数据科学基础 I (Matlab)

东北大学

数据科学中的数学基础与运算基础

Recall：函数

- 函数表示量与量之间的关系

$$y = f(x)$$

因变量　自变量

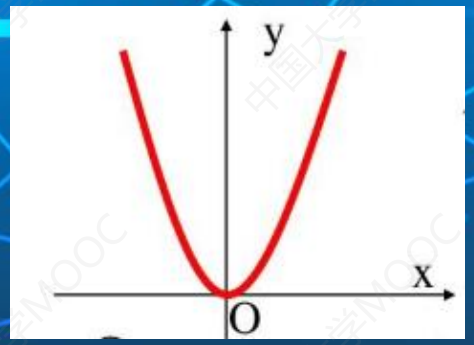
量
- 标量
- 向量
- 矩阵
- 张量

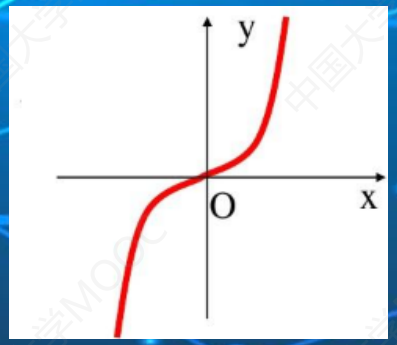
更广泛的意义：映射，即从x所在的 定义域 到y所在的 值域 的映射。

函数特性

- 奇偶性

偶函数 $f(-x)=f(x)$　奇函数 $f(-x)=-f(x)$

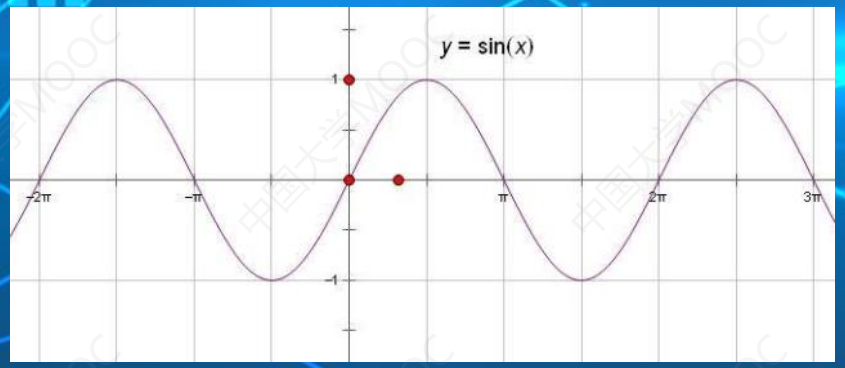




函数特性

- 周期性

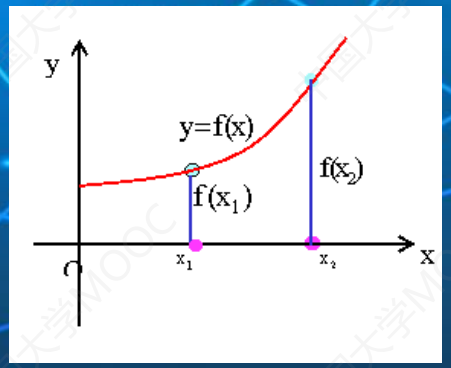
$$f(x+T)=f(x)$$

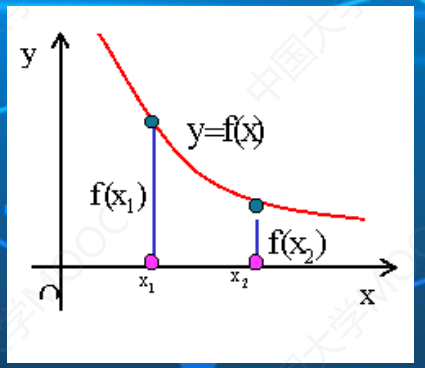


函数特性

- 单调性

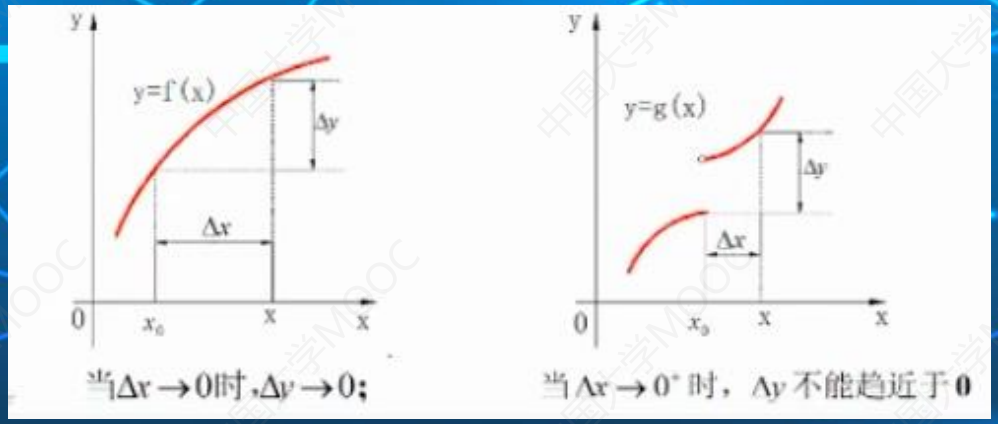
单调递增 $f(x_1) < f(x_2)$　　单调递减 $f(x_1) > f(x_2)$





函数特性

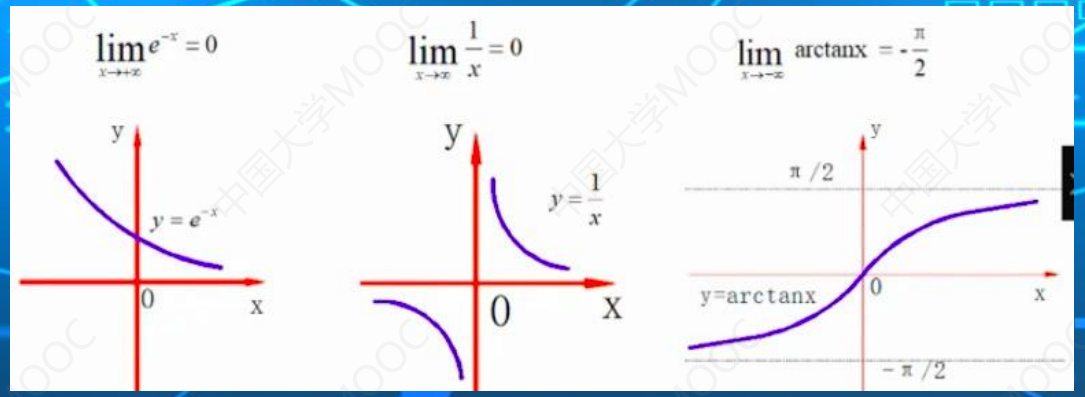
