

## WSI – Ćwiczenie 5

### Zadanie wykonywane w parach

Proszę zaimplementować perceptron dwuwarstwowy i nauczyć go reprezentować funkcję  $J : [-5,5] \rightarrow \mathbb{R}$ , daną wzorem:  $J(x) = \sin(x \cdot \sqrt{p[0]+1}) + \cos(x \cdot \sqrt{p[1]+1})$ , gdzie  $p[0]$  i  $p[1]$  to najmłodsze cyfry numerów indeksów wykonawców.

W sprawozdaniu powinny znaleźć się wykresy funkcji aproksymowanej i jej aproksymacji. Powinny również znaleźć się wskaźniki jakości aproksymacji. Jak liczba neuronów w warstwie ukrytej wpływa na jakość aproksymacji?

Przygotowałem dla Państwa [kod](#), który powinien ułatwić wykonanie zadania a jednocześnie utrudnić bezmyślne użycie kodu z Internetu. Program ten należy dokończyć, a nie zastąpić całkowicie innym kodem. Nie można używać kodu z Internetu, czy bardziej ogólnie, kodu, którego nie jest się autorem.

## Wyniki

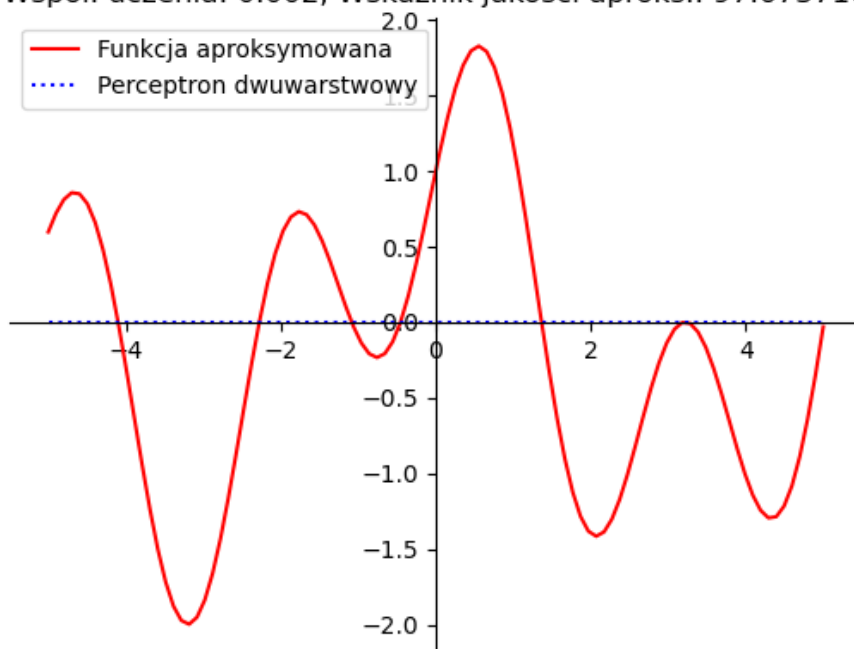
W ramach zadania zaimplementowano perceptron dwuwarstwowy, który nauczone reprezentować funkcję podaną wzorem:

$$J(x) = \sin(x * \sqrt{6}) + \cos(x * \sqrt{1}) = \sin(x * \sqrt{6}) + \cos(x)$$

Następnie badano jak liczba neuronów w warstwie ukrytej i (opcjonalnie) wartości pozostałych parametrów wpływają na jakość aproksymacji.

**Test 1:** 1 neuron w warstwie ukrytej, 15 000 iteracji, 0,002 współczynnik uczenia.

Liczba neuronów w warstwie ukrytej: 1, Liczba iteracji: 15000,  
Współ. uczenia: 0.002, Wskaźnik jakości aproks.: 97.673710

