Modelos de Equilibrio General Dinámicos y Estocásticos
Parte 1

Alejandro Vicondoa

Pontificia Universidad Católica de Chile

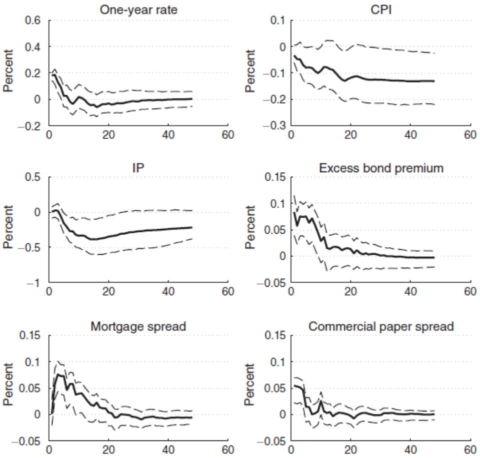
2023

Introducción

- La economía monetaria ha sido una de las áreas más activas en macroeconomía
- Cambios en la **tasa de interés** influye sobre los precios de los activos financieros y en decisiones de **consumo e inversión**
- La política monetaria impacta **la inflación, el empleo, y otros agregados económicos** que afectan el bienestar
- Los bancos centrales modifican la tasa de interés para alcanzar ciertos objetivos
- Los esfuerzos para comprender la relación entre política monetaria, inflación y ciclo económico han originado el desarrollo del modelo New-Keynesian

Evicencia Empírica - Corto Plazo

Evidencia empírica de los efectos de la política monetaria en Estados Unidos:



Fuente: Gertler and Karadi (2015). Identificación del shock monetario como cambios en Fed Futures en una ventana de 30 minutos alrededor de la reunión de la FOMC como proxy del shock monetario.

Evidencia Empírica - Corto Plazo

Un shock contractivo de política monetaria induce:

- Una caida en la actividad económica alrededor de 1 año después
- Un caída rezagada en el nivel de precios
- Un incremento en los spreads financieros (canal financiero)

La política monetaria no es neutral en el corto plazo

Evidencia Empírica - Largo Plazo

- Relación perfecta entre inflación y tasa de crecimiento de la base monetaria

Table 1
Correlation Coefficients for Money Growth and Inflation*
Based on Data From 1960 to 1990

Sample	Coefficient for Each Definition of Money		
	M0	M1	M2
All 110 Countries	.925	.958	.950
Subsamples			
21 OECD Countries	.894	.940	.958
14 Latin American Countries	.973	.992	.993

*Inflation is defined as changes in a measure of consumer prices.
Source of basic data: International Monetary Fund

Fuente: McCandless and Weber (1993). Datos para 110 países

- No existe una relación significativa entre dinero y crecimiento del producto

Table 3
Correlation Coefficients for Money Growth and Real Output Growth*
Based on Data From 1960 to 1990

Sample	Coefficient for Each Definition of Money		
	M0	M1	M2
All 110 Countries	−.027	−.050	−.014
Subsamples			
21 OECD Countries	.707	.511	.518
14 Latin American Countries	−.171	−.239	−.243

*Real output growth is calculated by subtracting changes in a measure of consumer prices from changes in nominal gross domestic product.
Source of basic data: International Monetary Fund

Fuente: McCandless and Weber (1993). Datos para 110 países

Modelo New-Keynesian

El modelo New-Keynesian combina la estructura DSGE de los modelos RBC con supuestos que difieren de los modelos monetarios clásicos

- **Competencia monopolística**: cada firma produce un bien específico y puede determinar el precio de ese bien. Sin embargo, los consumidores pueden sustituir un bien por otro bien si el precio relativo es alto

- **Rigideces nominales**: las firmas no pueden reajustar sus precios todos los períodos

- **No-neutralidad** de la política monetaria en el **corto plazo**: por la presencia de rigideces nominales

Modelo New-Keynesian

Por lo tanto, surgen importantes diferencias relativas a los modelos RBC:

- La **respuesta de la economía ante shocks es ineficiente** en general
- La no-neutralidad que resulta de la existencia de rigideces nominales da lugar para intervención monetaria para mejorar bienestar
- Estos modelos son útiles para **el análisis de régimenes monetarios** ya que no están sujetos a la Critica de Lucas

Estructura

1. **Demanda Agregada: interacción entre curva IS Dinámica y Política Monetaria**
2. Oferta Agregada: New-Keynesian Phillips Curve establece relación entre actividad e inflación
3. Equilibrio
4. Brecha de Producto y Tasa de Interés Natural
5. Respuesta de la economía ante distintos shocks

La Curva IS - Consumo

- Consideremos que la utilidad del hogar representativo es:

$$\mathcal{U}_t = \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{1}{1+\rho} \right)^k \left(\frac{C_{t+k}^{1-\frac{1}{\sigma}}}{1-\frac{1}{\sigma}} - \xi \left(L_{t+k} \right)^{\frac{1}{\xi}} \right)$$

  Donde

  - $\rho > 0$ es la tasa de impaciencia
  - σ es la elasticidad de sustitución intertemporal
  - $0 < \xi \leq 1$ es la elasticidad de la oferta de trabajo
  - $n \geq 0$ es el horizonte temporal

- Hogar representativo maximiza $\mathcal{U}_t^j$ sujeto a la restricción presupuestaria intertemporal

La Curva IS - Consumo

- **La restricción presupuestaria** (en términos reales):

$$C_t + \underbrace{A_t - A_{t-1}}_{\text{activos financieros netos}} = \underbrace{\underbrace{r_{t-1}A_{t-1}}_{\text{ingreso por activos}} + \underbrace{\frac{W_t}{P_t}L_t}_{\text{ingreso laboral}} - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{impuestos netos}}}{T_t} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{dividendos}}}{D_t}}_{\text{ingreso disponible}}$$

Donde

- A_{t-1} y A_t = riqueza de activos al inicio y final de t
- W_t/P_t salario real (W_t = salario nominal, P_t = nivel de precios)

- La **restricción presupuestaria intertemporal**:

$$\underbrace{\sum_{k=0}^{n} \frac{C_{t+k}}{\prod_{m=0}^{k-1}(1+r_{t+m})}}_{\text{valor presente del consumo}} = \underbrace{\underbrace{A_{t-1}(1+r_{t-1})}_{\text{activos e intereses}} + \underbrace{\sum_{k=0}^{n} \frac{\frac{W_{t+k}}{P_{t+k}}L_{t+k} - T_{t+k} + D_{t+k}}{\prod_{m=0}^{k-1}(1+r_{t+m})}}_{\text{valor presente del ingreso laboral}}}_{\text{riqueza total}}$$

Oferta de Trabajo

- La condición de primer orden con respecto L_t es:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial L_t} = -(L_t)^{\frac{1}{\xi}-1} + \Lambda_t \frac{W_t}{P_t} = 0$$

  Donde Λ_t es el multiplicador asociado a la restricción presupuestaria intertemporal

- La condición de primer orden con respecto a C_t es:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial C_t} = \frac{1}{C_t^{\frac{1}{\sigma}}} - \Lambda_t = 0$$

- Combinando las 2 ecuaciones de obtiene:

$$(L_t)^{\frac{1}{\xi}-1} = \frac{W_t}{P_t} \frac{1}{C_t^{\frac{1}{\sigma}}}$$

  que determina la **oferta de trabajo** de los hogares, la cual depende del salario real, el nivel de consumo y de la elasticidad de la oferta de trabajo.

