به نام خداوند بخشنده مهربان

هوش مصنوعی

دانشکده مهندسی کامپیوتر

گردآورندگان: صادق محمدیان ،مهرشاد دهقانی ، شایان شعبانی
بهار۱۴۰۴

۲۶ فروردین ۱۴۰۴ | **کوییز اول** | زمان آزمون: ۶۰ دقیقه

۱. لطفا پاسخ خود را با خط خوانا بنویسید.

۲. پاسخ هر سوال را در یک صفحه جدا و شماره پرسش را به صورت واضح در بالای هر صفحه بنویسید.

۳. آزمون از ۱۰۵ نمره است. دریافت ۱۰۰ نمره از ۱۰۵ نمره به منزله دریافت نمره کامل خواهد بود. نمره بالای ۱۰۰ سرریز نخواهد کرد.

۴. نوشته‌های شما در قسمت چرک‌نویس به هیچ عنوان تصحیح نخواهد شد.

۵. استفاده از منابع و لوازم الکترونیکی حین پاسخگویی به سوالات آزمون غیرمجاز است.

پرسش‌های آزمون (۱۰۵ نمره)

پرسش ۱ (۳۰ نمره) درستی یا نادرستی موارد زیر را با ذکر دلیل یا مثال نقض بررسی کنید.

الف) الگوریتم هرس آلفابتا علاوه بر آنکه زمان را کاهش میدهد در جواب به دست آمده برای ریشه درخت با minimax نیز تأثیرگذار میباشد.

ب) در و یک بازی zero-sum با دو بازیکن اعمال یک تابع اکیدا صعودی F برروی برگ های یک درخت minimax برای این بازی پاسخ بهینه آن را تغییر نخواهد داد.

ج) اگر $f(s), h(s), g(s)$ توابع اکتشافی admissible باشند آنگاه $f(s)/۲ + h(s)/۳ + g(s)/۶$ نیز قابل قبول هستند.

د) اگر یک مسله ی CSP سازگار باشد. امکان حل آن بدون استفاده از backtracking وجود دارد.

ه) اجرای الگوریتم UCS روی گرافی با ورن های c_{ij} معادل اجرای آن را روی گرافی با وزن یال های $\alpha c_{ij} + \beta$ به طوری که $\beta > ۰, \alpha > ۰$ است.

پاسخ

الف) نادرست

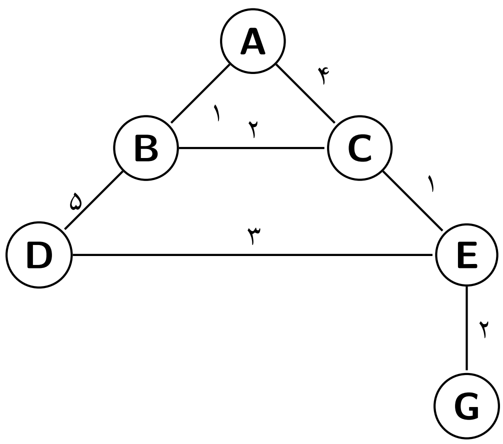
ب) درست

ج) درست

د) نادرست

ه) نادرست

پرسش ۲ (۳۵ نمره) در گراف زیر، هزینه یال‌ها روی یال‌ها نوشته شده‌اند و نیز A راس شروع و G راس هدف است.



تابع heuristic $h(n)$ برای هر گره به صورت زیر تعریف شده است:

گره	$h(n)$
A	۶
B	۴
C	۱
D	۱
E	۲
G	۰

(آ) (۱۰ نمره) آیا این تابع heuristic **مجاز (admissible)** است؟ ادعای خود را ثابت کنید.

(ب) (۱۰ نمره) آیا این تابع heuristic **سازگار (monotonic)** است؟ ادعای خود را ثابت کنید.

(ج) (۱۵ نمره) الگوریتم A^* را در حالت جست و جوی درختی برای این گراف و huristic داده شده اجرا کنید و مسیر بهینه را پیدا کنید. مراحل اجرا را نشان دهید.

پاسخ

(آ) **Admissibility:**

برای اینکه یک تابع heuristic مجاز (admissible) باشد، باید برای هر گره مقدار $h(n)$ کمتر یا مساوی با هزینه واقعی از آن گره تا هدف باشد.

- $A \to B \to C \to E \to G = ۱ + ۲ + ۱ + ۲ = ۶ \Rightarrow h(A) = ۶$
- $B \to C \to E \to G = ۲ + ۱ + ۲ = ۵ \Rightarrow h(B) = ۴ \leq ۵$
- $C \to E \to G = ۱ + ۲ = ۳ \Rightarrow h(C) = ۱ \leq ۳$
- $D \to E \to G = ۳ + ۲ = ۵ \Rightarrow h(D) = ۱ \leq ۵$
- $E \to G = ۲ \Rightarrow h(E) = ۲$
- $G \to G = ۰ \Rightarrow h(G) = ۰$

چون برای همه گره‌ها داریم $h(n) \leq h^*(n)$، پس این تابع heuristic مجاز (admissible) است.

