

# Optična rotacija raztopine saharoze

Matija Zanjekovič<sup>a</sup>, Mesarec Tilen<sup>a</sup> in Petauer Maja<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko

**Povzetek**—V tej nalogi smo merili optično rotacijo polarizirane svetlobe v raztopinah saharoze različnih koncentracij pri dveh valovnih dolžinah (rdeča in zelena). Iz podatkov smo izračunali specifično rotacijo, ocenili napake in analizirali odvisnost od valovne dolžine z Drudejevo enačbo.

**Ključne besede**—specifična rotacija, saharoza, Drudejeva enačba, med

## 1. Uvod

Optična rotacija je pojav, kjer kiralne molekule, kot je saharoza, zavrtijo ravnino polarizirane svetlobe. Ta pojav je odvisen od koncentracije snovi  $c$ , dolžine poti svetlobe  $l$  in valovne dolžine  $\lambda$ . Namen vaje je določiti specifično rotacijo pri različnih koncentracijah in valovnih dolžinah ter preveriti Drudejev model disperzije.

## 2. Teorija

Kot rotacije  $\alpha$  je povezan s specifično rotacijo  $[\alpha]_\lambda$  preko:

$$\alpha(\lambda) = [\alpha]_\lambda \cdot c \cdot l$$

Specifična rotacija je funkcija valovne dolžine in jo lahko približamo z Drudejevim modelom:

$$[\alpha](\lambda) = \frac{k\lambda^2}{\lambda^2 - A^2}$$

kjer sta  $k$  in  $A$  parametra, ki ju določimo iz eksperimentalnih podatkov.

## 3. Merjene količine

- **Koncentracija saharoze**  $c$  (g/mL)
- **Valovna dolžina**  $\lambda$  (nm),
- **Kot rotacije**  $\alpha$  (°),
- **Dolžina cevi**  $l$  (dm)

## 4. Meritve

Dolžina cevi:

$$L = (11.5 \pm 0.5) \text{ dm}$$
$$L = 11.5 (1 \pm 0.043) \text{ dm}$$

Volumen raztopine je bil:

$$V = (3000 \pm 60) \text{ mL}$$
$$V = 3000 (1 \pm 0.02) \text{ mL}$$

To smo počeli pri konstantni temperaturi  $T = 22 \pm 1^\circ\text{C}$ , saj na specifično rotacijo vpliva tudi temperatura.

Masa saharoze je bila izmerjena z napako 3 g. Relativna napaka koncentracije:

$c$ [g/mL]	$\sigma c$
0.000	–
0.030	0.033
0.050	0.020
0.070	0.014
0.090	0.011
0.100	0.010

**Tabela 1.** Relativna napaka koncentracije raztopine saharoze.

Pri meritvah smo opazili, da je pleksi steklo na obeh straneh cevi povzročilo dodatno rotacijo svetlobe. Ta učinek smo upoštevali pri izračunu kotov rotacije.

$c$ [g/mL]	$\alpha_r$ [°]	$\alpha_z$ [°]	$\Delta\alpha$ [°]
0.000	75	79	2
0.030	90	96	2
0.050	102	110	2
0.070	115	126	2
0.090	131	136	2
0.100	137	141	2

**Tabela 2.** Izmerjeni koti rotacije za rdečo ( $\alpha_r$ ) in zeleno ( $\alpha_z$ ) svetlobo.

Meritve z odšteto začetno vrednostjo:

$c$ [g/mL]	$\alpha_r$ [°]	$\alpha_z$ [°]	$\Delta\alpha$ [°]	$\sigma\alpha_r$	$\sigma\alpha_z$
0.000	0	0	4		
0.030	15	17	4	0,26	0,24
0.050	27	31	4	0,15	0,13
0.070	40	47	4	0,10	0,09
0.090	56	57	4	0,07	0,07
0.100	62	64	4	0,06	0,06

**Tabela 3.** Koti rotacije z odšteto začetno vrednostjo za rdečo ( $\alpha_r$ ) in zeleno ( $\alpha_z$ ) svetlobo.

## 5. Izračun specifične rotacije

Specifična rotacija  $[\alpha]$  za vsako meritev:

$$[\alpha] = \frac{\alpha}{c \cdot L}$$

kjer je  $L$  dolžina cevi (npr.  $L = 1 \text{ dm}$ ).

### 5.1. Rezultati za rdečo valovno dolžino

$$[\alpha]_{c=0.030} = 43 (1 \pm 0.36)$$
$$[\alpha]_{c=0.050} = 47 (1 \pm 0.23)$$
$$[\alpha]_{c=0.070} = 50 (1 \pm 0.17)$$
$$[\alpha]_{c=0.090} = 54 (1 \pm 0.15)$$
$$[\alpha]_{c=0.100} = 54 (1 \pm 0.14)$$

### 5.2. Rezultati za zeleno valovno dolžino

$$[\alpha]_{c=0.030} = 49 (1 \pm 0.33)$$
$$[\alpha]_{c=0.050} = 54 (1 \pm 0.21)$$
$$[\alpha]_{c=0.070} = 58 (1 \pm 0.16)$$
$$[\alpha]_{c=0.090} = 55 (1 \pm 0.14)$$
$$[\alpha]_{c=0.100} = 56 (1 \pm 0.14)$$

