vec{k}$)

* Pozitivna vrednost $\delta$ v tem primeru pomeni zaostajanje, negativna pa prehitevanje (isti predznak kot $\omega t$)

## Eliptična polarizacija

$$\vec{E} = E_{0x}\vec{e}_x\cos(kz-\omega t+\delta_1)+E_{0y}\vec{e}_y\cos(kz-\omega t+\delta_2)$$

Če ima δ p.v. vedno vrednost $\pm\pi/2$, amplitudi pa sta različni, potem vektor $\vec{E}$ v časovni sliki kroži po elipsi, katere dolga in kratka os sta vzporedni z osjo x in y. Vendar, eliptično polarizirano valovanje dobimo tudi za vse druge vrednosti δ, le da sta takrat smeri dolge in kratke osi elipse nagnjeni glede na os x pod θ.




$$\boxed{tg 2\theta = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\delta}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}}\ , \quad \delta=(\delta_2-\delta_1)$$

razmerje med kratko in dolgo osjo oz polosjo elipse pa je podano z izrazom:

$$tg\varphi = \frac{b}{a} = \frac{-E_{0x}\sin\delta_1\sin\theta + E_{0y}\sin\delta_2\cos\theta}{E_{0x}\cos\delta_1\cos\theta + E_{0y}\cos\delta_2\sin\theta}$$

to količino imenujemo eliptičnost polarizacije.

### ELIPTIČNOST

za cirkularno polarizacijo (na primer $\delta_1=0, \delta_2=\pi/2$) dobimo (ker $E_{0x}=E_{0y}$)

$$tg 2\theta = \frac{2\cdot E_0\cdot E_0\cos\pi/2}{0} = \infty \qquad \theta=\pi/4$$

$$\frac{b}{a} = \frac{-E_0\cdot 0\cdot\sin 45^\circ + E_0\cdot 1\cdot\cos 45}{E_0\cdot 1\cdot\cos 45^\circ + E_0\cdot 0\cdot\sin 45} = \frac{E_0\cos 45}{E_0\cos 45} = 1$$

za linearno polarizacijo (na primer $\delta_1=0$ in $\delta_2=\pi$) pa dobimo (spet primer $E_{0x}=E_{0y}=E_0$)

$$tg 2\theta = \frac{2\cdot E_0\cdot E_0\cos\pi}{0} = \infty\ , \quad \theta=\pi/4$$

$$\frac{b}{a} = \frac{-E_0\cdot 0\cdot\sin 45^\circ + E_0\cdot 0\cdot\cos 45^\circ}{E_0\cdot 1\cos 45^\circ + E_0\cdot(-1)\sin 45^\circ} = \frac{?}{\infty}$$

če $E_{0x}\neq E_{0y} \Rightarrow \frac{b}{a}=0$

### JONESOVI VEKTORJI

Robert ← R. Clark Jones (USA, 1941) v obdobju 1941-56 je uvedel zapis polarizacije z dvodimenzionalnimi vektorji. Pri tem uporabimo kompleksni zapis $\vec{E}$ polja.

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} E_{0x}e^{ikz-i\omega t+i\delta_1} \\ E_{0y}e^{ikz-i\omega t+i\delta_2}\end{bmatrix} = E_{0x}e^{ikz-i\omega t+i\delta_1}\begin{bmatrix}1 \\ \frac{E_{0y}}{E_{0x}}e^{i\delta}\end{bmatrix}\ , \quad \delta=\delta_2-\delta_1$$

Običajno potem vektor polja normiramo, saj nas pri polarizaciji amplitude ne zanimajo

$$\vec{E}_n = \frac{E_{0x}}{\sqrt{E_{0x}^2+E_{0y}^2}}e^{ikz-i\omega t+i\delta_1}\begin{bmatrix}1 \\ \left(\frac{E_{0x}}{E_{0y}}\right)e^{i\delta}\end{bmatrix}$$

Pri opisu polarizacije potem predfaktor / $e^{i\ldots}$ povsem izpustimo, in zapišemo le drugi del, ki vsebuje informacijo o razmerju amplitud in relativnem faznem zamiku. Običajno uporabimo normirano obliko.

$$J = \begin{bmatrix}1 \\ \left(\frac{E_{0y}}{E_{0x}}\right)e^{i\delta}\end{bmatrix}\frac{E_{0x}}{\sqrt{E_{0x}^2+E_{0y}^2}} = \frac{1}{\sqrt{E_{0x}^2+E_{0y}^2}}\begin{bmatrix}E_{0x} \\ E_{0y}e^{i\delta}\end{bmatrix}$$

Takšen opis je zelo priročen, ker lahko učinek različnih optičnih komponent, ki vplivajo oziroma spreminjajo polarizacijo svetlobe, opišemo z matrikami, ki delujejo na Jonesove vektorje. Te matrike se imenujejo Jonesove matrike. Če deluje več elementov, matrike množimo.

## Polarizacije:

| | |
|---|---|
| LP v smeri x | $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ |
| LP v smeri y | $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ |
| LP v smeri 45° | $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ |
| LP v smeri -45° | $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}$ |
| RCP | $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\-i\end{bmatrix}$ |
| LCP | $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\i\end{bmatrix}$ |

x ∥ H
y ∥ V

alternativne oznake H, V

$y(V)$, $x(H)$

od kod dobimo $i$ oz $-i$ pri RCP in LCP.

