

算法的由来

算法的定义

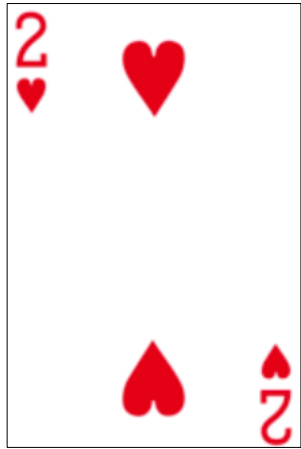
算法的性质

算法的表示

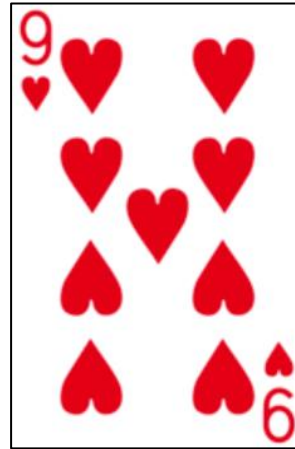
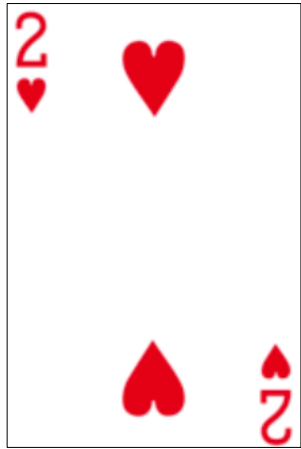
算法的分析



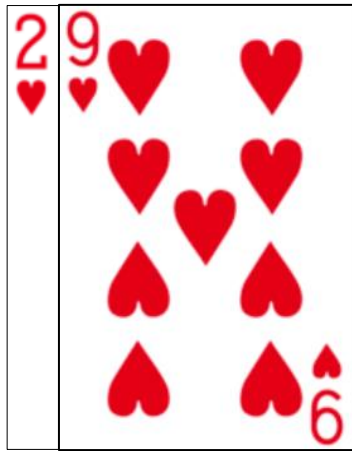
生活中的算法



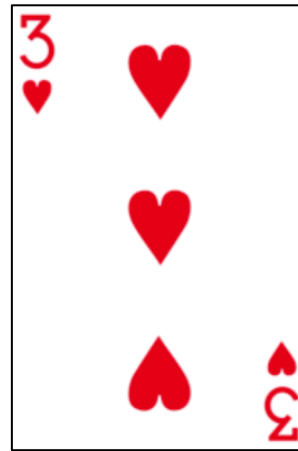
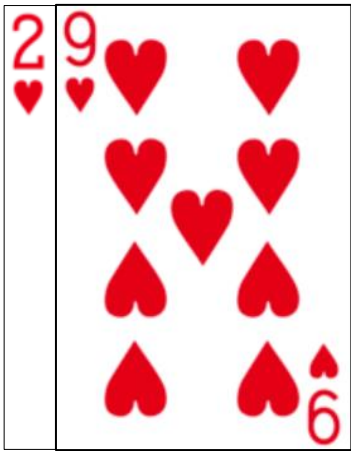
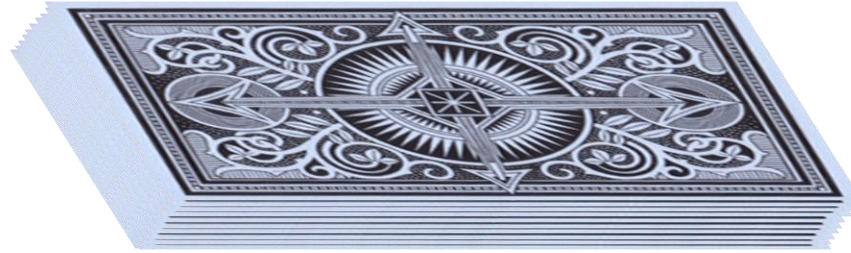
生活中的算法