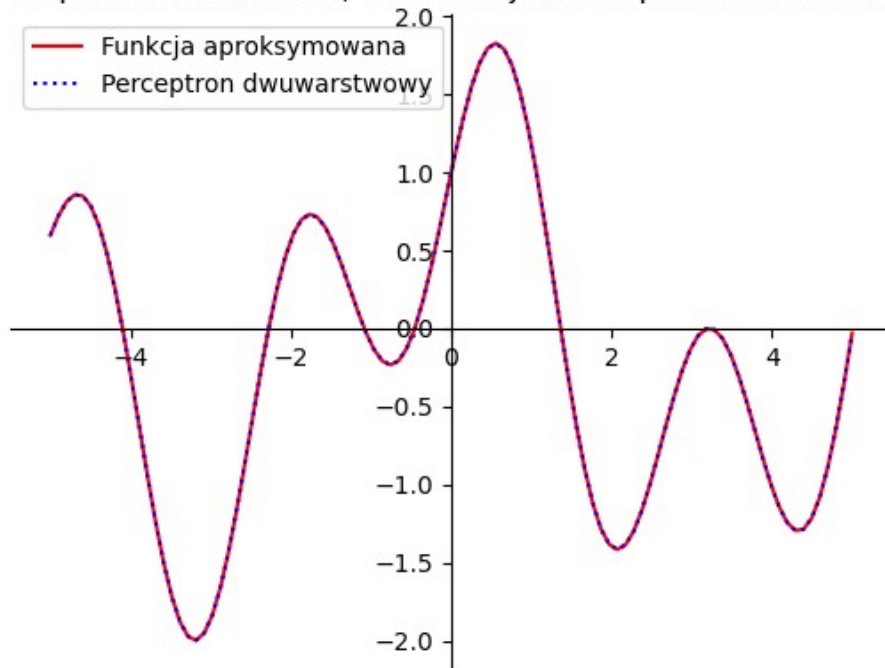


Wskaźnik jakości aproksymacji: 97,67370980554897

Zakładając tę samą liczbę iteracji (15 000) i współczynnik uczenia (0,002) sprawdzano, począwszy od liczby 1, to jak zwiększanie liczby neuronów w warstwie ukrytej wpływa na jakość aproksymacji. W pierwszym teście użyto tylko jednego neuronu i okazało się, że niemożliwe było uzyskanie przyzwoitego rozwiązania w przyjętej liczbie iteracji. Strata wyniosła ponad 97.

**Test 2:** 2 neurony w warstwie ukrytej, 15 000 iteracji, 0,002 współczynnik uczenia.

Liczba neuronów w warstwie ukrytej: 2, Liczba iteracji: 15000,  
Współ. uczenia: 0.002, Wskaźnik jakości aproks.: 0.000017

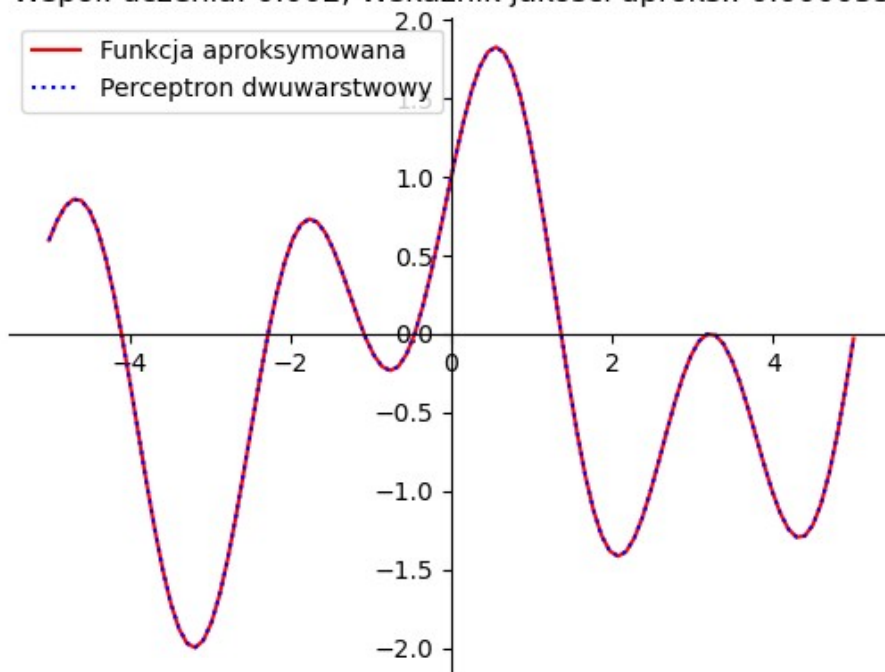


Wskaźnik jakości aproksymacji:  $1,714753 \cdot 10^{-5}$

W drugim teście udało się natomiast uzyskać już o wiele lepsze wyniki. Wykres wyuczonej funkcji aproksymującej pokrywa się niemal w całości z wykresem funkcji aproksymowanej a wyliczona wartość funkcji straty jest bardzo niska (0,000017).