La Curva IS

- La condición de primer orden con respecto a A_t es:

$$\Lambda_t = \left(\frac{1}{1+\rho}\right)(1+r_t)\Lambda_{t+1}$$

- Combinando esta expresión con la FOC de C_t se obtiene:

$$\textbf{Ecuación de Euler}: \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{\frac{1}{\sigma}} = \frac{1+r_t}{1+\rho}$$

- La ecuación de Euler nos da el **perfil óptimo de consumo entre t y $t+1$**
- Al combinar la ecuación de Euler con la restricción presupuestaria intertemporal se obtiene el consumo óptimo:

$$C_t = C(\underset{-}{r_t}, \underset{+}{\rho}, \underset{+}{Y_t}, \underset{-}{T_t})$$

La Curva IS - Derivación

- La condición de vaciado de mercado de bienes está dada por:

$$Y_t = \underbrace{C(\underset{-}{r_t}, \underset{+}{\rho}, \underset{+}{Y_t}, \underset{-}{T_t})}_{\text{Consumo}} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Gasto de gobierno}}}{G_t}$$

- Diferenciando totalmente (1):

$$\underbrace{\left(1 - \underbrace{\frac{\partial C_t}{\partial Y_t}}_{<1}\right)}_{>0} \mathrm{d}Y_t = \underbrace{\frac{\partial C_t}{\partial r_t}}_{<0} \mathrm{d}r_t + \text{otros términos}$$

La Curva IS - Derivación

- Y_t se puede expresar como una función implícita:

$$Y_t = Y(\underset{-}{r_t}, \underset{+}{\Theta_t}),$$

  donde

$$\Theta_t = \Theta(\underset{+}{\rho}, \underset{-}{T_t})$$

- Donde Θ_t resume el efecto de todos los shocks de demanda agregada

La Curva IS Log-linealizada

- Se puede log-linearizar la función $Y_t = Y(r_t, \Theta_t)$ alrededor del punto medio $\bar{Y} = Y(\bar{r}, \bar{\Theta})$ y combinada con la ecuación de Euler se obtiene:

$$\textbf{IS}: y_t = \theta_t - \sigma\left(r_t - \bar{r}\right)$$

Donde

$$y_t = \ln Y_t, \quad \sigma > 0$$

$$\theta_t = a + b\Theta_t, \quad b > 0$$

$$r_t = i_t - \pi_{t+1}^e$$

- **IS Curve** = relación decreciente entre y_t y r_t, desplazandose por θ_t
- θ_t = Parámetros de demanda agregada (i.e “shocks de demanda”)

La Curva IS Log-linealizada

- **Sin sector público**, se cumple que:

$$Y_t = C_t$$

Combinando con la Ecuación de Euler se obtiene:

$$\left(\frac{Y_{t+1}}{Y_t}\right)^{\frac{1}{\sigma}} = \frac{1+r_t}{1+\rho}$$

- En este caso, la IS log-linealizada es:

$$y_t = y_{t+1} - \sigma\left(r_t - \rho\right)$$

donde $\bar{r} = \rho$

La Política Monetaria

- El Banco Central controla la tasa de interés nominal i_t de corto plazo
- La mayoría de los Bancos Centrales de los países desarrollados han adoptado un régimen de política llamado **Inflation Target**
- Se apoyan en desviaciones de la inflación respecto de un objetivo preanunciado, que se describe por la **regla de PM**:

$$\textbf{PM}: i_t = \bar{r} + \pi^e_{t+1} + \gamma(\pi_t - \bar{\pi})$$

  donde

  - π_t es la tasa de inflación ($\bar{\pi}$ es el target)
  - $\bar{r}$ es la media de r_t, la cual se determina por factores reales
  - $\gamma \geq 0$, pero $< \infty$ (entonces “flexible”,no estricto, metas de inflación)

- Como los precios son pegajosos, **la tasa de interés nominal se determina en el mercado monetario:** $M^s = PL(i, Y)$. El Banco Central ajusta M para alcanzar la tasa de interés nominal objetivo

Demanda Agregada

- Las curvas IS y PM son:

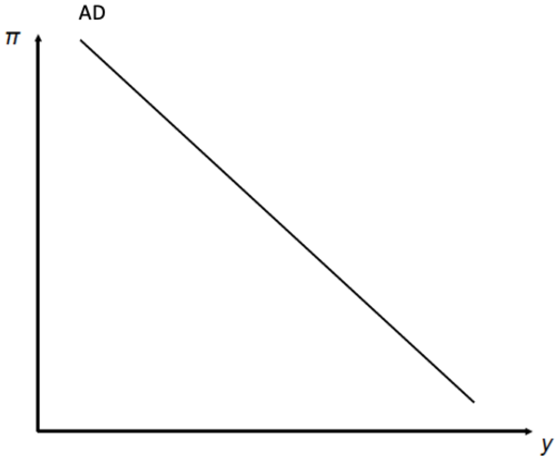
$$\begin{aligned} \textbf{IS} &: \quad y_t = \theta_t - \sigma\left(i_t - \pi^e_{t+1} - \bar{r}\right) \\ \textbf{MP} &: \quad i_t = \bar{r} + \pi^e_{t+1} + \gamma(\pi_t - \bar{\pi}) \end{aligned}$$

- Sustituyendo la PM en la IS, obtenemos la DA:

$$\textbf{DA} : y_t = \theta_t - \gamma\sigma\left(\pi_t - \bar{\pi}\right)$$

- Cuando la inflación excede el valor target ($\pi_t > \bar{\pi}$), el BC adopta una política monetaria contractiva ($i_t \uparrow$), y esto hace caer la demanda agregada y la producción ($y_t \downarrow$)
- y_t responde más a π_t cuando el BC responde más a $\pi_t - \bar{\pi}$ y cuando el sector privado es más sensible a cambios en r_t
- En el plano (y, π) la DA tiene pendiente $-\frac{1}{\gamma\sigma}$ desplazandose con shocks en θ_t

Demanda Agregada



Estructura

1. Demanda Agregada: interacción entre curva IS Dinámica y Política Monetaria
2. **Oferta Agregada: New-Keynesian Phillips Curve establece relación entre actividad e inflación**
3. Equilibrio
4. Brecha de Producto y Tasa de Interés Natural
5. Respuesta de la economía ante distintos shocks

Introduction

- Consideremos dos extremos: (Old) Keynesian vs. (New) Classical

- En la primera (e.g., Keynesian Cross model, IS-LM model), los precios nominales son constantes y "**el producto está determinada por la demanda**"

- En la segunda, los precios nominales son flexibles (inclusive en el corto plazo) y **"la demanda está determinada por la oferta"**

- El modelo **New Keynesian** de la oferta agregada combina los 2 casos extremos como casos particulares

- La oferta agregada responde a cambios en la demanda agregada pero el efecto es moderado por el ajuste de los precios nominales pegajosos

Estructura Derivación Oferta Agregada

- Problema de la Firma
- Equilibrio en el mercado laboral
- Equilibrio natural (con precios flexibles)
- Equilibrio con rigideces nominales
- Evaluación empírica de la Oferta Agregada
- Formulaciones alternativas de la Oferta Agregada

Problema de la Firma - Competencia Monopolística

- Para que las firmas decidean precio debe existir competencia imperfecta (sino las firmas serían tomadoras de precios).

- Los precios exceden los costos marginales de las firmas:

Table 3.1
Average markup rates, 1981–2004.

	Manufacturing	Services
United States	28%	36%
Euro area	18%	56%
France	15%	26%
Germany	16%	54%
Italy	23%	87%

Source: Christopoulou and Vermeulen (2010).

