



数据科学基础 I (Matlab)

— 东北大学 —





数乘运算

- 向量的数乘

$$A\lambda x = x\lambda = [\lambda x_1 \lambda x_2 \cdots \lambda x_n]$$

- 矩阵的数乘

$$\lambda A = A\lambda = \begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \cdots & \lambda a_{1n} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \cdots & \lambda a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda a_{m1} & \lambda a_{m2} & \cdots & \lambda a_{mn} \end{bmatrix}$$



数乘运算

```
>> x=[4 10 6]
```

```
x =
```

```
    4    10     6
```

```
>> 2*x
```

```
ans =
```

```
    8    20    12
```

```
>> A=[4 10 6; -2 4 0; 0 4 5]
```

```
A =
```

```
     4     10     6  
    -2      4      0  
     0      4      5
```

```
>> 2*A
```

```
ans =
```

```
     8     20     12  
    -4      8      0  
     0      8     10
```



加法

○ 向量的加法

$$x+y=[x_1+y_1, \quad x_2+y_2, \quad \dots, \quad x_n+y_n]$$

○ 矩阵的加法

$$A+B=\begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{bmatrix}$$



矩阵与向量相加?



加法

```
>> x=[4 10 6]
```

```
x =
```

```
     4     10     6
```

```
>> y=[1 2 3]
```

```
y =
```

```
     1     2     3
```

```
>> x+y
```

```
ans =
```

```
     5    12     9
```



加法

```
>> A=[4 10 6; -2 4 0; 0 4 5];  
>> B=[1 2 3; 3 4 5; 7 8 9];  
>> A+B
```

ans =

5	12	9
1	8	5
7	12	14

```
>> A+y
```



ans =

5	12	9
-1	6	3
1	6	8

矩阵和向量相加，即向量和矩阵的
的每一行相加。这是一种隐式地复制
向量到很多位置的方式，称为广播
(Broadcasting)



向量乘法——内积

- 设向量 $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$
- 设向量 $y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]$
- 则内积 $[x, y] = x^T y = x_1 y_1 + \dots + x_n y_n$

 运算是指元素逐个对应相乘并求和



向量乘法——内积

```
>> x=[1 0 3]
```

```
x =
```

```
1    0    3
```

```
>> y=[1 2 3]
```

```
y =
```

```
1    2    3
```

```
>> x*y
```

错误使用 *

```
>> x*y'
```

```
ans =
```

```
10
```

```
>> dot(x,y)
```

```
ans =
```

```
10
```

思考:

cross(x,y)是什么运算?

```
>> x.*y
```

```
ans =
```

```
1
```

```
0
```

```
9
```




矩阵乘法

$$C_{i,j} = \sum_k A_{i,k} B_{k,j}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 7 \\ 16 & 8 \end{bmatrix}$$

相等

$$\mathbf{R}^{M \times K} \times \mathbf{R}^{K \times N} = \mathbf{R}^{M \times N}$$



矩阵乘法

```
>> A=[1 0 3; 0 2 4]
```

```
A =
```

1	0	3
0	2	4

```
>> B=[1 1; 2 0; 3 2]
```

```
B =
```

1	1
2	0
3	2

```
>> A*B
```

```
ans =
```

10	7
16	8



矩阵乘法应用

- 已知两项数据，计算年度总成本。

产品	产品A	产品B
材料成本	1	1
人力成本	2	3
管理费成本	3	5

产品单件成本构成表A

产品	第一季度	第二季度	第三季度	第四季度
产品A	100	150	180	120
产品B	300	200	240	180

产品季度产量表B



矩阵乘法应用

- 已知两项数据，计算年度总成本。

```
>> A=[1,1;2,3;3,5];  
>> B=[100,150,180,120;  
      300,200,240,180];  
>> cost=sum(sum(A*B))  
cost =  
    11580
```




矩阵除法？逆矩阵

- 逆矩阵基于“倒数”思想
- 矩阵（方阵） A 的逆矩阵 A^{-1} 满足

$$A^{-1}A = \boxed{I_n} \leftarrow \text{单位方阵}$$

注意：在Matlab中，是对矩阵/向量进行左除（\）和右除（/）运算的

$$A \setminus B = \text{inv}(A) * B$$

$$B / A = B * \text{inv}(A)$$



矩阵转置

- 对任意矩阵 $A_{m \times n}$, 其元素为 a_{ij} 。向量可以看作只有一行（列）的矩阵标量的转置等于自身。
- 则矩阵转置

$$(A^T)_{i,j} = A_{j,i}$$

```
>> A=[-1 0 5; 2 4 6; 0 4 5]
```

A =

-1	0	5
2	4	6
0	4	5



```
>> A'
```

ans =

-1	2	0
0	4	4
5	6	5