## 6. Analiza: Drudejev model

Ker smo specifično rotacijo  $[\alpha](\lambda)$  merili pri dveh različnih valovnih dolžinah, smo podatkom prilegli Drudejevo enačbo, ki opisuje odvisnost specifične rotacije od valovne dolžine  $\lambda$ :

$$[\alpha](\lambda) = \frac{k\lambda^2}{\lambda^2 - A^2}$$

Parametra  $k$  in  $A$  smo določili numerično.

```
1 spec_rot_r = [43, 47, 50, 54, 54] # specifična rotacija
   ↪ za rdečo (primer)
2 spec_rot_z = [49, 54, 58, 55, 56] # specifična rotacija
   ↪ za zeleno (primer)
3 rel_errors_r = [0.36, 0.23, 0.17, 0.15, 0.14]
4 rel_errors_z = [0.33, 0.21, 0.16, 0.14, 0.14]
5 lambda_vals = [635]*5 + [532]*5 # valovne dolžine v nm
6 lambda_errs = [1] * len(lambda_vals) # napaka +-1 nm
7
8 import numpy as np
9 import matplotlib.pyplot as plt
10 from scipy.optimize import curve_fit
11
12 alpha_vals = np.concatenate((spec_rot_r, spec_rot_z))
13 alpha_errs_r = [val * rel for val, rel in zip(spec_rot_r,
   ↪ rel_errors_r)]
14 alpha_errs_z = [val * rel for val, rel in zip(spec_rot_z,
   ↪ rel_errors_z)]
15 alpha_errs = np.concatenate((alpha_errs_r, alpha_errs_z)
   ↪ )
16
17 def drude(lambda_nm, k, A):
18     return (k * lambda_nm**2) / (lambda_nm**2 - A**2)
19
20 params, cov = curve_fit(
21     drude,
22     lambda_vals,
23     alpha_vals,
24     sigma=alpha_errs,
25     absolute_sigma=True,
26     p0=(1e4, 200)
27 )
28 k_fit, A_fit = params
29 k_err, A_err = np.sqrt(np.diag(cov))
30
31 print("Ujemajoči parametri:")
32 print(f" k = {k_fit:.2f} +- {k_err:.2f}")
33 print(f" A = {A_fit:.2f} +- {A_err:.2f} nm")
34
35 lambda_fit = np.linspace(450, 700, 300)
36 alpha_fit = drude(lambda_fit, k_fit, A_fit)
37
38 plt.figure(figsize=(8, 5))
39 plt.errorbar(
40     lambda_vals,
41     alpha_vals,
42     xerr=lambda_errs,
43     yerr=alpha_errs,
44     fmt='o',
45     markersize=6,
46     markerfacecolor='steelblue',
47     markeredgecolor='black',
48     ecolor='gray',
49     elinewidth=1,
50     capsize=4,
51     label='Izmerjeni podatki z napako'
52 )
53 plt.plot(lambda_fit, alpha_fit, color='cornflowerblue',
   ↪ linewidth=2.2, label='Drudejevo prileganje')
54 plt.xlabel('Valovna dolžina lambda (nm)')
55 plt.ylabel('Specifična rotacija [alpha](lambda)')
56 plt.title('Prileganje podatkov Drudejevi enačbi')
57 plt.grid(True, linestyle='--', alpha=0.6)
58 plt.legend()
59 plt.tight_layout()
60 plt.show()
```

Koda 1. Numerično prileganje Drudejeve enačbe

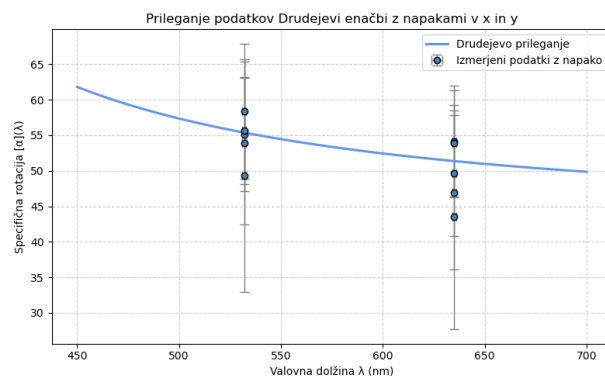
Rezultati prileganja:

$$k = (43.88 \pm 11.85)$$

$$k = 43.88 (1 \pm 0.27)$$

$$A = (242.28 \pm 146.87)$$

$$A = 242.28 (1 \pm 0.61)$$



Slika 1. Prileganje Drudejeve enačbe eksperimentalnim podatkom specifične rotacije.

### 6.1. Napake in rezultati

**Rdeči laser (635 nm):**

$$[\alpha]_{635 \text{ nm}} = (51 \pm 47)$$

$$[\alpha]_{635 \text{ nm}} = 51 (1 \pm 0,92)$$

**Zeleni laser (532 nm):**

$$[\alpha]_{532 \text{ nm}} = (55 \pm 47)$$

$$[\alpha]_{532 \text{ nm}} = 55 (1 \pm 0,85)$$

**Modri laser (450 nm):**

$$[\alpha]_{450 \text{ nm}} = (62 \pm 47)$$

$$[\alpha]_{450 \text{ nm}} = 62 (1 \pm 0,77)$$

## 7. Zaključek

Eksperiment je pokazal, da se optična rotacija saharoze v vodi spremeni z različnimi koncentracijami in valovnimi dolžinami. Izračunana specifična rotacija potrjuje teorijo o optični aktivnosti in Drudejev model dobro opiše odvisnost od valovne dolžine.