

مسئله انتگرال گیری یکی از مسائل بسیار مهم در Computational Science میباشد روشهای عددی بسیاری برای محاسبه انتگرال وجود دارد. همچنین میتوان از روش مونت کارلو برای محاسبه انتگرال استفاده نمود (با تولید n نقطه در محدوده مینیم و ماکزیم منحنی) و ملاحظه آنکه اگر A نقطه در داخل سطح مورد نظر در زیر منحنی قرار بگیرد نسبت مساحت زیر منحنی به مساحت مستطیل محیطی آن با رابطه زیر تعیین میگردد:

$$S/S' = A/n$$

مساحت مستطیل محیطی منحنی $|X_{\max} - X_{\min}| * |Y_{\max} - Y_{\min}|$

هدف از این تمرین مقایسه روشهای عددی و روش احتمالی فوق الذکر در محاسبه انتگرال میباشد. (مقایسه زمان اجرا و دقت)

- (2) یک کلاس برای انتگرال گیری عددی با قاعده سیمپسون بنویسید.
- (3) با توجه به خطاهای ذاتی روش سیمپسون و خطای گرد کردن و محاسبات دودویی اعشاری خطای کلی روش را بر حسب پارامترهای h به دست آورید.
- (4) پیچیدگی زمانی روش سیمپسون را به دست آورید.
- (5) یک کلاس برای انتگرال گیری عددی به روش مونت کارلو بنویسید.
- (6) به توجه به پارامتر n (تعداد نقاط تصادفی تولید شده) خطای روش را به صورت یک متغیر تصادفی محاسبه نمایید.
- (7) پیچیدگی زمانی روش مونت کارلو را به دست آورید.
- (8) دو روش را به صورت تئوری با توجه به تحلیلهای انجام شده به دست آورید.
- (9) یک کلاس برای نگهداری یک چند جمله ای با درجه n به فرمت کلی $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$ با استفاده از Dynamic Sorted Array و یا Linked List بنویسید. این کلاس دارای توابعی برای محاسبه چند جمله ای در یک نقطه خاص و محاسبه انتگرال بین دو نقطه (با توجه به فرمول انتگرال گیری چند جمله ای) میباشد.
- (10) یک کلاس Coordinator بنویسید که چند جمله ایهای تصادفی با درجه 2 تا 50 و به ازاء هر درجه 1000 چند جمله ای با ضرایب تصادفی مثبت (در کل 49000 چند جمله ای تصادفی) تولید نماید. سپس به ازاء هر چند جمله ای مقدار انتگرال معین را بین 0 تا 30 به روشهای ذیل محاسبه نماید:
 - استفاده از تابع کلاس چند جمله ای برای محاسبه انتگرال از طریق فرمول
 - استفاده از روش محاسبه سیمپسون با: $h=0.1$, $h=0.01$, $h=0.001$
 - استفاده از روش مونت کارلو با: $n=100$, $n=1000$, $n=10000$
- یکبار دیگر آزمایش خود را برای انتگرال معین بین 0 تا 90 با همان داده های بالا تکرار نمایید.
- مانند تمرینهای جلسه گذشته تمام داده های آزمایشها را در یک فایل متنی ذخیره نمایید و با export نمودن آن به excel نمودارهای زیر را ترسیم نمایید:
 - زمان اجرای روش سیمپسون و مونت کارلو به ازاء سه حالت ذکر شده به ازاء بازه های (0,30) و (0,90) (در کل 12 نمودار)
 - خطای نسبی (با احتساب تفاوت جواب به دست آمده با جواب قطعی محاسبه شده از فرمول تقسیم بر مقدار قطعی) به ازاء هر دو روش سیمپسون و مونت کارلو و سه حالت مختلف پارامترهای h و n به ازاء (0,30) و (0,90) (در کل 12 نمودار)
- در تمام نمودارهای بالا محور x ها مقدار درجه چند جمله ای مورد آزمایش و محور y ها مقدار مورد نظر (زمان یا خطا) میباشد. قطعاً به ازاء هر n (بین 2 تا 50) y به صورت میانگین 1000 چند جمله ای تولید شده محاسبه میشود.
- (11) آزمایش دیگری که باید در این هفته بر روی این دو روش انجام دهید این است که درجه چندجمله ای را ثابت بگیرید و با تغییر h در روش سیمپسون و n در روش مونت کارلو، زمان اجرا و خطای روشها بر حسب h و n را به دست آورید (در آزمایش قبلی این امر را بر حسب درجه چندجمله ای به دست آوردید).
- برای انجام این آزمایش مراحل زیر را با تغییر در Coordinator اعمال نمایید:

- در اینجا 1000 چندجمله ای با درجه 5 و 1000 چندجمله ای با درجه 50 به صورت تصادفی تولید میکنیم. هدف محاسبه انتگرال معین در بازه (0 و 50) است.
- به ازاء هر چند جمله ای روش سیمپسون را با h بین (1 و 0.001) با 0.001 step اجرا نماییم.
- به ازاء هر چندجمله ای روش مونت کارلو را با n بین (100 و 100000) با 100 step اجرا نماییم.
- مانند آزمایش قبل داده های خام خروجی را به excel , export نماییم , سپس نمودارهایی برای هر دو روش برای درجه چند جمله ایها بین 5 و 50 ترسیم نماییم. (در کل 8 نمودار)
- در انتها بر حسب نتایج حاصل از آزمایشهای بالا و 32 نمودار (که نمودارهای مشابه میتوانند در یک محور مختصات ترسیم شوند که مقایسه آنها راحتتر شود) یک مقاله با استاندارد IEEE نوشته و با بررسی دقیق نمودارها , دو روش را مقایسه و تحلیل نماییم. این مقایسه شامل روابط بین پارامترهای فوق الذکر, مقایسه زمان و خطای روشها, چگونگی عکس العمل دو روش با توجه به پیچیده شدن تابع مورد انتگرال گیری و ... میباشد. و در انتها محدوده کاربرد و ایده هایی برای انتخاب پارامترهای دو روش ارائه نماییم.