(ب) **Consistency:**

برای اینکه تابع heuristic سازگار (consistent) باشد، باید برای هر یال (n, n') رابطه زیر برقرار باشد:

$$h(n) \leq c(n, n') + h(n')$$

بررسی یال‌ها:

- $A \to B$: $۵ = ۴ + ۱ \geq ۶$ ⍰ **نقض شد!**
- $A \to C$: $۵ = ۱ + ۴ \geq ۶$ ⍰ **نقض شد!**
- $B \to C$: $۳ = ۱ + ۲ \geq ۴$ ⍰ **نقض شد!**
- $B \to D$: $۶ = ۱ + ۵ \geq ۴$ ⍰ درست است.
- $C \to E$: $۳ = ۲ + ۱ \geq ۱$ ⍰ درست است.
- $D \to E$: $۵ = ۲ + ۳ \geq ۱$ ⍰ درست است.
- $E \to G$: $۲ = ۰ + ۲ \geq ۲$ ⍰ درست است.

چون چند نابرابری نقض شده‌اند، این تابع heuristic **سازگار (consistent)** نیست.

(ج) **اجرای A^* (جستجوی درختی):**

در جستجوی درختی، هر بار که گره‌ای را گسترش می‌دهیم، همه فرزندان آن (به جز پدرش) را اضافه می‌کنیم، حتی اگر قبلاً دیده شده باشند.

در این‌جا Open مجموعه‌ای از گره‌هایی است که باید بررسی شوند و در هر مرحله گره‌ای با کمترین مقدار $f(n) = g(n) + h(n)$ انتخاب و گسترش می‌یابد.

- مرحله ۰: Open = {A} $\quad g(A) = ۰$، $f = ۰ + ۶ = ۶$
- مرحله ۱: گسترش A:
  - B: $g = ۱$، $f = ۱ + ۴ = ۵$
  - C: $g = ۴$، $f = ۴ + ۱ = ۵$

  Open = {B (f=۵)، C (f=۵)}
- مرحله ۲: گسترش B:
  - C (از B): $g = ۱ + ۲ = ۳$، $f = ۳ + ۱ = ۴$
  - D: $g = ۱ + ۵ = ۶$، $f = ۶ + ۱ = ۷$

  Open = {C (f=۵)، C (f=۴)، D (f=۷)}
- مرحله ۳: گسترش C (با $f = ۴$، مسیر A-B-C):
  - A (پدر نیست، مسیر مجاز است): $g = ۳ + ۴ = ۷$، $f = ۷ + ۶ = ۱۳$
  - E: $g = ۳ + ۱ = ۴$، $f = ۴ + ۲ = ۶$

  Open = {C (f=۵)، D (f=۷)، A (f=۱۳)، E (f=۶)}
- مرحله ۴: گسترش C (با $f = ۵$، مسیر A-C):

- E: $g = ۴ + ۱ = ۵$، $f = ۵ + ۲ = ۷$
- B: $g = ۴ + ۲ = ۶$، $f = ۶ + ۴ = ۱۰$

Open = {D (f=۷)، A (f=۱۳)، E (f=۶)، E (f=۷)، B (f=۱۰)}

- مرحله ۵: گسترش E (با $f = ۶$، مسیر A-B-C-E):
  - G: $g = ۴ + ۲ = ۶$، $f = ۶ + ۰ = ۶$
  - D: $g = ۴ + ۳ = ۷$، $f = ۷ + ۱ = ۸$

Open = {D (f=۷)، A (f=۱۳)، E (f=۷)، B (f=۱۰) G (f=۶)، D (f=۸)}

- مرحله ۶: گسترش G

مسیر بهینه:

$$A \to B \to C \to E \to G$$

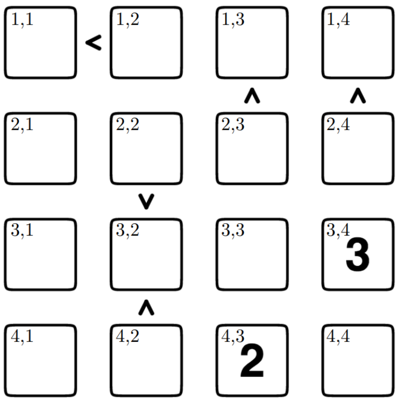
هزینه کل:

$$۱ + ۲ + ۱ + ۲ = \boxed{۶}$$

پرسش ۳ (۴۰ نمره)

فوتوشیکی (Futoshiki) یک پازل منطقی ژاپنی است که بسیار ساده ولی می‌تواند چالش‌برانگیز باشد. شما یک شبکه $n \times n$ دارید و باید اعداد $۱, \ldots, n$ را طوری در آن قرار دهید که در هر سطر و ستون دقیقاً یکی از هر عدد وجود داشته باشد. همچنین باید اعداد را به گونه ای در خانه ها بگذارید که نامساوی های بین بعضی از خانه های مجاور نیز برقرار باشد.

