



Univerza v Ljubljani  
Fakulteta *za strojništvo*

# Izračun porazdelitve temperature - 2D MKR Projektna naloga

Avtor: Matic Trojanšek in Robert Šeliga

Fakulteta za strojništvo

December 29, 2023

# 1 Uvod

V tem projektu smo obravnavali časovno neodvisen primer prenosa toplote v 2D prerezu, kjer smo za dane robne pogoje izračunali porazdelitev temperatur. Pri tem smo predpostavili temperaturno neodvisno toplotno prevodnost in robne pogoje. Hkrati smo zanemarili notranjo generacijo toplote.

Enačba 1 predstavlja enačbo problema:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + q = 0 \quad (1)$$

Problem je vseboval 3 različne tipe robnih pogojev:

1. Temperatura  $T[^\circ\text{C}]$
2. Toplotni tok  $q[\text{W}/\text{m}^2]$
3. Prestop toplote s topl. prestopnostjo  $h[\text{W}/\text{m}^2\text{K}]$

Za reševanje smo uporabili metodo končnih razlik - MKR.

Problem, ki je v projektni nalogi obravnavan:

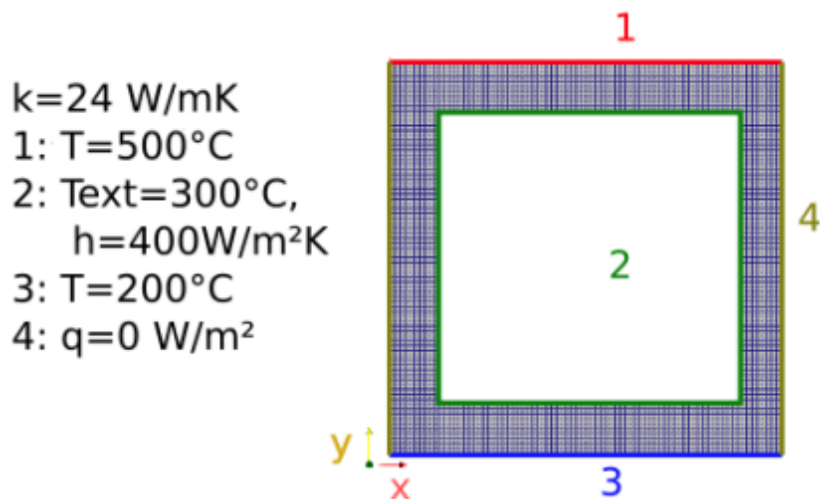


Figure 1: Problem projektne naloge

## 2 MKR

V inženirskih aplikacijah se pogosto zgodi, da imamo kompleksen prerez, kjer analitična rešitev diferencialne enačbe ni mogoča. Pri tej projektni nalogi bomo uporabili metodo končnih razlik.

Metoda končnih razlik MKR je numerična metoda, ki služi reševanju diferencialnih enačb. Diferencialno enačbo iskane funkcije v danem prostoru rešujemo numerično tako, da odvode funkcije aproksimiramo z diferenčno shemo. Pri izbrani mreži točk oziroma vozlišč v prostoru nas omenjen način privede do sistema linearnih (diferenčnih) enačb, ki ga rešimo z uporabo linearne algebre. Primer te je recimo Gauss-Seidelova metoda.