- Asumiremos **Competencia Monopolística:** muchas firmas compiten mientras tienen ciertos poder de mercado. Por lo tanto, fijan su precio y cobran un markup por sobre su costo marginal.

Problema de la Firma - Competencia Monopolística

- Asuma que hay N bienes diferentes en la economía; donde N es grande y los bienes se indexan como $i \in \{1, ..., N\}$
- Cada bien es producido por una **sola firma** (monopolio)
- El poder de mercado de cada firma está limitado por **la sustitutabilidad** entre los distintos bienes para los consumidores
- Formalmente, la función de demanda por el bien i es:

$$Y_{i,t} = Y_t \left(\frac{P_{i,t}}{P_t} \right)^{-\eta}$$

donde:

- Y_t es la demanda agregada
- $P_{i,t}$ es el precio nominal del bien i
- P_t es el nivel de precio (promedio de los $P_{i,t}$s, el que las firmas toman como dado)
- $-\eta$ (< -1) es la elasticidad de la demanda por el bien i con respecto a su precio **real** (i.e., relativo con respecto al nivel de precios)

Problema de la Firma - Competencia Monopolística

- η depende del grado de sustitutabilidad de los diferentes bienes, lo que determina la intensidad de competencia entre las firmas
($\eta \to \infty \Rightarrow$ sustitutabilidad perfecta $\Leftrightarrow$ competencia perfecta)

- Asumamos que el número de bienes/firmas N es grande pero finito

- Sin embargo, es conveniente analíticamente trabajar con una aproximación continua del rango de bienes disponibles

- Formalmente, asumamos que $i \in [0, 1]$ (un intervalo continuo de extensión 1)

- Considerando la extensión del intervalo, la demanda agregada y promedio por bienes son lo mismo:

$$Y_t = \int_0^1 Y_{i,t} di$$

Problema de la Firma - Precio Optimo

- La función de producción de cualquier firma i es:

$$Q_{i,t} = Z_t L_{i,t}$$

donde $Q_{i,t}$ es el producto, $L_{i,t}$ es la demanda de trabajo y Z_t es la productividad laboral

- La función objetivo de la firma i' es:

$$\max_{P_{i,t}} \{Q_{i,t} P_{i,t} - W_t L_{i,t}\}$$

sujeto a:

$$Y_{i,t} = Y_t \left(\frac{P_{i,t}}{P_t}\right)^{-\eta}$$
$$Y_{i,t} = Q_{i,t}$$
$$Q_{i,t} = Z_t L_{i,t}$$

donde W_t es el salario nominal, el que las firmas toman como dado

Problema de la Firma - Precio Optimo

- Reemplazando las restricciones en la función objetivo, podemos escribir el problema como:

$$\max_{P_{i,t}} Y_t \underbrace{\left(\frac{P_{i,t}}{P_t}\right)^{-\eta}}_{\text{ventas}} \underbrace{\left(P_{i,t} - \frac{W_t}{Z_t}\right)}_{\text{markup (nominal)}}$$

- W_t/Z_t es el **costo marginal nominal**, i.e., el número de unidades monetarias que la firma i debe pagar a los trabajadores para producir una unidad adicional del bien

- Cuando elige su precio de venta $P_{i,t}$, la firma debe balancear:
  - el impacto (positivo) de $P_{i,t}$ en el markup
  - el impacto (negative) de $P_{i,t}$ en las ventas

Problema de la Firma - Precio Optimo

- La condición de primer orden con respecto a $P_{i,t}$ determina el precio óptimo $P^*_{i,t}$:

$$-\eta \frac{Y_t}{P^*_{i,t}} \left(\frac{P^*_{i,t}}{P_t}\right)^{-\eta} \left(P^*_{i,t} - \frac{W_t}{Z_t}\right) + Y_t \left(\frac{P^*_{i,t}}{P_t}\right)^{-\eta} = 0$$

- Como todas las firmas enfrentan el mismo costo marginal, $P^*_{i,t}$ es el mismo para todas las firmas. Resolviendo la condición de primer orden para este precio se obtiene:

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{optimal nominal price}}}{P^*_t} \quad = \quad \underbrace{(1+\mu)}_{\text{markup factor}} \quad \times \quad \underset{\substack{\uparrow \\ \text{nominal marginal cost}}}{\frac{W_t}{Z_t}},$$

- La **tasa de markup óptimo** $\mu = 1/(\eta - 1)$ depende del grado de competencia/sustitutabilidad, determinado por η

Problema de la Firma - Precio Optimo

- El modelo está formulado y resuelto en logs (como con la curva de DA)
- El precio log-nominal óptimo es:

  $$p_t^* = \mu^* + w_t - z_t$$

  donde

  $$p_t^* = \ln P_t^*, \quad w_t = \ln W_t, \quad z_t = \ln Z_t$$

  y

  $$\mu^* = \ln(1+\mu)$$

- Cuando μ es chico tenemos $\mu^* \simeq \mu$ (por la aproximación usual)
- Consideremos a μ^* como “la tasa óptima de markup” (aun cuando μ no es chico)
- En la expresión para p_t^*, μ^* y z_t son exógenos...pero w_t es una variable endógena que resulta del equilibrio en el **mercado laboral**

Equilibrio en el Mercado Laboral - Demanda de Trabajo Agregada

- La demanda de trabajo de la firma i es:

$$L_{i,t} = \frac{Y_{i,t}}{Z_t} = Y_t \left(\frac{P_{i,t}}{P_t}\right)^{-\eta} Z_t^{-1}$$

o, expresada en logs:

$$l_{i,t} = y_t - \eta \left(p_{i,t} - p_t\right) - z_t$$

donde p_t es el precio nominal promedio (en logs): $p_t = \int_0^1 p_{i,t} di$

- La demanda **agregada** de trabajo es:

$$\begin{aligned} l_t^d &= \int_0^1 l_{i,t} di = y_t - \eta \underbrace{\left(\int_0^1 p_{i,t} di - p_t\right)}_{=0} - z_t \\ &= y_t - z_t \end{aligned}$$

- **Nota**: l_t^d es independiente de la distribución de los precios nominales

Equilibrio en el Mercado Laboral - Oferta de Trabajo Agregada

- Del problema de los hogares, la oferta del trabajo es:

$$(L_t)^{\frac{1}{\xi}-1} = \frac{W_t}{P_t}\frac{1}{C_t^{\frac{1}{\sigma}}}$$

expresada log-linealizada:

$$l_t^s = \frac{\xi}{1-\xi}\left(w_t - p_t - \frac{1}{\sigma}c_t\right)$$

reemplazando $y_t = c_t$ (sin sector público) y considerando que $y_t = z_t + l_t$ y $l_t = l_t^s$:

$$l_t^s = \frac{\xi}{1-\xi}\left(w_t - p_t - \frac{1}{\sigma}(z_t + l_t^s)\right)$$

- Si $\sigma = 1$, la oferta de trabajo es:

$$l_t^s = \xi(w_t - p_t - z_t)$$

Equilibrio en el Mercado Laboral - Oferta de Trabajo Agregada

- La oferta de trabajo de los hogares es:

$$l_t^s = \xi(w_t - p_t - z_t), \quad \xi > 0$$

- l_t^s responde al efecto **substitución** y al efecto **ingreso**
    - El efecto sustitución explica porque l_t^s se incrementa con $w_t - p_t$
    - El efecto ingreso explica porque l_t^s cae con z_t

- Empiricamente, en el largo plazo
    - El salario real ($w_t - p_t$) crece como la productividad (z_t)
    - Horas trabajadas (l_t^s) son bastante estables