در پایین، یک نمونه از این پازل برای $n = ۴$ نشان داده شده است. برخی از خانه‌ها دارای مقدار مشخصی هستند به‌طوری‌که پازل تنها یک پاسخ یکتا دارد. توجه داشته باشید که نامساوی ها فقط بین دو خانه مجاور اعمال می‌شوند و محدودیتی برای سایر خانه‌های همان سطر یا ستون ایجاد نمی‌کنند.



شکل ۱: نمونه‌ای از پازل فوتوشیکی برای $n = ۴$

بیایید این پازل را به‌صورت یک مسئله‌ی CSP (مسئله‌ی ارضای محدودیت) مدل‌سازی کنیم. از ۱۶ متغیر استفاده می‌کنیم، یکی برای هر خانه، با نماد X_{ij} برای خانه‌ای در سطر i و ستون j (هر خانه دارای برچسب i, j در گوشه بالا سمت چپ خود است). تنها محدودیت‌های یکتایی (یعنی محدودیت‌های تک‌متغیره) شامل مقداردهی اولیه به برخی از خانه‌ها هستند (برای مثال، $X_{۳۴} = ۳$).

الف) این مساله CSP را فقط با استفاده از محدودیت های دوتایی (علاوه بر محدودیت های یکتایی) کامل کنید.دامنه متغیر ها و تمام محدودیت های دوتایی لازم را تعریف کنید. (نیازی به نوشتن همه ی آنها نیست و میتوانید از نمادگذاری ریاضی استفاده کنید.)

ب) پس از اِعمال محدودیت‌های یکتایی، به محدودیت‌های دوتایی بین $X_{۱۴}$ و $X_{۲۴}$ توجه کنید. با اعمال arc consistency فقط بر این محدودیت‌ها، دامنه‌های به‌دست‌آمده برای این دو متغیر را مشخص کنید.

ج) فرض کنید محدودیت‌های یکتایی اِعمال شده و سپس arc consistency برای تمام متغیرها اجرا شده است. پس از این مرحله، بیشینه اندازه‌ی دامنه برای هر متغیر چه خواهد بود؟ **راهنمایی:** متغیر(های) با کمترین محدودیت را در نظر بگیرید؛ نیازی به اجرای کامل arc consistency نیست.

د) فرض کنید محدودیت‌های یکتایی اِعمال شده و سپس arc consistency روی CSP اولیه در شکل اجرا شده است. بیشینه اندازه‌ی دامنه برای یک متغیر که با یک نامساوی مجاور است، چقدر خواهد بود؟

ه) یک جواب قابل قبول برای این مسله CSP ارائه دهید.

پاسخ

الف) دامنه ها: $X_{ij} \in \{۱, ۲, ۳, ۴\}, \ \forall i, j$

محدودیت های یکتایی: $X_{۳۴} = ۳, \ X_{۴۳} = ۲$

محدودیت های دوتایی نامساوی ها: $X_{۱۱} < X_{۱۲}, \ X_{۱۳} < X_{۲۳}, \ X_{۱۴} < X_{۲۴}, \ X_{۳۲} < X_{۲۲}, \ X_{۳۲} < X_{۴۲}$

محدودیت های دوتایی ردیف ها: $X_{ij} \neq X_{ik}, \ \forall i, j, k, \ j \neq k$

محدودیت های دوتایی ستون ها: $X_{ij} \neq X_{kj}, \ \forall i, j, k, \ i \neq k$

ب) $X_{۱۴} \in \{۱, ۲\}$، $X_{۲۴} \in \{۲, ۴\}$ توجه کنید که هر دو مقدار ۳ به‌خاطر محدودیت ستونی با $X_{۳۴}$ حذف شده‌اند.

ج) بیشینه اندازهٔ ممکن دامنه ۴ است (یعنی هیچ مقداری از دامنهٔ اصلی حذف نشده است). متغیر $X_{۲۱}$ را در نظر بگیرید — نمی توانیم هیچ مقداری از دامنهٔ آن را از طریق arc consistency حذف کنیم.

د) بیشینه اندازهٔ دامنه ۳ است — باید همیشه مقدار ۱ یا ۴ را از دامنهٔ متغیری که در یک محدودیت نابرابری شرکت دارد حذف کنید.

ه)