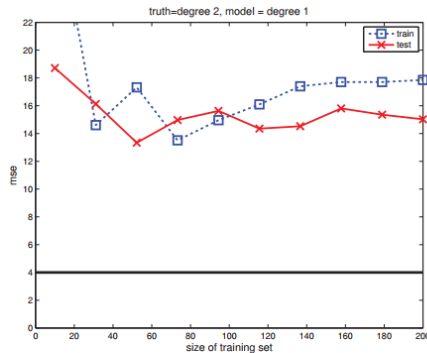


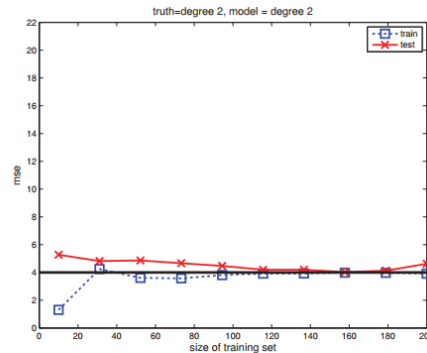
## تمرین سری سوم

۱. کدام یک از گزاره‌های زیر در مورد  $k$ -Nearest Neighbor ( $k$ -NN) به ازای هر  $k$ ای درست است؟ با ذکر دلیل بیان کنید.

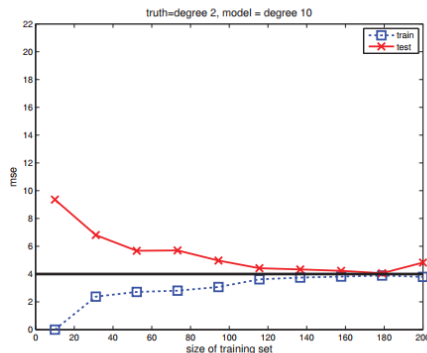
- مرز تصمیم‌گیری (decision boundary) یک دسته‌بند  $k$ -NN، خطی است.
  - مدت زمان لازم برای دسته‌بندی کردن داده‌های تست با  $k$ -NN، با اندازه‌ی داده‌های آموزش رشد می‌کند.
  - برای مینیمم کردن خطای تست، همیشه باید مقدار  $k$ ای انتخاب شود که خطای آموزش را مینیمم می‌کند.
۲. خطای مجموعه‌ی تست همیشه با افزایش تعداد داده‌های مجموعه‌ی آموزش، کاهش می‌یابد. با این حال، همانطور که در شکل زیر می‌بینید، اگر پیچیدگی مدل را به اندازه‌ی کافی افزایش دهیم؛ ممکن است خطای مجموعه آموزش تا قبل از اینکه به یک سطح صاف (plateau) برسد، کمی افزایش یابد. دلیل این امر را توضیح دهید.



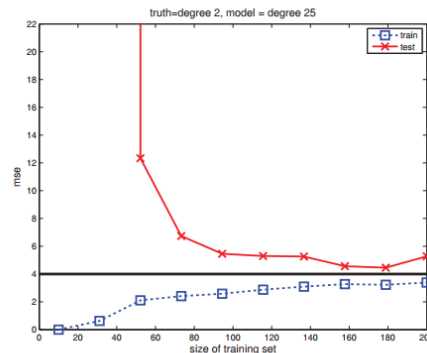
(a)



(b)



(c)



(d)

۳. در دسته‌بندی تک‌متغیره (univariate classification)، با معادله‌ی  $\sigma(wx + b)$ ، که  $x$  و  $\sigma$  به ترتیب ورودی و تابع

$\sigma$ ، مفهوم  $w$  و  $b$  را بیان کنید. (راهنمایی: نسبت این دو با حاصل ترکیب خطی)

۴. ورودی تک‌بعدی  $x$  را در نظر بگیرید، به صورتی که  $x \in (2, 4)$  عضو کلاس  $C1$  و  $x < 2$  و  $x > 4$  عضو کلاس  $C2$  باشند.

چگونه با استفاده از دسته‌بندی خطی (linear classification) می‌توان این دو کلاس را جدا کرد؟

۵. یک شبکه‌ی دولایه را در نظر بگیرید که در لایه‌ی پنهان از تابع  $\sigma$  به عنوان تابع فعال‌سازی استفاده می‌کند. نشان دهید

که یک شبکه‌ی معادل وجود دارد که با ورودی یکسان، خروجی یکسانی خواهد داشت و از تابع فعال‌سازی  $\tanh$  در لایه‌ی پنهان خود استفاده می‌کند.

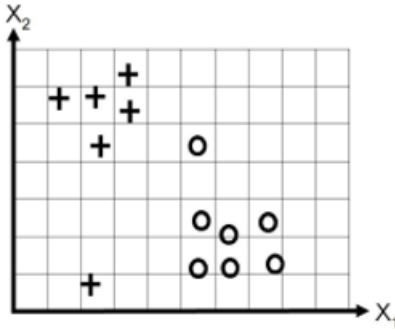
(راهنمایی: رابطه‌ی بین توابع  $\sigma$  و  $\tanh$  را بنویسید و نشان دهید دو شبکه با یک تبدیل خطی در ورودی لایه‌ی پنهان، به هم قابل تبدیل‌اند.)