- La ecuación de oferta de trabajo es consistente con estos hechos de largo plazo, permitiendo a l_t^s responder ante variaciones de corto plazo en $w_t - p_t$ y z_t

Equilibrio en el Mercado Laboral - Oferta de Trabajo Agregada

Equilibrio en el Mercado Laboral

- $w_t - p_t$ ajusta hasta que

$$\underbrace{\xi(w_t - p_t - z_t)}_{l_t^s} = \underbrace{y_t - z_t}_{l_t^d}$$

  de lo que se obtiene:

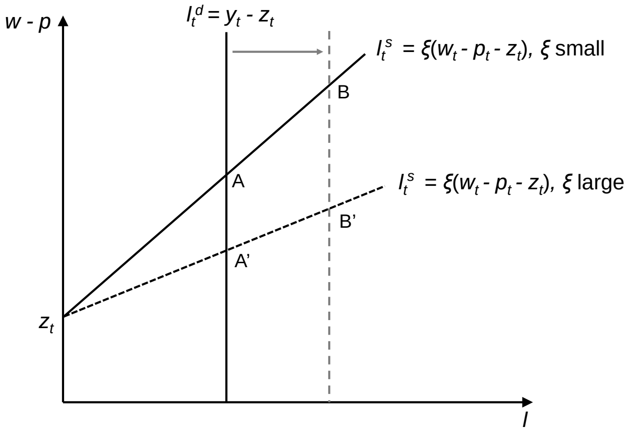
$$w_t - p_t = \frac{y_t - (1-\xi)z_t}{\xi}$$

- Para cualquier valor de z_t, un incremento en y_t incrementa $w_t - p_t$ (porque incrementa l_t^d), y más aun si ξ is chico

- El (log) **costo marginal real** de la firma es:

$$w_t - p_t - z_t = \frac{1}{\xi}(y_t - z_t)$$

Equilibrio en el Mercado Laboral



Oferta Agregada (con Precios Flexibles)

- Todas las firmas eligen $p_{i,t} = p_t^*$ en todos los períodos para que se cumpla:

$$p_t = p_t^* = \mu^* + w_t - z_t,$$

esto es:

$$w_t - p_t = z_t - \mu^*$$

- El empleo natural es:

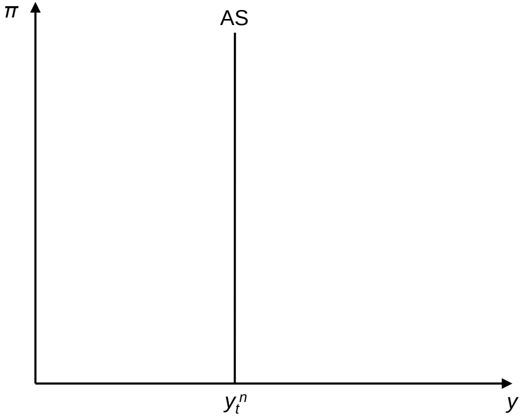
$$l^n = \xi(w_t - p_t - z_t) = -\xi\mu^*$$

- El **producto natural** es:

$$y_t^n = \int_0^1 (z_t + l_t^n)\,\mathrm{d}i = z_t - \xi\mu^*$$

- **Equilibrio simétrico**: todas las firmas producen y venden la misma cantidad
- **Dicotomía clásica**: (y^n, l^n) determinado por **factores reales** (z_t, μ^*) y es insensible a shocks de demanda agreada (i.e. θ_t). Este equilibrio es igual al **modelo RBC**
- Competencia imperfecta ($\mu^* > 0$) reduce (y^n, l^n)

Oferta Agregada (con Precios Flexibles)



- En el equilibrio natural (con precios flexibles), los shocks de demanda agregada son absorbidos por cambios en los precios nominales, dejando el producto y empleo sin cambios

Oferta Agregada con Rigideces de Precios

- Los precios nominales no son tan flexibles (i.e. no ajustan por completo)

Table 3.2
Nominal rigidities in consumer prices.

	Euro area (1996–2000)	United States (1998–2005)
Monthly frequency of price changes	15.1%	21.5%
Mean price duration	13.0 months	11.7 months
Median price duration	10.6 months	9.6 months

Source: Alvarez et al. (2006); Nakamura and Steinsson (2008).

- Por qué? costos de menu, información imperfecta, costos de optimizar...
- En lo que sigue tomamos esas fricciones como dadas y postulamos una forma simple y plausible de rigidez nominal

Oferta Agregada con Rigideces de Precios

- Asumamos que, en cada período, una fracción $1-\omega$ de las firmas (aleatoriamente) pueden elegir su precio óptimo ($p_t^* = \mu^* + w_t - z_t$, en logs)

- El resto de las firmas aplica una regla de indecación que les permite ajustar su precio de acuerdo a la inflación del último período π_{t-1}. Formalmente, la firma i tiene el precio:

$$P_{i,t} = P_{i,t-1}(1+\pi_{t-1})$$

- Tomando logs y asumiendo que π_{t-1} es chico, obtenemos que para los que indexan:

$$p_{i,t} \simeq p_{i,t-1} + \pi_{t-1}$$

donde:

$$\pi_{t-1} = \frac{P_{t-1} - P_{t-2}}{P_{t-2}} \simeq p_{t-1} - p_{t-2}$$

Oferta Agregada con Rigideces de Precios

- El índice de precios en logs p_t es el promedio de los precios optimizados y de los indexados, ponderados por sus shares en la población total de firmas:

$$p_t = \underbrace{\omega\left(p_{t-1} + \pi_{t-1}\right)}_{\text{indexed prices}} + \underbrace{\left(1-\omega\right)p_t^*}_{\text{optimized prices}}$$

- $\omega = 0 \Rightarrow$ precios nominales perfectamente flexibles $\Rightarrow$ **equilibrio natural**
- $\omega = 1 \Rightarrow p_t - p_{t-1} \simeq \pi_t = \pi_{t-1} \Rightarrow$ **equilibrio con inflación constante**
- $0 < \omega < 1 \Rightarrow$ **precios pegajosos** e **inercia inflacionaria**

Oferta Agregada con Rigideces de Precios

- Podemos derivar la **curva AS**

- El análisis hasta ahora consiste de 3 ecuaciones:

$$\textbf{precio óptimo}: p_t^* = \mu^* + w_t - z_t$$
$$\textbf{salario real}: w_t - p_t = \frac{y_t - (1-\xi)z_t}{\xi}$$
$$\textbf{nivel de precios}: p_t = \omega(p_{t-1} + \pi_{t-1}) + (1-\omega)p_t^*$$

- ...para 3 incógnitas (p_t^*, p_t, w_t)

Oferta Agregada con Rigideces de Precios

- **Paso 1**: re-expreso la 3ra ecuación:

$$\begin{aligned} p_t &= \omega\left(p_{t-1}+\pi_{t-1}\right)+(1-\omega)\,p_t^* \\ p_t-(1-\omega)\,p_t &= \omega p_{t-1}+\omega\pi_{t-1}+(1-\omega)\left(p_t^*-p_t\right) \\ p_t &= p_{t-1}+\pi_{t-1}+\left(\frac{1-\omega}{\omega}\right)\left(p_t^*-p_t\right) \end{aligned}$$

que es (considerando que $p_t - p_{t-1} \simeq \pi_t$):

$$\pi_t = \pi_{t-1} + \left(\frac{1-\omega}{\omega}\right) \times \underbrace{\left(p_t^*-p_t\right)}_{\text{precio real óptimo}}$$