**Test 3:** 3 neurony w warstwie ukrytej, 15 000 iteracji, 0,002 współczynnik uczenia.

Liczba neuronów w warstwie ukrytej: 3, Liczba iteracji: 15000,  
Współ. uczenia: 0.002, Wskaźnik jakości aproks.: 0.000033

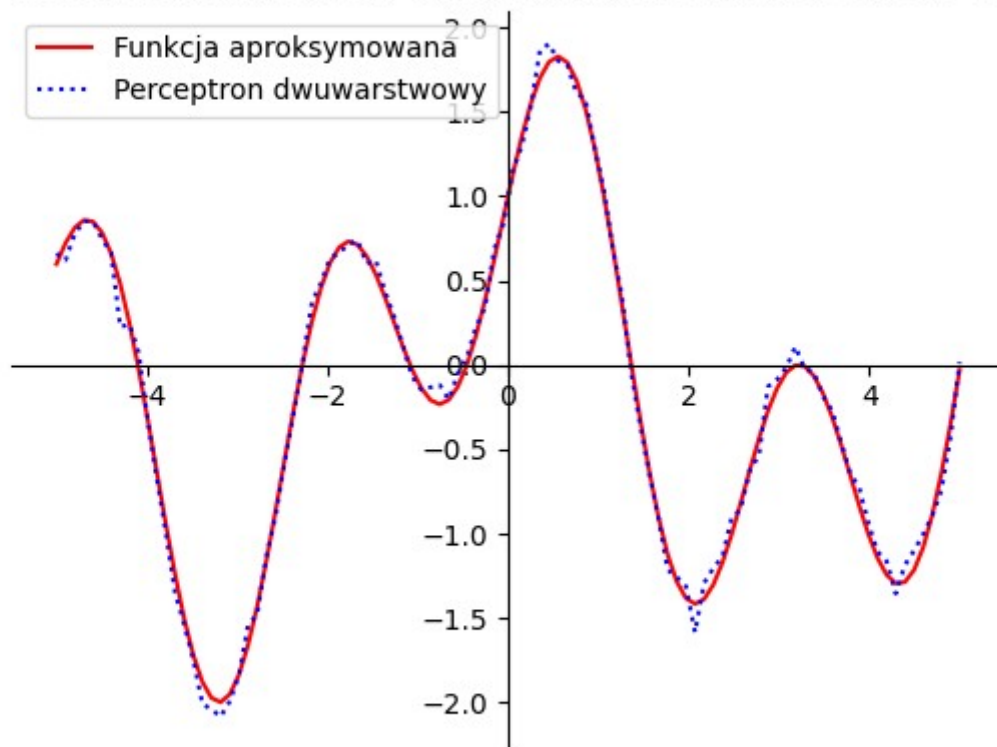


Wskaźnik jakości aproksymacji:  $3,324402 \cdot 10^{-5}$

Dodanie jeszcze kolejnego neuronu, do warstwy ukrytej trenowanej sieci, pogorszyło z kolei uzyskane wyniki prawie dwukrotnie (0,000033). Jednakże, była to niewielka różnica ze względu na spory rząd wielkości wartości po przecinku ( $10^{-5}$ ). Perceptron nadal bardzo dobrze reprezentował funkcję aproksymowaną a wykresy obu funkcji pokrywały się ze sobą.