- 连续性 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y=\lim\limits_{\Delta x\to 0}[f(x_0+\Delta x)-f(x_0)]=0$



当$\Delta x\to 0$时，$\Delta y\to 0$；　　当$\Delta x\to 0^+$时，Δy不能趋近于0

函数极限

- 是‘无限接近’的数学表示



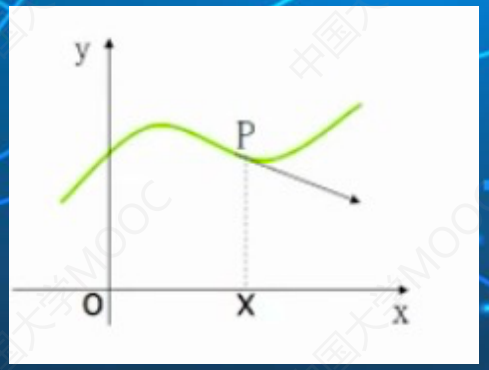

```
>> syms x;
>> y=arctan(x);
>> limit(y,x,-inf)
ans =
   -pi/2
>> limit(y,x,inf)
ans =
    pi/2
```

函数导数

- 是函数$y=f(x)$ 在某一处的 变化率

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

也记为 $\frac{dy}{dx}$



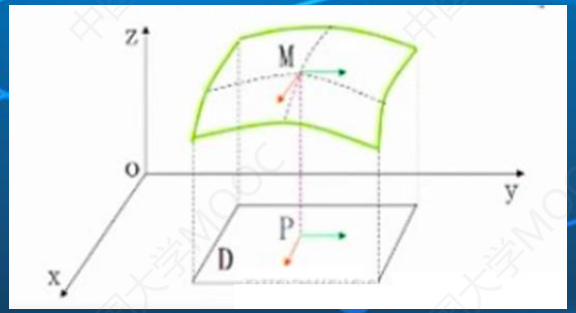

```
>> syms x;
>> y=atan(x);
>> diff(y)
ans =
   1/(x^2 + 1)
```