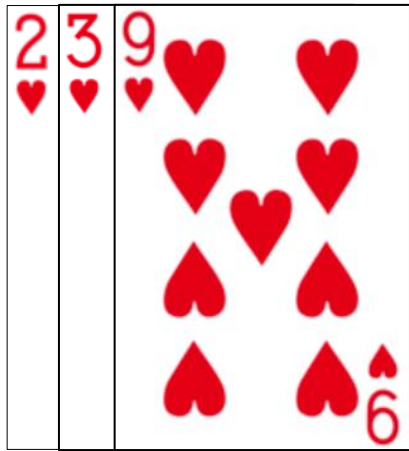
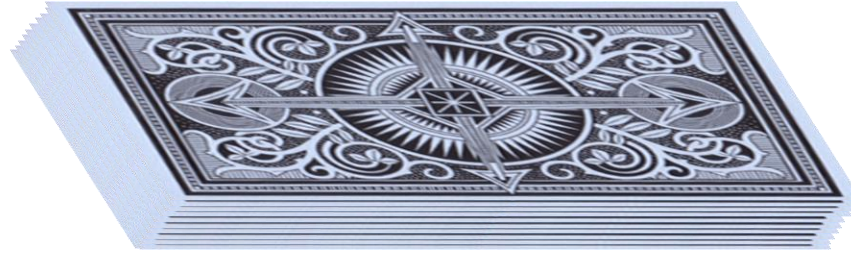
生活中的算法



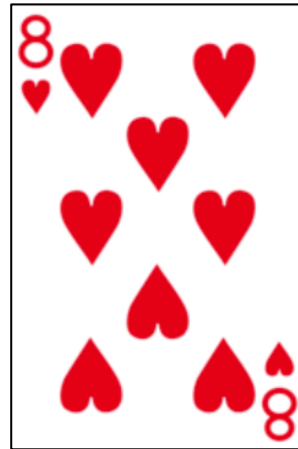
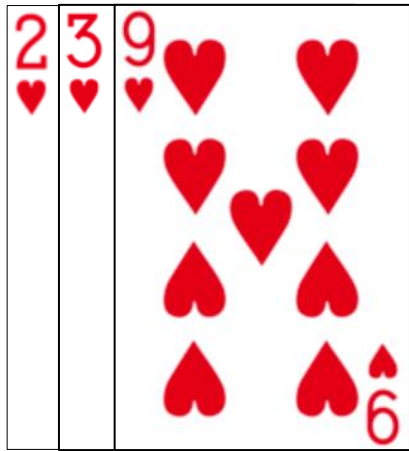
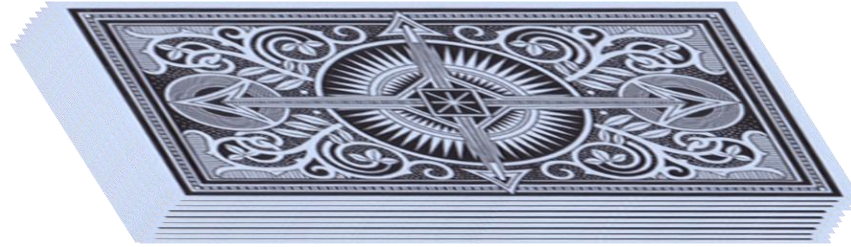
生活中的算法



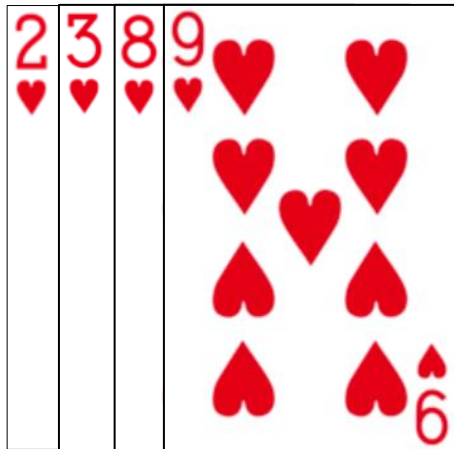
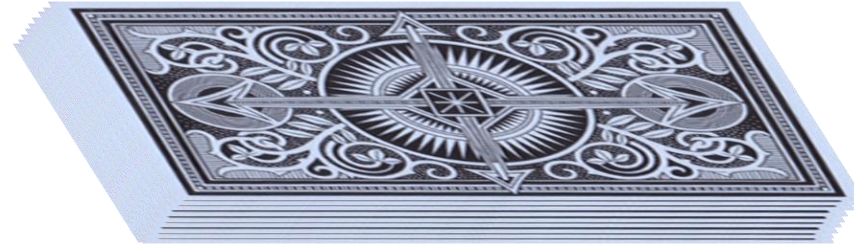
生活中的算法