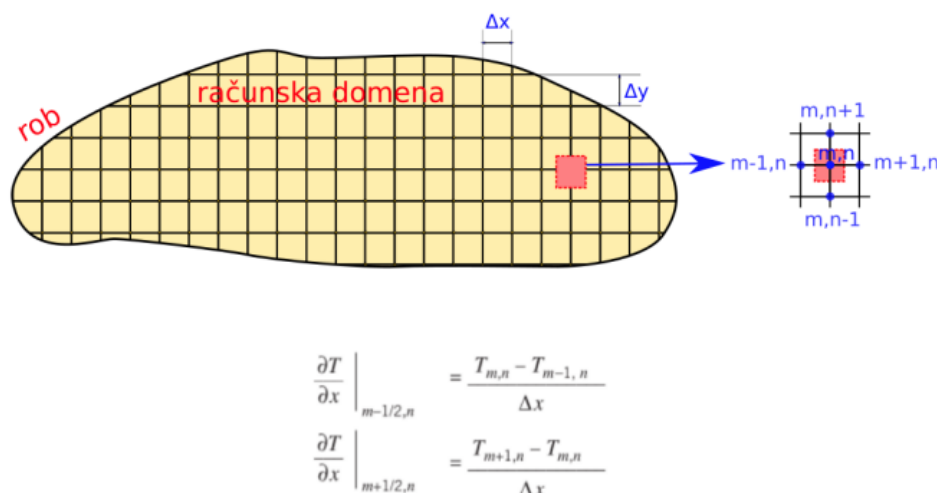


Figure 2: Prikaz metode končnih razlik

### 2.1 Postopek reševanja z MKR

Postopek reševanja:

- Diskretizacija modela - v našem primeru je to 2D mreža, kjer so neznanke temperature v vozliščih mreže
- Pretvorba diferencialnih operatorjev v diferenčne - uporabimo pri enačbi toplotnega toka ( $\partial T \rightarrow \Delta T$ )
- Implementacija robnih pogojev kot vir dodatnih enačb
- Reševanje sistema diferenčnih enačb

### 3 Reševanje linearnega sistema enačb

Pri linearnem sistemu enačb, enačbe običajno zapišemo v matriko koeficientov neznank  $[A]$  in vektor vrednosti  $(b)$ . Matrični zapis:  $[A][T] = (b)$

Za reševanje takih sistemov pozamo več metod:

- Gaussova eliminacija,
- Pivotiranje,
- LU dekompozica,
- Gauss-Seidelova metoda,
- Računanje inverza...

#### 3.1 Psevdokoda Gauss-Seidel metode v C++

V projektni nalogi je ena od uporabljenih metod Gauss-Seidel! Poleg tega je v psevdokodi uporabljena še paralelizacija, ki pohitri izračunavanje for zanke, saj se paralelno izvajata 2 procesa hkrati.

Listing 1: Psevdokoda Gauss-Seidel

```
#pragma omp parallel for
    for (int ii = 0; ii < st_it; ii++)
    {
#pragma omp critical
        for (int i = 0; i < n_nodes; i++)
        {
            double d = b[i];

            for (int j = 0; j < n_nodes; j++)
            {
                if (i != j)
                {
                    d = d - A[i][j]
                        * T_Gauss[j];
                }
            }
            T_Gauss[i] = d / A[i][i];
        }
    }
```

## 3.2 Rešitev linearnega sistema enačb

Rešitev sistema linearnih enačb je vektor! V našem primeru je to vektor temperatur ( $T$ ), ki nam opisuje temperaturo za vsako vozlišče v mreži.

Prvih nekaj temperatur projekta:

$T = [200, 500, 200, 500, 206.852, 213.693, 220.465, 227.121, 233.614, 239.895, 245.919, \dots]$

Opazimo lahko, da se očitno prve 4 temperature nanašajo na vozlišča na robovih, kjer je robni pogoji temperatura 500 oz. 200 °C.

## 4 Grafični prikaz v okolju ParaView

Da si rešitev lažje predstavljamo, je rešitev prikazana v okolju ParaView. ParaView je okolje, ki za prikaz potrebuje VTK datoteko. VTK datoteka mora vsebovati informacije o številu vozlišč in njihovih koordinatah, o vseh sosedih posameznih vozlišč, o tipu vozlišč ter o vrednosti posameznega vozlišča - v našem primeru je to temperatura  $T$ .