**Test 4:** 10 neuronów w warstwie ukrytej, 15 000 iteracji, 0,002 współczynnik uczenia.

Liczba neuronów w warstwie ukrytej: 10, Liczba iteracji: 15000,  
Współ. uczenia: 0.002, Wskaźnik jakości aproks.: 0.484340

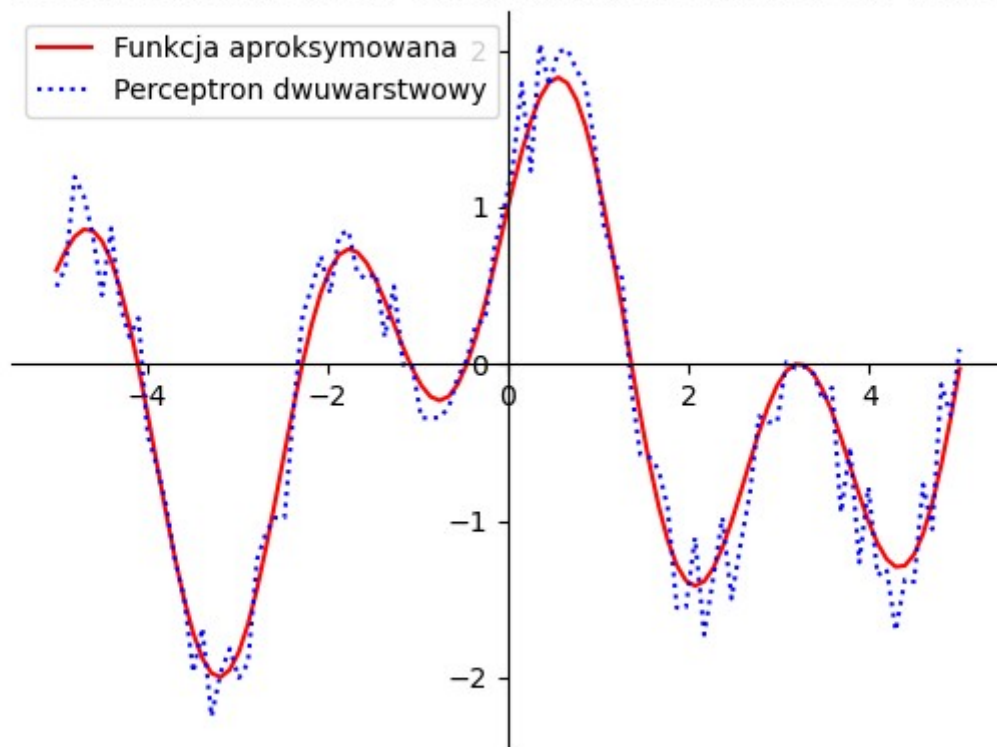


Wskaźnik jakości aproksymacji: **0,48434015305689737**

Zachowując ten sam współczynnik uczenia i liczbę przeprowadzanych iteracji, w teście czwartym postanowiono sprawdzić jak wpłynie, na jakość aproksymacji modelu, użycie jeszcze większej liczby neuronów dla warstwy ukrytej. Ze względu na niewielkie zmiany spróbowano od razu wykorzystać 10 neuronów. Zgodnie z podejrzzeniami, jakość aproksymacji znacząco zmalała, bo aż z 0,000033 do 0,48.

**Test 5:** 20 neuronów w warstwie ukrytej, 15 000 iteracji, 0,002 współczynnik uczenia.

Liczba neuronów w warstwie ukrytej: 20, Liczba iteracji: 15000,  
Współ. uczenia: 0.002, Wskaźnik jakości aproks.: 3.840476