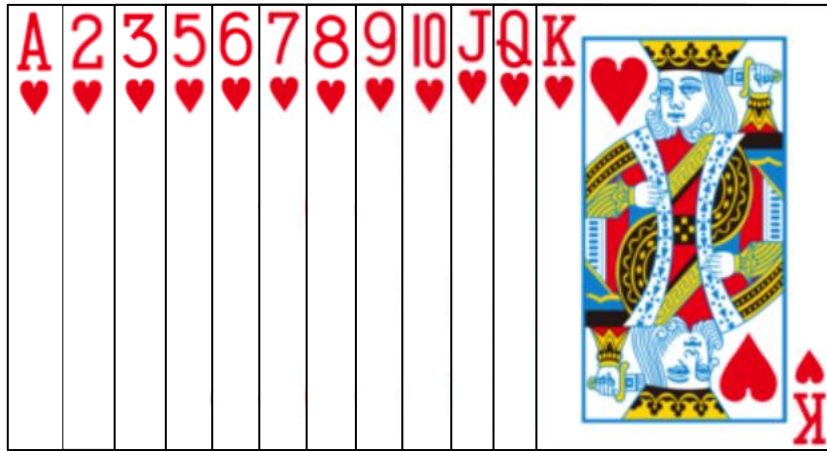
生活中的算法



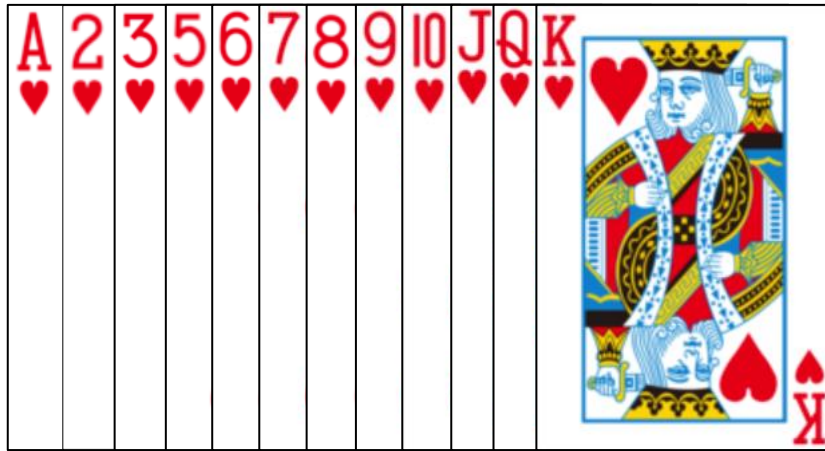
生活中的算法



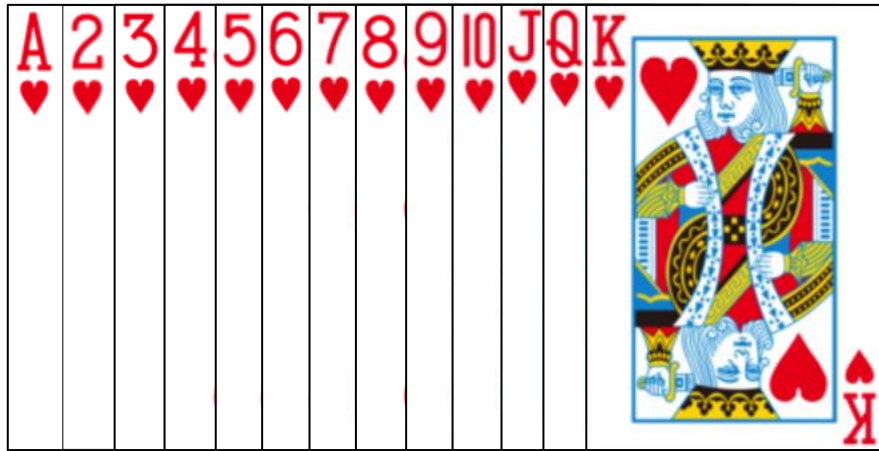
生活中的算法



生活中的算法



生活中的算法



- 定义
 - 给定数据输入，计算满足某种性质输出的问题

- 定义

- 给定数据输入，计算满足某种性质输出的问题

- 示例

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

- 定义

- 给定数据输入，计算满足某种性质输出的问题

- 示例

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

输入：
包含16个数字的数组

24	17	40	28	13	14	22	32	40	21	48	4	47	8	37	18
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	---	----	----