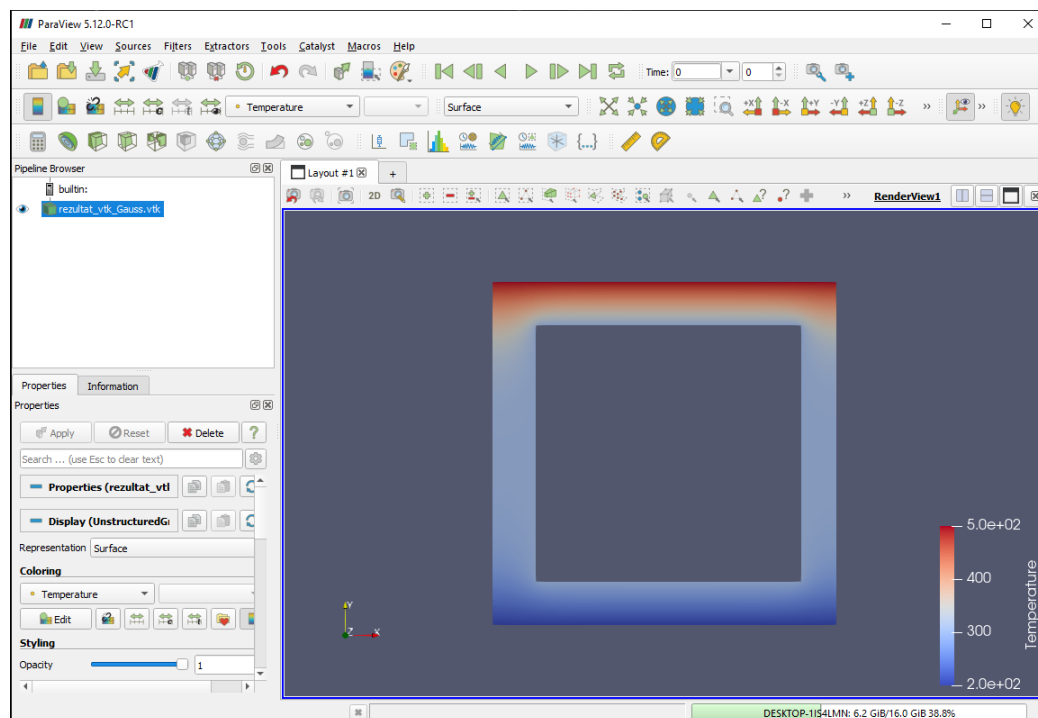


Figure 3: Okolje ParaView - rešitev(Temperaturna porazdelitev)

## 5 C++ vs. MATLAB



Figure 4: C++ LOGO



Figure 5: MATLAB LOGO

Če primerjamo med seboj čas reševanja problema s programskim jezikom MATLAB in čas reševanja z jezikom C++ opazimo, da je kljub identičnem principu reševanja, C++ tisti, ki problem reši hitreje. Razlog v tem bi pripisal dejstvu, da je C++ jezik pisan na kožo procesorjem, saj Windows pošilja ukaze procesorjem v C++ jeziku in jih z njim krmili. Medtem ko je MATLAB programski jezik, ki deluje preko programskega vmesnika. Torej potrebuje za izvedbo prevedbo jezika, kar seveda vzame nekoliko časa. MATLAB je jezik bolj primeren za dela z matrikami računanjem z njimi.

## 6 Zaključek

Ko med seboj združimo znanja programiranja, prenosa toplote, vizualizacije, matematike in logičnega razmišljanja, na koncu dobimo lahko res obsežen in zanimiv projekt. Zelo prav so nam prišli predmeti preteklih letnikov, ki smo jih imeli na faksu.

Skozi pisanje in reševanje problema tega projektno je mnogokrat prišlo do zastoja, kjer je bilo potrebno kodo večkrat ponovno prebrati in stestirati, da smo jo bolje razumeli. Toda z vztrajnostjo in trdim delom se le pride do končnega rezultata, ki pa ga je vedno pametno jemati nekoliko z rezervo, saj se tekom reševanja privzame kar nekaj predpostavk.

Ne glede na vse je bil projekt zanimiv in bi ga priporočal tistim, ki si res želijo programiranja in reševanja zahtevnejših izzivov. Ali pa tistim, ki iščejo temo projektne naloge v smeri programiranja in jim svetujem, da rešijo problem podoben tej projektni nalogi.