۶. پرسپترونی پیشنهاد دهید که:

a. NOT ورودی‌هایش را حساب کند.

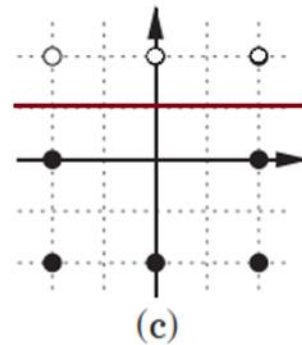
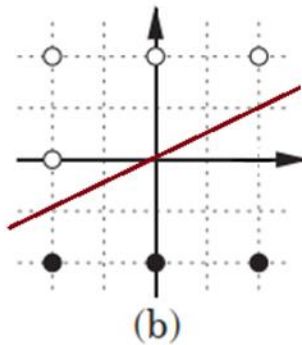
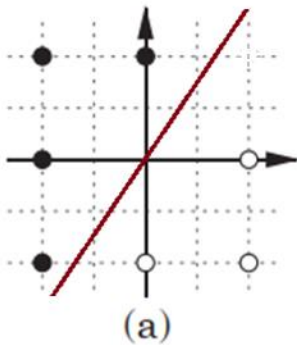
b. NAND دو ورودی خود را محاسبه کند.

۷. دیتاست زیر را در نظر بگیرید:

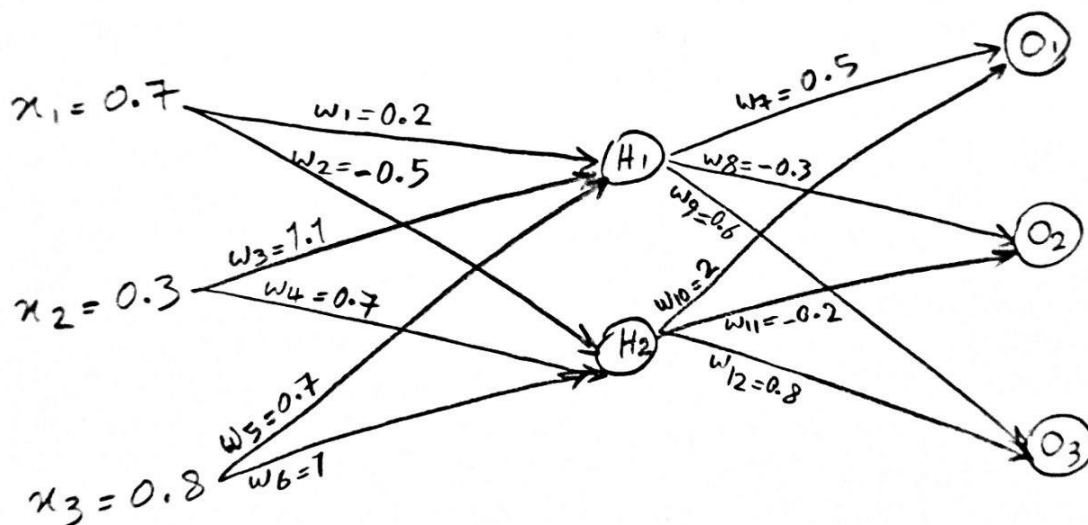


می‌خواهیم یک مدل رگرسیون لجستیک با معادله‌ی  $\sigma(w_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$  را بر روی این دیتاست آموزش دهیم. به انتخاب خود یک مرز تصمیم‌گیری با مقدار خطای طبقه‌بندی کم، برای این دیتاست رسم کنید. (به عبارت دیگر مقدار بردار  $\hat{w} = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$  را تعیین کنید). مرز پیشنهادی شما چند خطای طبقه‌بندی را نتیجه می‌دهد؟ آیا جواب شما تنها مرز تصمیم‌گیری با کمترین مقدار خطای طبقه‌بندی است؟

۸. شکل‌های زیر، سه خط جداکننده‌ی حاصل از آموزش پرسپترون روی هر یک از دیتاست‌ها را نشان می‌دهند. محور افقی و عمودی به ترتیب  $x_1$  و  $x_2$  هستند. وزن‌ها و بایاس آموزش داده‌شده برای هر یک را بیابید.



۹. فرض کنید بایاس در شبکه‌ی زیر صفر و تابع فعالسازی sigmoid است؛



- حاصل لایه‌ی پنهان و لایه‌ی آخر را به دست آورید.
- آستانه‌ی ۰.۵ را برای حاصل لایه‌ی خروجی اعمال کنید و نتایج را به دو عدد ۰ یا ۱ نگاشت کنید.
- اگر برچسب‌های واقعی برای خروجی  $O_1$ ،  $O_2$  و  $O_3$  به ترتیب ۱، ۰ و ۱ باشند، مشخص کنید کدام وزن‌ها باید تغییر کنند.