- La inflación π_t se explica por:
  - inflación pasada π_{t-1} (por su impacto en las firmas que indexan)
  - el precio real óptimo $p_t^* - p_t$ (por su impacto en las firmas que optimizan)

Oferta Agregada con Rigideces de Precios

- **Paso 2**: combinando 1ra and 2da ecuaciones para computar $p_t^* - p_t$:

$$
\begin{aligned}
p_t^* - p_t &= \mu^* + (w_t - p_t) - z_t \\
p_t^* - p_t &= \mu^* + \left(\frac{y_t - (1-\xi)z_t}{\xi}\right) - z_t \\
p_t^* - p_t &= \frac{1}{\xi}(y_t - \underbrace{(z_t - \xi\mu^*)}_{=y_t^n}) \\
p_t^* - p_t &= \frac{1}{\xi} \times \underbrace{(y_t - y_t^n)}_{\text{output gap}}
\end{aligned}
$$

- Cuando el **output gap** es grande, la demanda agregada de trabajo es grande, lo que empuja el salario real de equilibrio hacia arriba, incrementando los costos reales marginales de las firmas.
- Las firmas querrían pasar el incremento en costos marginales a precios de venta más altos

Oferta Agregada con Rigideces de Precios

- **Paso 3**: reemplazo $p_t^* - p_t$ por su valor del Paso 1 para obtener:

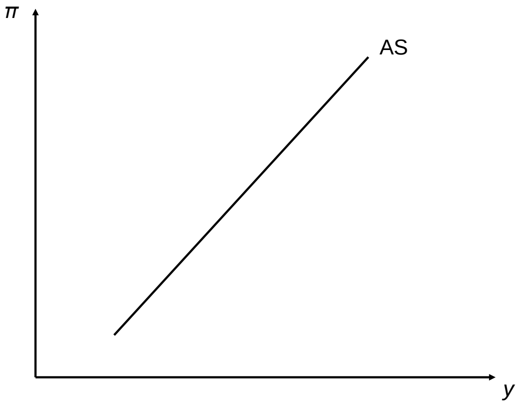
$$\textbf{AS} \quad : \quad \pi_t = \pi_{t-1} + \kappa(y_t - y_t^n)$$

  donde

$$\kappa = \frac{1-\omega}{\omega\xi} \geq 0$$

- **Incrementando** la relación entre el output gap y la inflación
- Cuando y_t es alto (relativo a y_t^n), el mercado laboral se endurece, lo que origina un incremento en salarios que algunas firmas traspasan a precios
- El incremento de salarios es más grande cuando ξ es bajo, y hay más pass-through cuando $1-\omega$ (la proporción de firmas que optimiza) es alto

Oferta Agregada con Rigideces de Precios



Especificaciones Alternativas de la Oferta Agregada

- La AS genera "presiones inflacionarias " de un "output gap"; es simple, intuitivo, y fácil de derivar de los primeros principios
- No captura todas las potenciales dimensiones importantes de los datos
- Hay otras (enriquecidas y más elaboradas) formas de conectar la inflación con el output gap
- **Las firmas de esta versión del modelo no son forward-looking**. Si lo fueran, tomarían en cuenta el impacto de las decisiones de sus precios sobre sus beneficios futuros y se obtendría la **New Keynesian Phillips curve**:

$$\textbf{NKPC}: \pi_t = \left(\frac{\phi}{1+\beta\phi}\right)\pi_{t-1} + \left(\frac{\beta}{1+\beta\phi}\right)\mathbb{E}_t(\pi_{t+1}) + \left(\frac{\kappa}{1+\beta\phi}\right)(y_t - y_t^n)$$

Equilibrio con Rigideces de Precios

- Asumamos que el banco central puede evitar las hiperinflaciones...

- ...tal que π_t converga asintóticamente a algun target finito $\bar{\pi}$

- En el largo plazo ($t = \infty$), la curva AS implica que:

$$y_\infty = y_\infty^n = z_\infty - \xi \mu^*$$

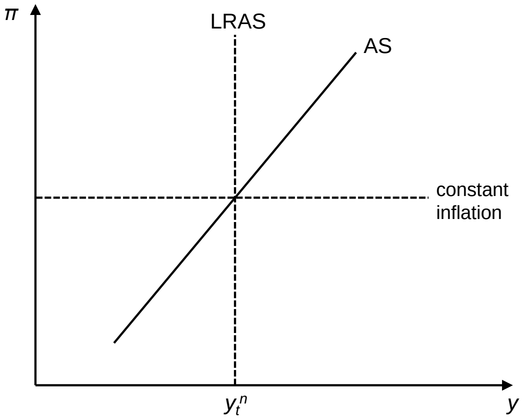
- Esto es consistente con la **Hipótesis de la Tasa Natural** (NRH) en base a la cual se construyo la macroeconomía moderna (Friedman, 1968; Phelps, 1970; Lucas, 1972)

- Cambios en la inflación reflejan desbalances **transitorios** entre la demanda agregada (y_t) y la oferta (y_t^n)

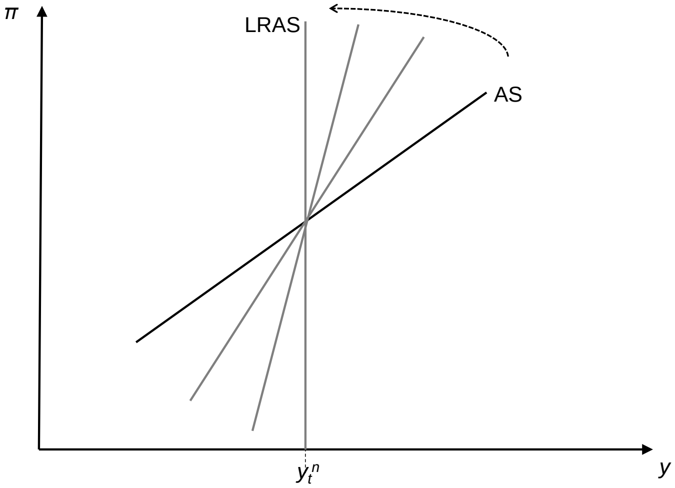
Equilibrio con Rigideces de Precios - Oferta Agregada de LP

- Consideremos nuevamente los dos casos extremos:
  - Si $\omega = 1$, la AS es horizontal en $\pi_t = \bar{\pi}$
  - Si $\omega = 0$, la AS es vertical en $y_t = y_t^n$
- El caso en el que $y_t = y_t^n$ puede ser interpretado como una descripción del largo plazo, una vez que todas las firmas hayan ajustado eventualmente sus precios óptimamente
- Por lo tanto, denominamos a esta curva la **Oferta Agregada de Largo Plazo (LRAS)**
- ¿Cómo transiciona la economía desde la AS hasta la LRAS?
- Si la propoción $1 - \omega$ de firmas optimiza su precio cada período, el total de firmas que ha optimizado su precio se incrementa con el tiempo, y asi lo hace la pendiente de la curve AS (κ)

Equilibrio con Rigideces de Precios - Oferta Agregada de LP



Equilibrio con Rigideces de Precios - Oferta Agregada de LP



Estructura

1. Demanda Agregada: interacción entre curva IS Dinámica y Política Monetaria
2. Oferta Agregada: New-Keynesian Phillips Curve establece relación entre actividad e inflación
3. **Equilibrio**
4. Brecha de Producto y Tasa de Interés Natural
5. Respuesta de la economía ante distintos shocks

Equilibrio Modelo New-Keynesian

- Demanda Agregada (Dynamic IS + PM):

$$\textbf{AD} \quad : \quad y_t = \theta_t - \sigma\gamma(\pi_t - \bar{\pi}), \quad \sigma, \gamma \geq 0$$

