Compte-rendu de la Tâche 1: Modèle Dynamique Inverse du Robot 2R et identification

Matis Viozelange, Tom Lemmel

13/02/2024

1 Introduction

Dans ce document, nous cherchons à faire l'identification des paramètres inertiels d'un robot RR.

2 Inverse dynamic Model and Equations

L'IDM exprime les couples articulaires (τ) en fonction des positions articulaires (q), des vitesses ($\dot{q}$), des accélérations ($\ddot{q}$) et des forces externes. La méthode de Lagrange est utilisée, qui repose sur la différence entre l'énergie cinétique (T) et l'énergie potentielle (V) du système :

$$L = T - V \tag{1}$$

$$\tau = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} \tag{2}$$

On peut alors après calculs en déduire l'expression complète du IDM sans frictions :

$$\begin{aligned}
\Gamma_1 =& H_{11}(\theta_2)\ddot{\theta}_1 + H_{12}(\theta_2)\ddot{\theta}_2 \\
& - l_1 m_2 \sin(\theta_2)\dot{\theta}_2^2 - 2 l_1 m_2 \sin(\theta_2)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\
& + g(m_{x1} + l_1 m_2)\cos(\theta_1) + g m_{x2}\cos(\theta_1 + \theta_2), \\
\Gamma_2 =& H_{22}\ddot{\theta}_2 + H_{12}(\theta_2)\dot{\theta}_1 \\
& + l_1 m_2 \sin(\theta_2)\dot{\theta}_1^2 + g m_{x2}\cos(\theta_1 + \theta_2).
\end{aligned} \tag{3}$$

avec :

$$\begin{aligned}
H_{11}(\theta_2) &= z_{x1} + n_1^2 I_{a1} + z_{z2} + 2 l_1 m_{x2}\cos(\theta_2) + l_1^2 m_2, \\
H_{12}(\theta_2) &= z_{z2} + l_1 m_{x2}\cos(\theta_2), \\
H_{22} &= z_{z2} + n_2^2 I_{a2}.
\end{aligned} \tag{4}$$

Pour procéder à l'identification, nous devons ajouter les termes de frictions et mettre les équations sous cette forme :

$$\Gamma_h = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 & w_{13}(\theta_2) & 0 & \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1) & 1 & \dot{\theta}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 & w_{23}(\theta_2) & n_2^2\dot{\theta}_2 & 0 & 0 & \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_2) & 1 & \dot{\theta}_2 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_a \\ \ddot{z}_{z2} \\ m_{x2} \\ I_{a2} \\ F_{s1} \\ o_1 \\ F_{v1} \\ F_{s2} \\ o_2 \\ F_{v2} \end{bmatrix} \tag{5}$$

Où J_a correspond à :

$$J_a = z_{x1} + n_1 I_{a1} + l_1^2 m_2 \tag{6}$$

On peut voir que la matrice ne dépendant que des paramètres inertiels est de grande dimension. L'identification permettra de les estimer et de suprimer certains de ces termes.

3 Identification

Grâce au code `identif.py`, nous avons été capable d'identifier les termes inertiels à partir du jeu de données ident data. Nous obtenons :

- Ja_id = 0.384973
- zz2_id = 0.0772272
- mx2_id = 0.0394623
- Ia2_id = -0.000184724
- Fs1_id = -0.0920058
- of1_id = -0.09789
- Fv1_id = 0.421948
- Fs2_id = 0.268327
- of2_id = 0.0596759
- Fv2_id = 0.238069

Suite à l'exécution du script `model_test.py` sans suppression de termes, nous obtenons les résultats suivants pour les paramètres Γ_1 et Γ_2 identifiés :

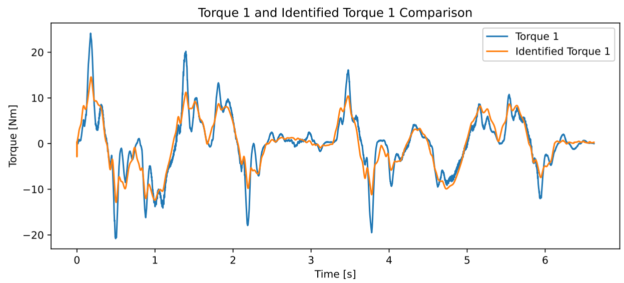

FIGURE 1 – Comparaison du couple Γ_1 identifié avec les données d'identification pour le couple 1.