Wskaźnik jakości aproksymacji: 3,840476236726488

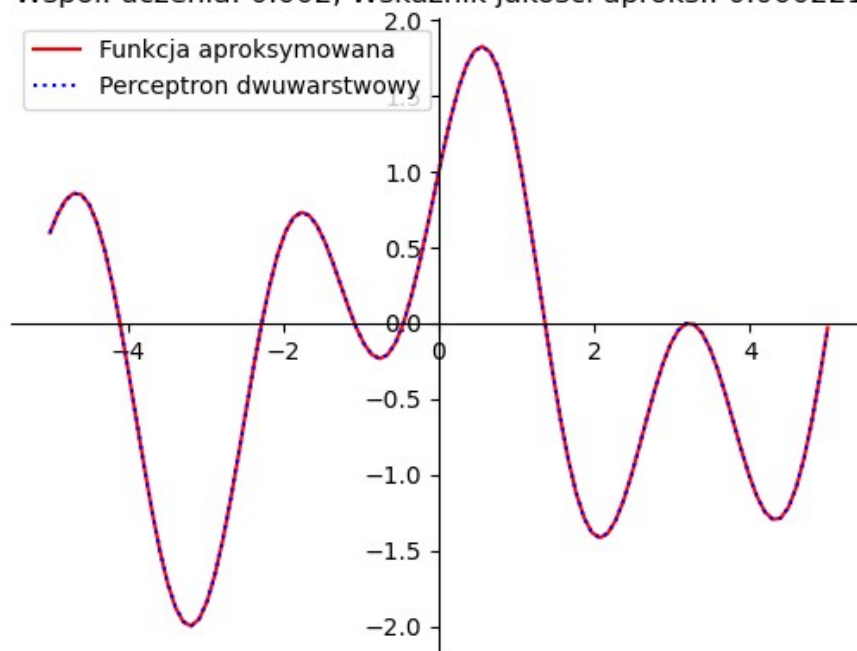
W teście piątym, nadal zachowując ten sam współczynnik uczenia i liczbę iteracji, sprawdzono jak zmieni się wartość wskaźnika jakości aproksymacji funkcji przez użycie dwukrotnie większej liczby neuronów (20) w warstwie ukrytej sieci. Po raz ponowny spełniły się przypuszczenia i jakość aproksymacji uległa znacznemu pogorszeniu z 0,48 do 3,84.

### **Testy dodatkowe (wpływ zmiany liczby epok i współczynnika uczenia)**

Dla perceptronu dwuwarstwowego z warstwą ukrytą zawierającą 2 neurony, postanowiono sprawdzić dodatkowo jak szybko był w stanie on nauczyć się aproksymować zadaną funkcję. Otrzymane rezultaty przedstawiają wykresy zamieszczone na następnych stronach.

**Test 6:** 2 neurony w warstwie ukrytej, 12 500 iteracji, 0,002 współczynnik uczenia.

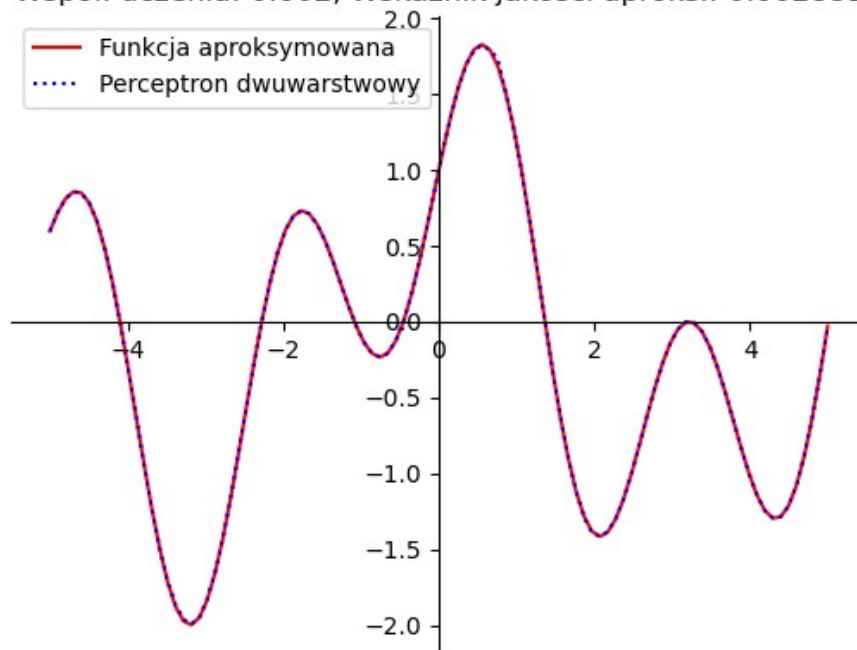
Liczba neuronów w warstwie ukrytej: 2, Liczba iteracji: 12500,  
Współ. uczenia: 0.002, Wskaźnik jakości aproks.: 0.000221