RCP: $E_{0x}=E_{0y}=E_0$, $\delta_1=0$, $\delta_2=\pi/2=-\pi/2$

$$J=\frac{E_{0x}}{\sqrt{E_{0x}^2+E_{0y}^2}}\begin{bmatrix}1\\e^{i\delta}\end{bmatrix}=\frac{E_0}{\sqrt{2}E_0}\cdot\begin{bmatrix}1\\e^{i(-\pi/2)}\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\e^{-i\pi/2}\end{bmatrix}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\\cos\pi/2-i\sin\pi/2\end{bmatrix}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\-i\end{bmatrix}$$

splošna eliptična: $\boxed{\frac{1}{\sqrt{A^2+B^2}}\begin{bmatrix}A\\Be^{i\delta}\end{bmatrix}}$

$$=\frac{1}{\sqrt{E_{0x}^2+E_{0y}^2}}\begin{bmatrix}E_{0x}\\E_{0y}e^{i\delta}\end{bmatrix}$$

## Optični elementi

Linearni polarizator s prepustno smerjo x $\begin{bmatrix}1&0\\0&0\end{bmatrix}$

Linearni polarizator s prepustno smerjo y $\begin{bmatrix}0&0\\0&1\end{bmatrix}$

Linearni polarizator v smeri ±45° glede na x $\begin{bmatrix}1&\pm1\\\pm1&1\end{bmatrix}\frac{1}{2}$

Pogosto se v literaturi smer x navaja tudi kot H in smer y kot smer V.

Cirkularni polarizator
- $\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1&i\\-i&1\end{bmatrix}$ D
- $\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1&-i\\i&1\end{bmatrix}$ L

To je element, ki izbrano cirkularno polarizacijo prepusti, drugo pa absorbira. Tipično izdelan iz materiala z močnim cirkularnim dikroizmom. Podobno kot so linearni polarizatorji iz materialov z močnim linearnim dikroizmom.

UČINEK
Linearni polarizatorji iz poljubne vpadne polarizacije naredijo linearno polarizacijo, cirkularni polarizatorji pa iz poljubne vpadne polarizacije naredijo cirkularno polarizacijo.

Retardacijske ploščice:

$\lambda/2$: $e^{i\frac{\pi}{2}}\begin{bmatrix}1&0\\0&-1\end{bmatrix}$, $e^{-i\frac{\pi}{2}}\begin{bmatrix}1&0\\0&-1\end{bmatrix}$

$\lambda/4$
- s hitro osjo v smeri y $e^{i\frac{\pi}{4}}\begin{bmatrix}1&0\\0&-i\end{bmatrix}$
- s hitro osjo v smeri x $e^{-i\frac{\pi}{4}}\begin{bmatrix}1&0\\0&i\end{bmatrix}$ (x prehiteva y)

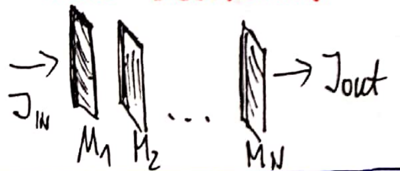
člen $e^{\pm}$ večinoma kar izpuščamo

Splošna retardacijska ploščica z lastnimi osmi v smeri xy $\begin{bmatrix}e^{i\phi_x}&0\\0&e^{i\phi_y}\end{bmatrix}$

ZASUKI
Če je neka polarizacija ali pa optični element zasukan glede na osi x in y, dobimo ustrezni Jonesov vektor oz. matriko z delovanjem ustrezne rotacijske matrike:

$$J'=R(\theta)J,\quad M'=R(-\theta)MR(\theta),\quad R(\theta)=\begin{bmatrix}\cos\theta,&\sin\theta\\-\sin\theta,&\cos\theta\end{bmatrix}$$ rotacijska matrika

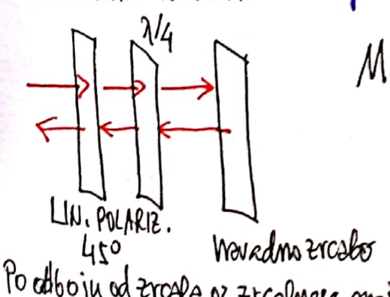
## KOMBINIRANJE ELEMENTOV




$$J_{out}=M_N\ldots M_2M_1J_{in}$$

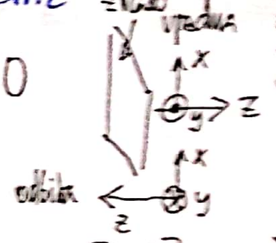
učinek kombinacije več elementov dobimo z množenjem ustreznih Jonesovih matrik

Primer: OPTIČNI "IZOLATOR" (transportna matrika)




$$M=\begin{bmatrix}1&-1\\-1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0\\0&i\end{bmatrix}\underbrace{\begin{bmatrix}1&0\\0&-1\end{bmatrix}}_{Z}\begin{bmatrix}1&0\\0&i\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1\\1&1\end{bmatrix}=0$$

Z = na zrcalu se smer y osi obrne, zato polarizator, ki že vpadno svetlobo pod kotom 45°, za odbito postane orientiran pod kotom -45°. ($M'=Z^{-1}MZ$)




$M_Z=\begin{bmatrix}1&0\\0&-1\end{bmatrix}$

gledamo se in ne vidimo!! (pred zrcalo damo circ. polarizator)

Po odboju od zrcala oz zrcalnega spoja ... se vsa svetloba absorbira. EKSPERIMENT – Cirkularni polarizator + navadno zrcalo