偏导数

- 是二元函数$z=f(x,y)$ 在某一轴向（ x或y ）上的 变化率

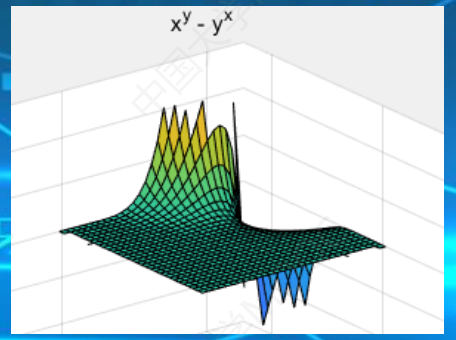
$$fx(x_0,y_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x,y_0)-f(x_0,y_0)}{\Delta x}$$

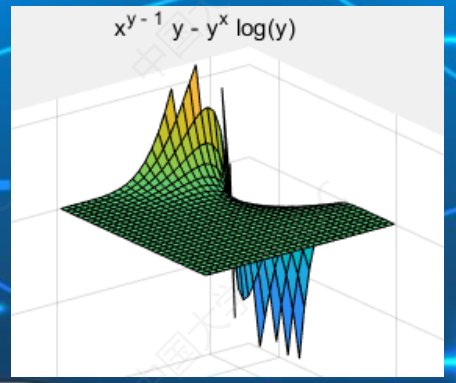
也记为 $\left.\dfrac{\partial f}{\partial x}\right|_{\substack{x=x_0\\ y=y_0}}$



偏导数

```
>> syms x y;
>> f=x^y-y^x;
>> diff(f,x)
ans =
   x^(y - 1)*y + y^x*log(y)
>> diff(f,y)
ans =
   x*y^(x - 1) + x^y*log(x)
```



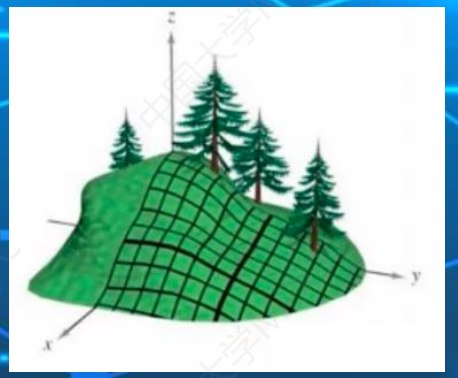


方向导数

- 是二元函数$z=f(x,y)$ 在某一点处某个指定方向上的 变化率

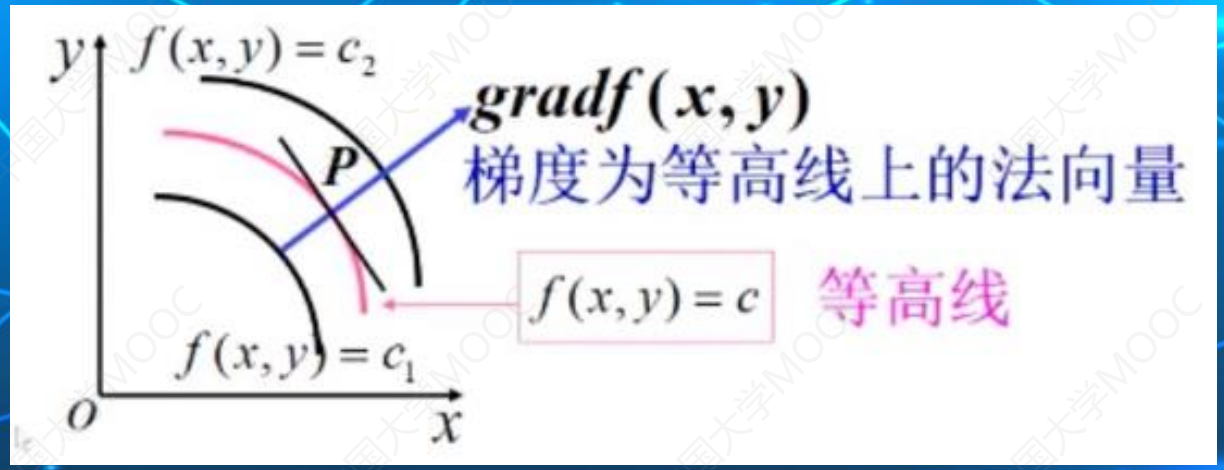
$$\frac{\partial f}{\partial l}=\lim_{\rho\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x,y+\Delta y)-f(x,y)}{\rho}$$

$$\frac{\partial f}{\partial l}=\frac{\partial f}{\partial x}\cos\varphi+\frac{\partial f}{\partial y}\sin\varphi$$



梯度

- 函数在某点的梯度是一个向量，其方向与方向导数最大值取得的方向一致，其大小是最大的方向导数。



梯度

```
>> syms x y;
>> f=x^2*y^3;
>> gradf=gradient(f)
gradf =
 2*x*y^3
 3*x^2*y^2
```