Wskaźnik jakości aproksymacji: 0,0002210693541896076

**Test 7:** 2 neurony w warstwie ukrytej, 10 000 iteracji, 0,002 współczynnik uczenia.

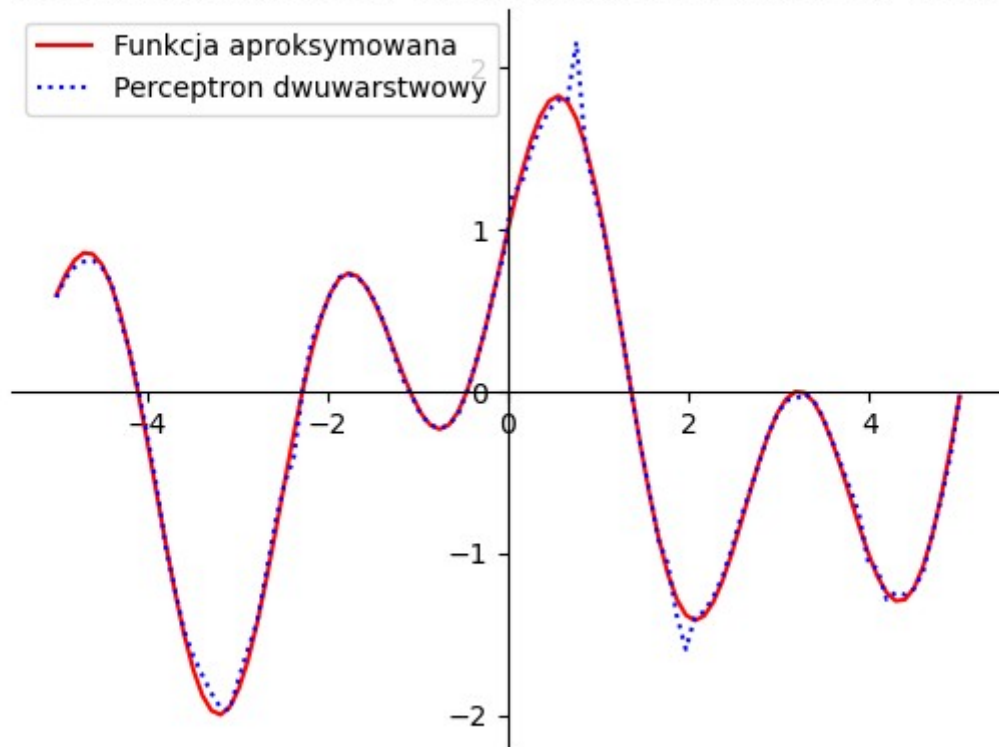
Liczba neuronów w warstwie ukrytej: 2, Liczba iteracji: 10000,  
Współ. uczenia: 0.002, Wskaźnik jakości aproks.: 0.002881



Wskaźnik jakości aproksymacji: 0,0028812589195532606

**Test 8: 2 neurony w warstwie ukrytej, 5 000 iteracji, 0,002 współczynnik uczenia.**

Liczba neuronów w warstwie ukrytej: 2, Liczba iteracji: 5000,  
Współ. uczenia: 0.002, Wskaźnik jakości aproks.: 0.443267



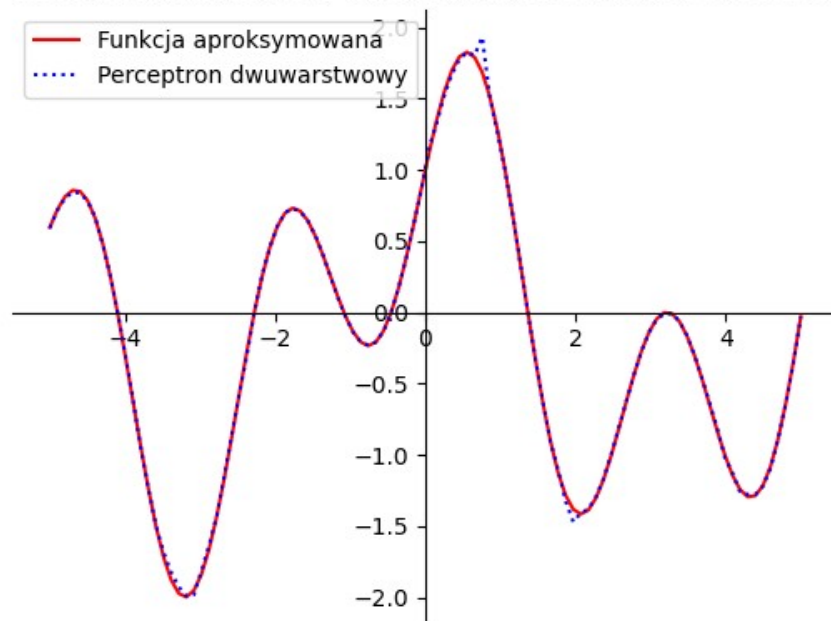
Wskaźnik jakości aproksymacji: **0,44326683191180716**