- 定义

- 给定数据输入，计算满足某种性质输出的问题

- 示例

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

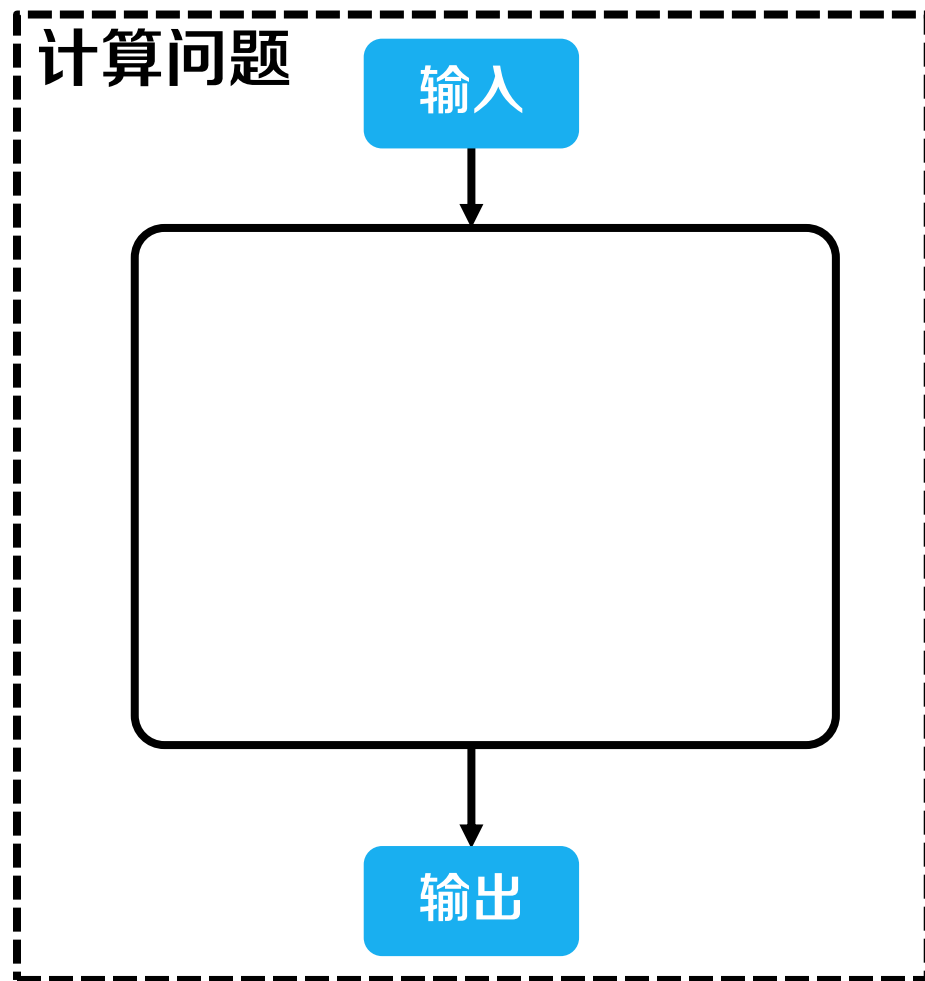
输入：
包含16个数字的数组

24	17	40	28	13	14	22	32	40	21	48	4	47	8	37	18
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	---	----	----

输出：
满足升序性质的输入数组

4	8	13	14	17	18	21	22	24	28	32	37	40	40	47	48
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