Mecanismo: cuando la inflación se incrementa por sobre $\bar{\pi}$, el banco central adopta una política monetaria contractiva que reduce la demanda agregada

- Oferta Agregada (NKPC):

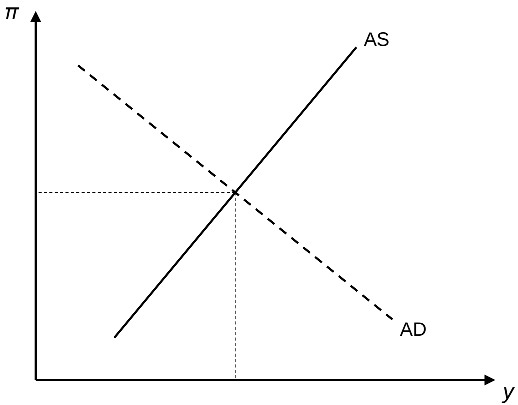
$$\textbf{AS} \quad : \quad \pi_t = \pi_{t-1} + \kappa(y_t - y_t^n), \quad \kappa \geq 0$$

Mecanismo: un incremento en el output gap incrementa la demanda de trabajo por parte de las firmas (y por lo tanto en el salario real). Alguna firmas traspasan el incremento de su costo marginal a precios, lo que incrementa la inflación

Equilibrio Modelo New-Keynesian

- En el sistema AS-AD tenemos
  - 2 variables endógenas (y_t, π_t)
  - 2 variables exógenas, los shocks a AD y AS (θ_t, y_t^n)
  - 1 variable predeterminada (π_{t-1})
- La intersección de las curvas de AD y AS nos da el equilibrio en el momento t (y_t, π_t), condicional a $(\theta_t, y_t^n, \pi_{t-1})$ –ver Figure 4.1
- Los shocks a la demanda agregada (θ_t) y a la oferta agregada (y_t^n) mueven estas curvas
- Podemos estudiar el equilibrio de corto plazo gráficamente y analíticamente

Equilibrio Modelo New-Keynesian



Equilibrio Modelo New-Keynesian

- Analíticamente, resolviendo el sistema AS-AD para (y_t, π_t) nos da:

$$y_t = \text{constant} + \left(\frac{1}{1+\sigma\gamma\kappa}\right)\theta_t + \left(\frac{\sigma\gamma\kappa}{1+\sigma\gamma\kappa}\right)y_t^n$$

$$\pi_t = \text{constant} + \left(\frac{\kappa}{1+\sigma\gamma\kappa}\right)\theta_t - \left(\frac{\kappa}{1+\sigma\gamma\kappa}\right)y_t^n$$

- Los multiplicadores asociados a los shocks (antes θ_t y y_t^n) tienen interpretación simple.
- Por ejemplo, un shock a la AD tiene un menor impacto sobre la inflación y el producto si el Banco Central reacciona fuerte ante desvíos de la inflación con respecto a su target

Equilibrio de Largo Plazo

- Antes de estudiar la propagación de los shocks macroeconómicos, tenemos que computar el equilibrio de largo plazo al que retornará eventualmente la economía

- En el largo plazo todos los precios se habrán ajustado óptimamente tal que:

$$y_\infty = y_\infty^n = z_\infty - \xi \mu^*$$

- Más aún, en el largo plazo la tasa real de interés r_t es necesariamente igual a su promedio $r_\infty = \bar{r}$. Por lo tanto, de la curva IS tenemos:

$$\theta_\infty = y_\infty \ (= z_\infty - \xi \mu^*)$$

- En el largo plazo “la demanda agregada (θ_∞, y_∞) está determinada por la oferta agregada ($z_\infty - \xi \mu^*$)”

Equilibrio de Largo Plazo

- ¿Cómo mantiene el Banco Central π_∞ en su target $\bar{\pi}$?
- El Banco Central no controla r_t pero si controla i_t
- En el largo plazo, r_∞ está dada (fuera del control del banco central), y π_∞ se ajusta endógenamente a i_∞ de acuerdo a la ecuación de Fisher:

$$\textbf{FE}\,(\infty) : \pi_\infty = i_\infty - r_\infty$$

- Por lo tanto, para asegurar que $\pi_\infty = \bar{\pi}$, el banco central debe fijar:

$$i_\infty = r_\infty + \bar{\pi}$$

Estructura

1. Demanda Agregada: interacción entre curva IS Dinámica y Política Monetaria
2. Oferta Agregada: New-Keynesian Phillips Curve establece relación entre actividad e inflación
3. Equilibrio
4. **Brecha de Producto y Tasa de Interés Natural**
5. Respuesta de la economía ante distintos shocks

Rigideces Nominales y Ciclos: La Descomposición del Producto

- La economía tiene **dos fricciones** relacionadas pero distintas:
  1. Competencia Imperfecta (i.e., $\mu^* > 0$)
  2. Rigideces nominales (i.e., $\kappa < \infty$)

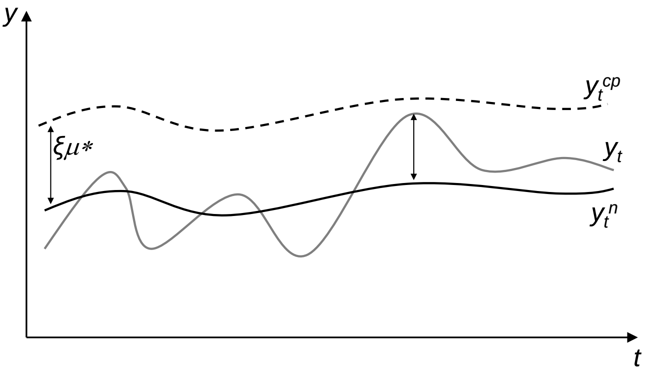
- Si no existieran rigideces nominales, el producto sería $y_t^n = z_t - \xi\mu^*$, el cual es estrictamente menor que el producto con competencia perfecta $y_t^{cp} = z_t$

- Podemos descomponer el producto actual y_t como:

$$y_t = \underbrace{y_t^{cp}}_{\substack{\uparrow \\ \text{efficient output } (z_t)}} - \underbrace{\xi\mu^*}_{\substack{\uparrow \\ \text{monopolistic distortion}}} + \underbrace{(y_t - y_t^n)}_{\substack{\uparrow \\ \text{output gap}}}.$$

- La competencia imperfecta induce una reducción del producto mientras que las rigideces nominales causan que el mismo fluctue alrededor de su nivel natural

Rigideces Nominales y Ciclos: La Descomposición del Producto



Equilibrio con Rigideces de Precios - Tasa Natural de Interes

- "There is a certain rate of interest on loans which is neutral in respect to commodity prices, and tends neither to raise nor to lower them. This is necessarily the same as the rate of interest which would be determined by supply and demand if no use were made of money and all lending were effected in the form of real capital goods." (K. Wicksell, 1898)

- De la **IS** (clase anterior), la tasa real de interés r_t determina el nivel de demanda agregada y_t:

$$\textbf{IS} \quad : \quad y_t = \theta_t - \sigma(r_t - \bar{r})$$

- Por la **AS**, un output gap distinto de 0 causa cambios de precios:

$$\textbf{AS} \quad : \quad \pi_t = \pi_{t-1} + \kappa(y_t - y_t^n)$$

- Asumamos que los precios eran estables en $t-1$ (i.e. $\pi_{t-1} = 0$), ¿cuál es el valor de r_t para que los precios permanezcan estables en t?