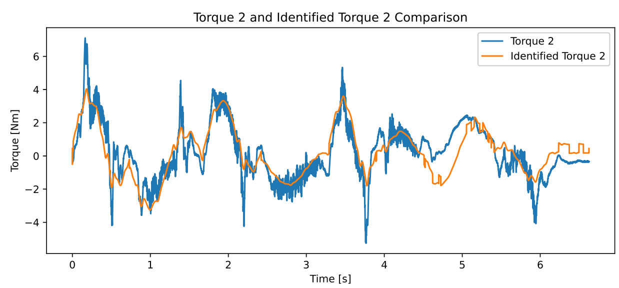

FIGURE 2 – Comparaison du couple Γ_2 identifié avec les données d'identification pour le couple 2.

Ils feront office de modèle de base. Nous ajoutons ces lignes de code pour suprimer les élèments inertiels et voir les effets sur les courbes.

```
del_col = []
K_ident = np.delete(K_ident, del_col)
W = np.delete(W, del_col, axis=1)
```

Nous utilisons la fonction de la librairie numpy : np.corrcoef pour calculer un coefficient de correlation entre les courbes. Nous optenons pour le modèle de base :
Correlation between Torque 1 and Identified Torque 1 : 0.9211546689076232
Correlation between Torque 2 and Identified Torque 2 : 0.8283720405928399

Après plusieurs essais, nous décidons de suprimer ces éléments :

$$mx2\_id \quad Ia2\_id \quad Fs1\_id \quad of1\_id \quad Fv1\_id \quad of2\_id$$

Nous obtenons alors des coefficients de correlation tels que :
Correlation between Torque 1 and Identified Torque 1 : 0.9032150778042216
Correlation between Torque 2 and Identified Torque 2 : 0.8227287076902939

Nous pouvons alors tester le modèle avec les paramètres identifiés sur le jeu de données cross validation. Nous obtenons :

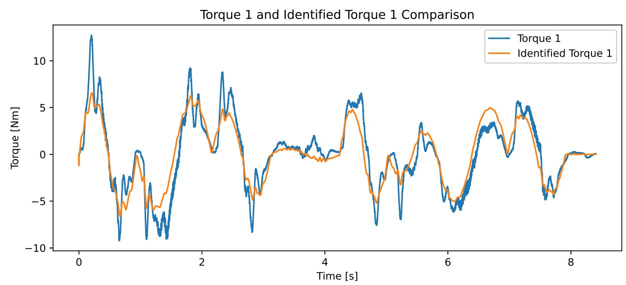

FIGURE 3 – Comparaison du couple γ_1 identifié avec les données de cross validation pour le couple 1.

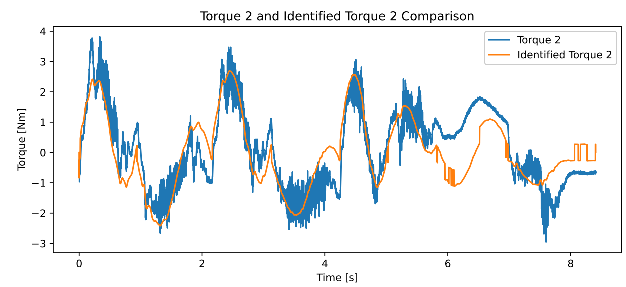

FIGURE 4 – Comparaison du couple γ_2 identifié avec les données de cross validation pour le couple 2.

Correlation between Torque 1 and Identified Torque 1 : 0.916843521750714
Correlation between Torque 2 and Identified Torque 2 : 0.8093652567182208

On peut voir que le modèle rend un résultat tout autant satisfaisant pour le cas cross validation de celui utilisé pour l'identification.