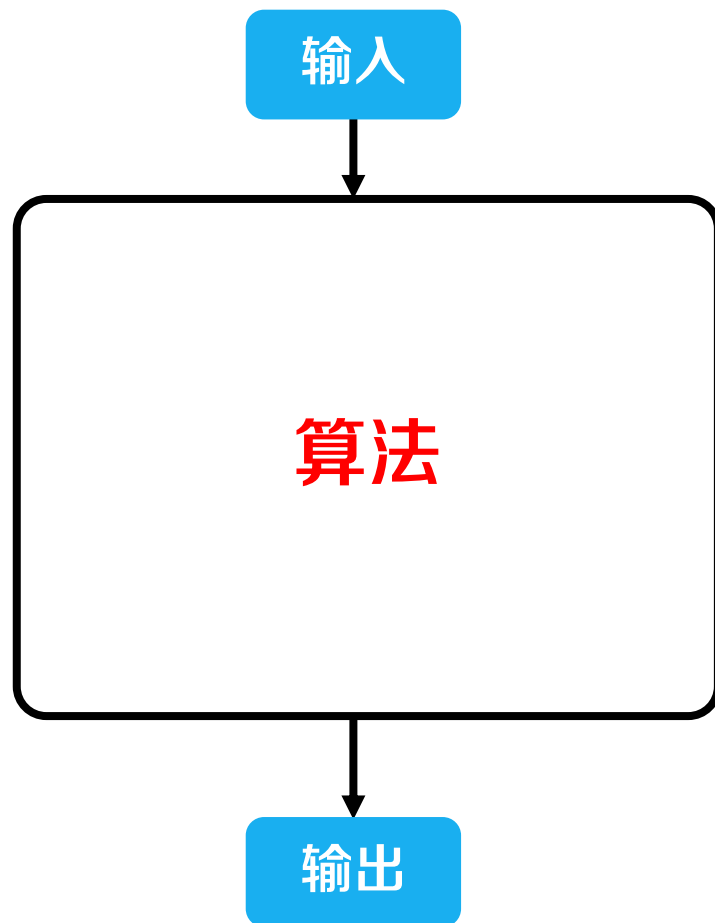
- 给定计算问题



算法的定义



- 给定计算问题，**算法**是一系列良定义的计算步骤

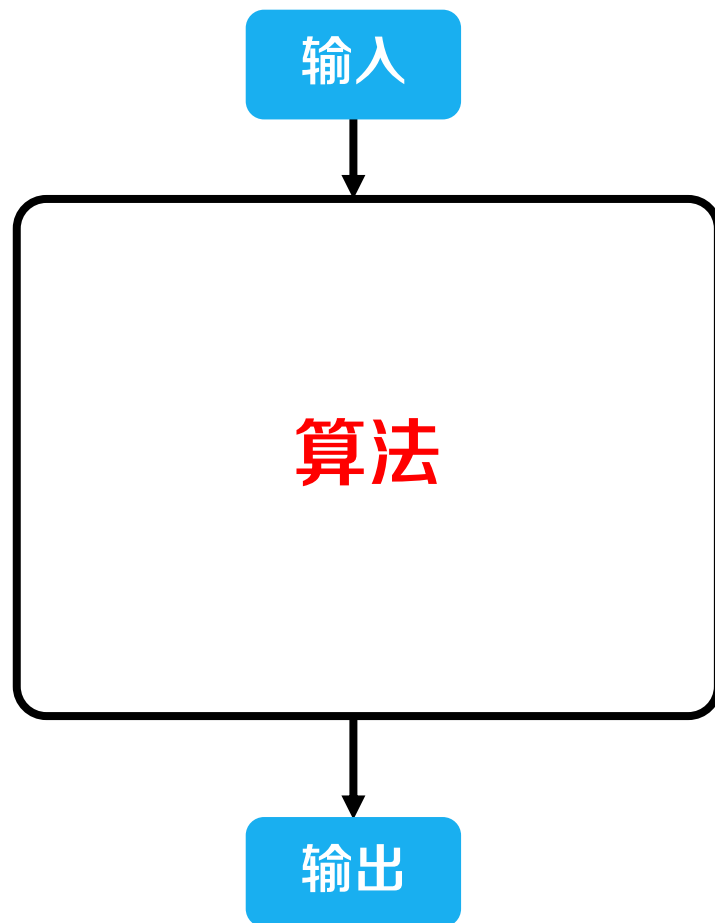


算法的定义



- 给定计算问题，算法是一系列**良定义**的计算步骤

定义明确无歧义

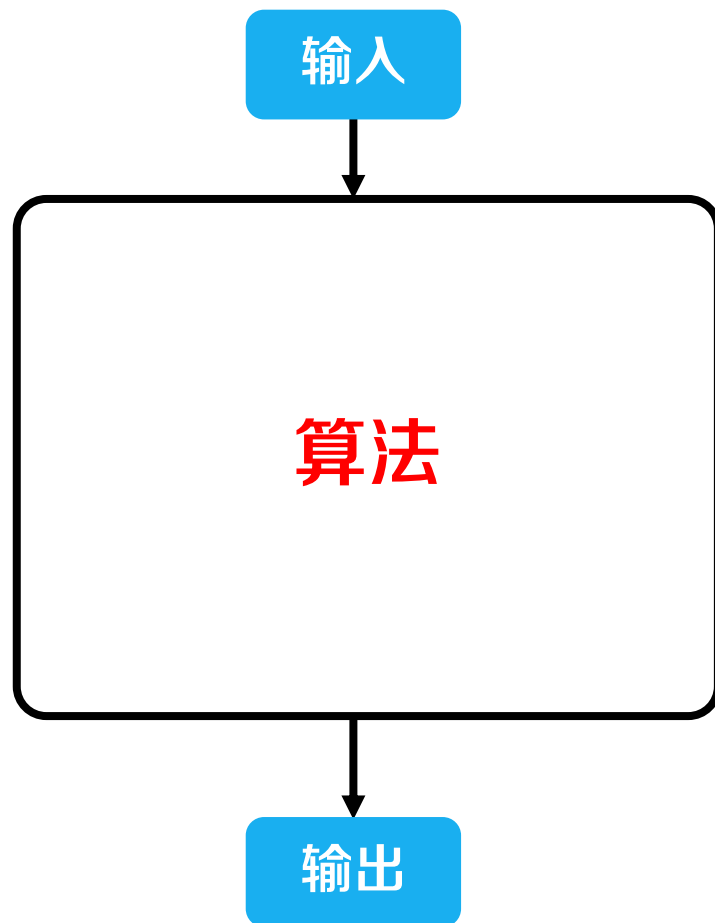


算法的定义



- 给定计算问题，算法是一系列良定义的**计算步骤**

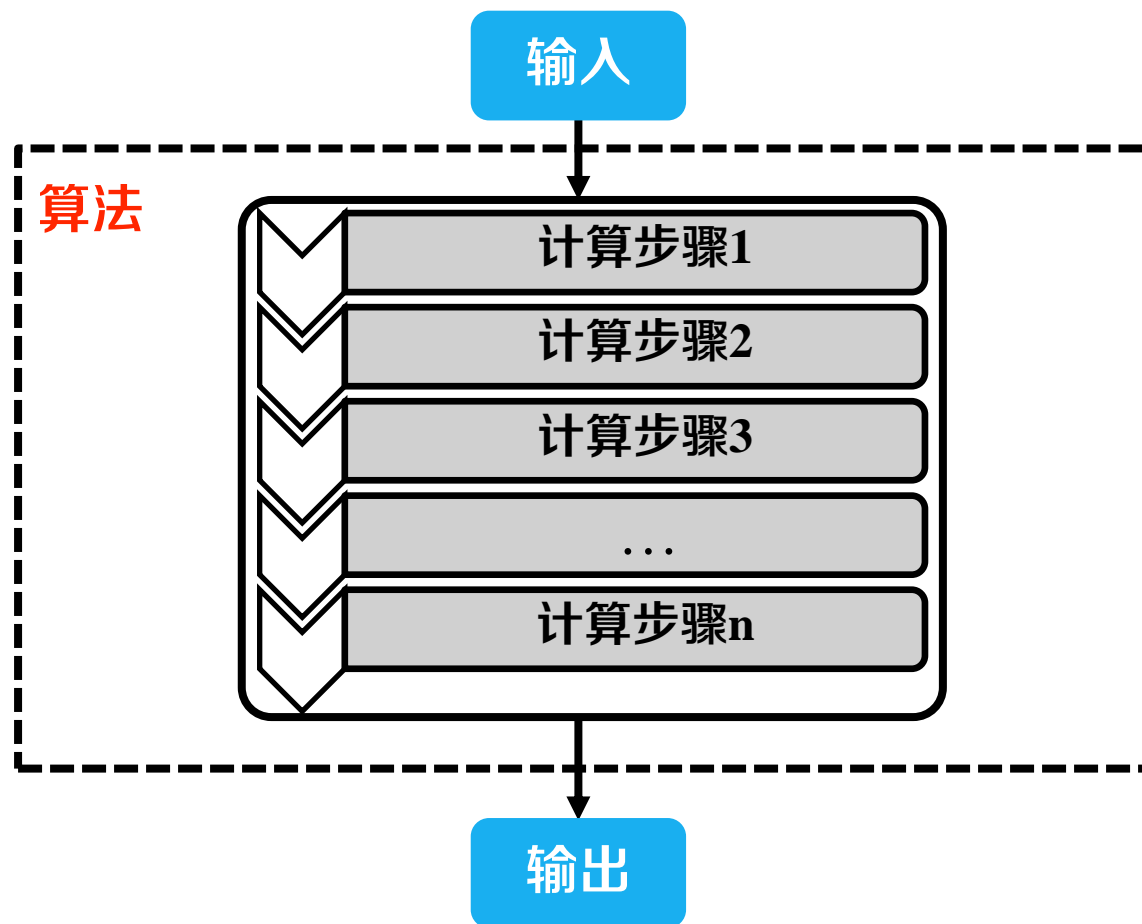
计算机可实现的指令