Equilibrio con Rigideces de Precios - Tasa Natural de Interes

- Si $\pi_{t-1} = 0$, entonces se debe cumplit que $y_t = y_t^n$ para mantener $\pi_t = 0$ (esto es, que la demanda agregada y la oferta deben estar alineadas)

- Ahora, para que y_t iguale a y_t^n, debe cumplirse que (ver la IS):

$$r_t^n = \bar{r} + \frac{1}{\sigma}(\theta_t - y_t^n)$$

- Esto se denomina la **tasa natural de interés**

- Es tanto la tasa **real** y una tasa **nominal**, ya que implementar la tasa de interés natural todo el tiempo asegura que la inflación sea ceo en todos los períodos por construcción

- r_t^n es, equivalentemente, el valor de equilibrio de r_t que prevalece en el equilibrio natural (por eso el nombre de ese equilibrio)

Estructura

1. Demanda Agregada: interacción entre curva IS Dinámica y Política Monetaria
2. Oferta Agregada: New-Keynesian Phillips Curve establece relación entre actividad e inflación
3. Equilibrio
4. Brecha de Producto y Tasa de Interés Natural
5. **Respuesta de la economía ante distintos shocks**
   5.1 Shock de Demanda Agregada
   5.2 Shock de Oferta Agregada

Efecto de un Shock de Demanda Agregada - Impacto Teórico

- Asuma que la economía se encontraba en su equilibrio de largo plazo en el período $t-1$:

$$y_{t-1} = y^n_{t-1} = \theta_{t-1} = z_\infty - \xi \mu^*,$$

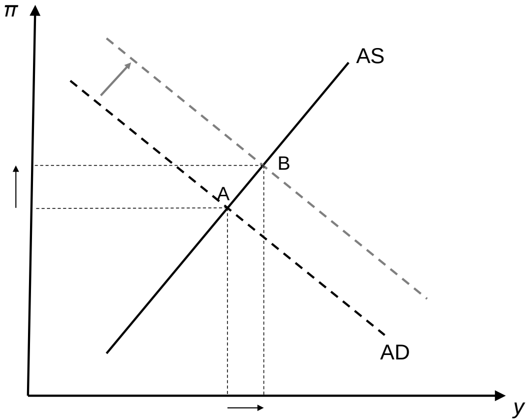
  y

$$\pi_{t-1} = \bar{\pi}$$

- Entonces, un **AD shock** $\mathrm{d}\theta_t$ ocurre en el período t. ¿Cómo afecta a (y_t, π_t)?
- Gráficamente la AD se mueve a la derecha producto del shock
- El **tamaño** de las respuestas depende de las pendientes de las curvas
- Alternativamente, los efectos se pueden computar a partir de los multiplicadores de los shocks:

$$\frac{\mathrm{d}y_t}{\mathrm{d}\theta_t} = \frac{1}{1+\sigma\gamma\kappa}, \quad \frac{\mathrm{d}\pi_t}{\mathrm{d}\theta_t} = \frac{1}{\kappa^{-1}+\sigma\gamma}$$

Efecto de un Shock de Demanda Agregada - Impacto Teórico



Efecto de un Shock de Demanda Agregada - Impacto Teórico

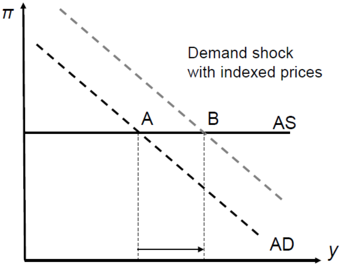
- **Mecanismo**:

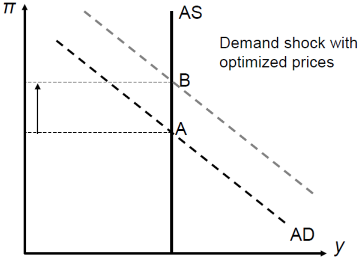
$$\begin{gathered}\text{El incremento en la demanda de bienes } (\theta_t \uparrow)\\ \Downarrow \\ \text{incrementa el producto } (y_t \uparrow)\\ \Downarrow \\ \text{incrementa la demanda agregada de trabajo } (l_t^d \uparrow)\\ \Downarrow \\ \text{incrementa el salario real de equilibrio } (w_t - p_t \uparrow)\\ \Downarrow \\ \text{se traspasa a precios e inflación } (p_t^* \uparrow,\ \pi_t \uparrow)\end{gathered}$$

- **Ejemplos**:
  - Un incremento del Gasto Público ($G_t \uparrow$)
  - Un shock expansivo de política monetaria (r_t cae sin considerar $\pi_t - \bar{\pi}$)
- Mientras $\kappa = (1-\omega)/\xi\omega$ se incrementa (i.e., ω o ξ caen), el impacto del AD shock sobre el producto se reduce y se incrementa su efecto sobre la inflación

Efecto de un Shock de Demanda Agregada - Impacto Teórico

- Cuando $\omega = 1$ ($\Rightarrow \kappa = 0$), un AD shock no tiene impacto en π_t pero tiene un efecto máximo sobre y_t; lo opuesto es cierto cuando $\omega = 0$ ($\Rightarrow \kappa = \infty$)





Efecto de un Shock de Demanda Agregada - Impacto Teórico

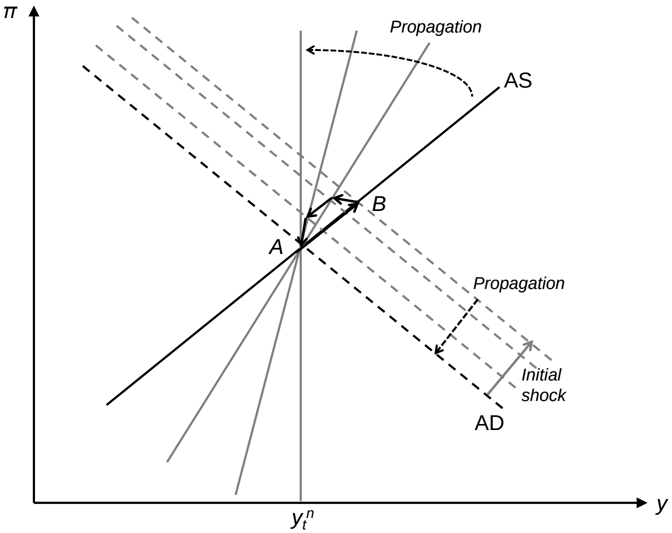
- ¿Qué pasa en el mediano plazo, después del impacto inicial del AD shock pero antes de que (y_t, π_t) hayan retornado completamente a $(y_\infty, \bar{\pi})$?