Dla sieci z dwu-neuronową warstwą ukrytą można było wytrenować już po 10 000 iteracjach całkiem przyzwoity aproksymator. Błąd w tym przypadku wynosił około 0,003.



**Test 9:** (zmniejszenie) 2 neurony w warstwie ukrytej, 15 000 iteracji, 0,001 współcz. uczenia.

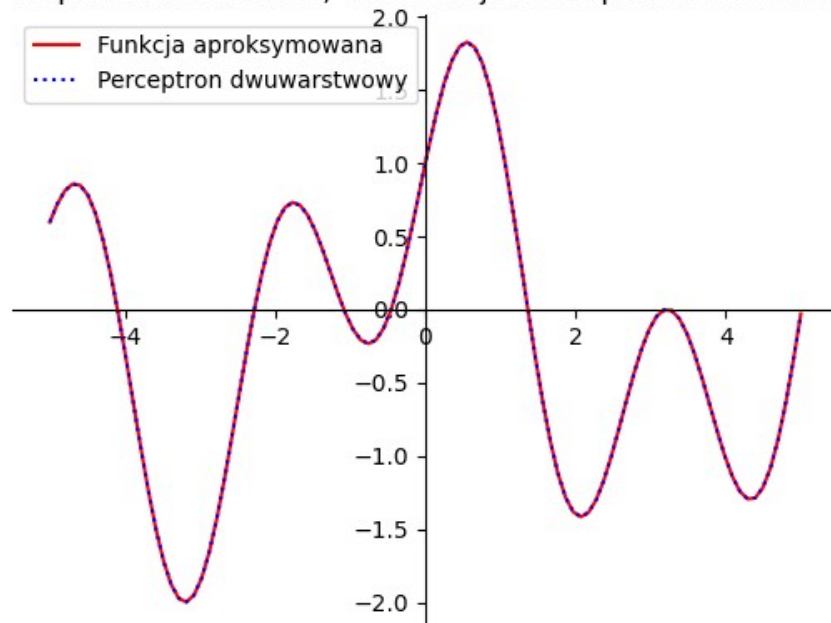
Liczba neuronów w warstwie ukrytej: 2, Liczba iteracji: 15000,  
Współ. uczenia: 0.001, Wskaźnik jakości aproks.: 0.088534



Wskaźnik jakości aproksymacji: 0,08853364057725138

**Test 10:** (zwiększenie) 2 neurony w warstwie ukrytej, 15 000 iteracji, 0,003 współczynnik uczenia.

Liczba neuronów w warstwie ukrytej: 2, Liczba iteracji: 15000,  
Współ. uczenia: 0.003, Wskaźnik jakości aproks.: 0.000000



Wskaźnik jakości aproksymacji:  $9,544799 * 10^{(-9)}$

Większy współczynnik uczenia może jako rezultat zwiększyć jakość aproksymacji funkcji i vice versa, mniejszy współczynnik może tę jakość pogorszyć.

## **Wnioski**

**Pytanie:** Jak liczba neuronów w warstwie ukrytej wpływa na jakość aproksymacji?

Zbyt mała liczba neuronów w warstwie ukrytej powoduje, że model nie jest w stanie wystarczająco nauczyć się aproksymować zadaną funkcję. Zwiększenie ilości neuronów może polepszyć jakość aproksymacji, jednakże trzeba uważać i starać się znaleźć ich optymalną liczbę, ponieważ może dojść do przeuczenia modelu a otrzymywane błędy będą coraz większe.