算法的定义



- 给定计算问题，算法是一系列良定义的计算步骤，逐一执行计算步骤即可得预期的输出



排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$
$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

- **插入排序算法**

- 将数组待排序元素依次插入到已排序部分，使已排序部分保持升序的性质

插入排序：算法实例



- 输入：

- $\langle 24, 17, 40, 28, 13, 14, 22, 32, 40, 21, 48, 4, 47, 8, 37, 18 \rangle$

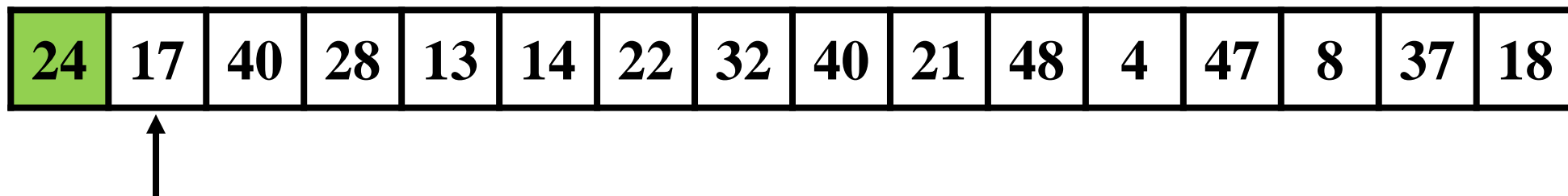
24	17	40	28	13	14	22	32	40	21	48	4	47	8	37	18
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	---	----	----

插入排序：算法实例

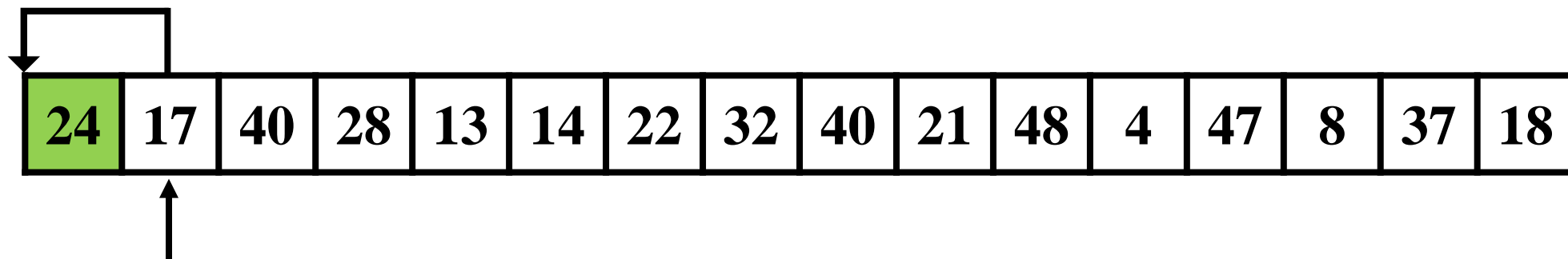


24	17	40	28	13	14	22	32	40	21	48	4	47	8	37	18
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	---	----	----