- Recordemos que, con el paso del tiempo, la curva AS comienza a devenir lentamente en la curva AS de largo plazo (LRAS)

- Considerando que el AD shock es transitorio (por supuesto), la curva AD retorna lentamente a su posición inicial después del shock

- El equilibrio (y_t, π_t) es cada punto en el tiempo donde se intersectan las curvas de AS y AD relevantes en ese momento

Efecto de un Shock de Demanda Agregada - Impacto Teórico



Efecto de un Shock de Política Monetaria

- Un shock de política monetaria es un tipo de AD shock

- Asumamos que la curva MP está dada por: $r_t = \bar{r} + \gamma(\pi_t - \bar{\pi}) + \varepsilon_t$, donde ε_t es el shock de política monetaria (i.e., un cambio en r_t no explicado por $\pi_t - \bar{\pi}$)

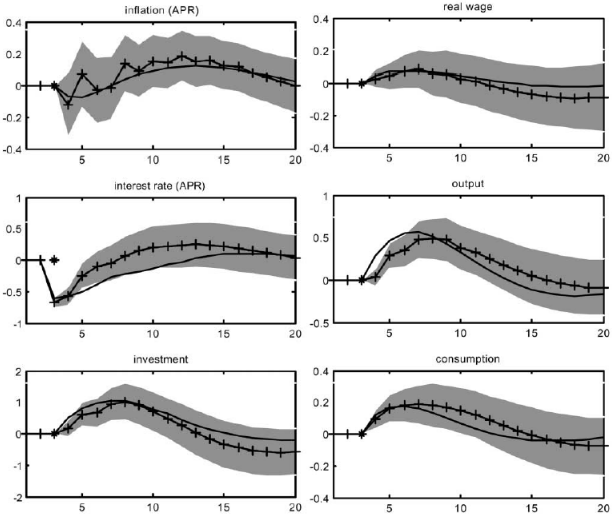
- La curva de AD es:

$$\mathbf{AD} : y_t = (\theta_t - \sigma\varepsilon_t) - \gamma\sigma(\pi_t - \bar{\pi})$$

  y se desplaza producto de ε_t

- Esto es consistente con la evidencia empírica

Efecto de un Shock de Política Monetaria



Source : Christiano, Eichenbaum and Evans (2005)

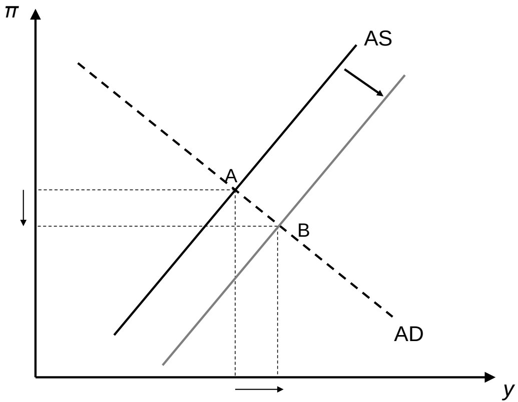
Efecto de un Shock de Oferta Agregada - Impacto Teórico

- **Mecanismo**:

$$\text{Cae el precio óptimo } (p_t^* = w_t - z_t + \mu^* \downarrow)$$
$$\Downarrow$$
$$\text{se traspasa a inflación } (\pi_t \downarrow)$$
$$\Downarrow$$
$$\text{política monetaria expansiva } (r_t \downarrow)$$
$$\Downarrow$$
$$\text{incremento en la demanda agregada y en el producto } (y_t \uparrow)$$

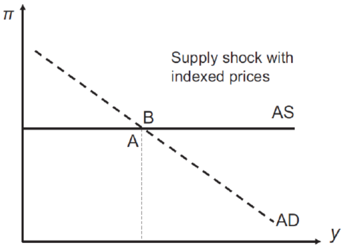
- **Ejemplos**: shock de productividad ($z_t \uparrow$), un shock regulatorio ($\mu^* \downarrow$)
- El impacto en y_t es menor (y el impacto sobre π_t mayor) cuando la curva de demanda tiene pendiente pronunciada (i.e. cuando el banco central reacciona poco ante la inflación (γ es chico) o la curva AD responde poco a la política monetaria (σ es chico)
- Los impactos sobre y_t y π_t son más grandes cuando la curva de oferta agregada es más pronunciada, i.e cuando las rigideces nominales son **débiles** (κ es grande)

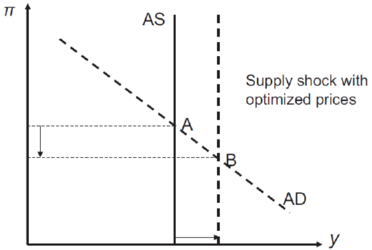
Efecto de un Shock de Oferta Agregada



Efecto de un Shock de Oferta Agregada - Impacto Teórico

- Cuando $\omega = 1$ ($\Rightarrow \kappa = 0$), un AS shock no tiene impacto en π_t o en y_t





Efecto de un Shock de Oferta Agregada - Shock de Productividad

- Cuando todos los precios están indexados (y el producto está completamente determinado por la demanda agregada), un AS shock no tiene efecto en el producto
- Esto implica que un incremento en la productividad laboral sólo permite a las firmas ahorrar trabajo (ya que se requiere menos trabajo para satisfacer la misma demanda)
- Entonces el shocks necesariamente **disminuye el empleo** en el corto plazo

Rigideces Nominales y Ciclos Económicos: La Ciclidad del Markup

- Este model AS-AD tiene una implicancia testeable empíricamente: **los markups son cíclicos**
  - Un AS shock reduce el costo marginal real y, por lo tanto, incrementa el markup
  - Un AD shock incrementa el costo marginal real y, por lo tanto, reduce los markups

- Por definición, la tasa de markup de todos las **firmas que optimizan** es constante en μ^*

- Por otro lado, la tasa de markup de **una firma que indexa su precio** i es:

$$\begin{aligned}\tilde{\mu}_{i,t} &= p_{i,t} - w_t + z_t \\ &= p_{i,t-1} + \pi_{t-1} - w_t + z_t,\end{aligned}$$

  Por lo tanto, la tasa de markup promedio de las firmas que indexan es:

$$\tilde{\mu}_t = p_{t-1} + \pi_{t-1} - w_t + z_t$$

Rigideces Nominales y Ciclos Económicos: La Ciclidad del Markup

- La tasa de markup promedio de la economía es:

$$\bar{\mu}_t = (1-\omega)\,\mu^* + \omega\tilde{\mu}_t$$

- Reemplazando podemos obtener una relación entre markup y output gap:

$$\begin{aligned}
\bar{\mu}_t &= (1-\omega)\,\mu^* + \omega\,(p_{t-1} + \pi_{t-1} - w_t + z_t) \\
&= (1-\omega)\,\mu^* + \omega\,(-\pi_t + \pi_{t-1} - (w_t - p_t) + z_t) \\
&= (1-\omega)\,\mu^* + \omega\left(-\kappa\,(y_t - y_t^n) - \frac{y_t - (1-\xi)\,z_t}{\xi} + z_t\right) \\
&= (1-\omega)\,\mu^* + \omega\left(-\kappa\,(y_t - y_t^n) - \frac{y_t - z_t}{\xi}\right) \\
&= (1-\omega)\,\mu^* + \omega\left(-\kappa\,(y_t - y_t^n) - \frac{y_t - y_t^n - \xi\mu^*}{\xi}\right) \\
&= \mu^* - \omega\left(\left(\frac{1-\omega}{\omega\xi}\right)(y_t - y_t^n) + \frac{y_t - y_t^n}{\xi}\right) \\
&= \mu^* - \omega\left(\left(\frac{1-\omega}{\omega\xi}\right)(y_t - y_t^n) + \frac{\omega\,(y_t - y_t^n)}{\omega\xi}\right) \\
&= \mu^* - \frac{1}{\xi}\,(y_t - y_t^n)
\end{aligned}$$

Rigideces Nominales y Ciclos Económicos: La Ciclidad del Markup

- La ciclicidad del markup $\bar{\mu}_t$ está inversamente relacionada con la del **output gap**

- En un boom originado por la demanda, $y_t > y_t^n$ y el markup promedio de la economía $\bar{\mu}_t$ cae. Esto se explica porque los costos se incrementan más que los precios para las firmas que indexan

- En una expansión originada por la oferta, $y_t^n > y_t$ y el markup promedio $\bar{\mu}_t$ crece. Esto se explica porque los costos caen más que los precios para las firmas que indexan