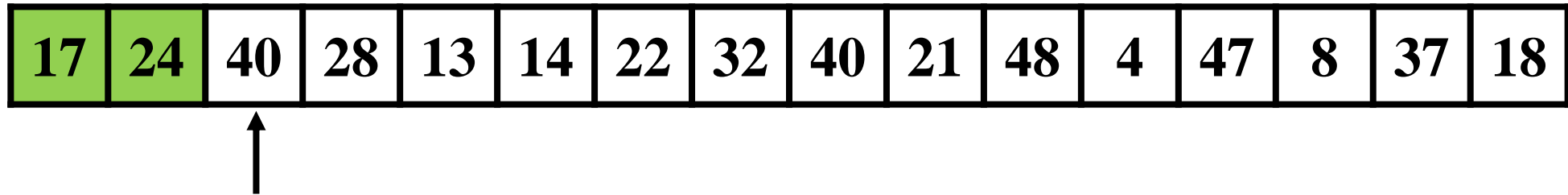
插入排序：算法实例



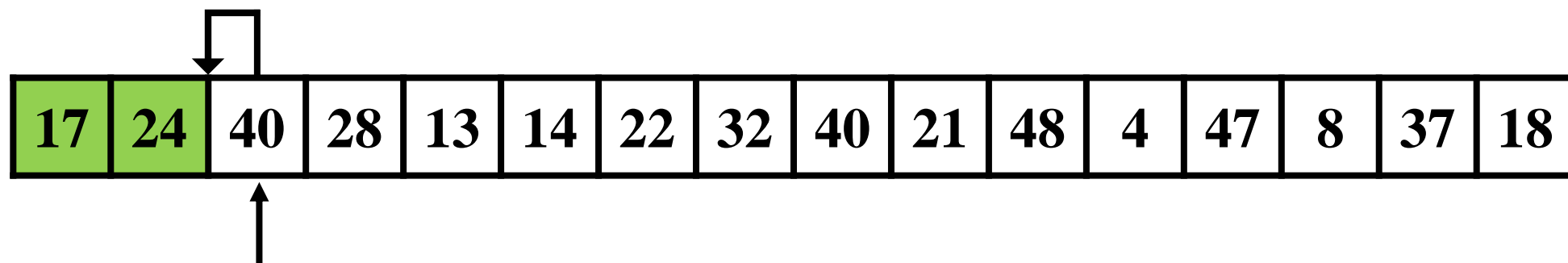
插入排序：算法实例



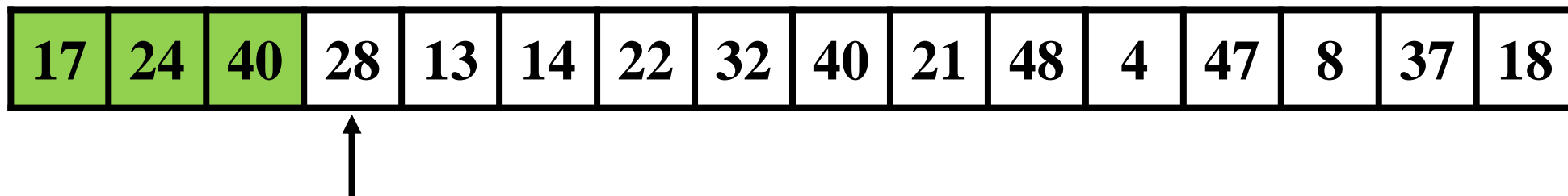
插入排序：算法实例



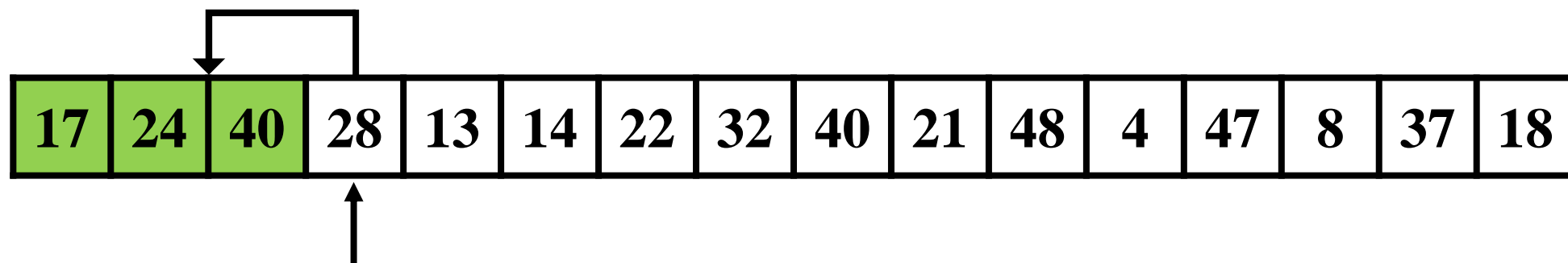
插入排序：算法实例



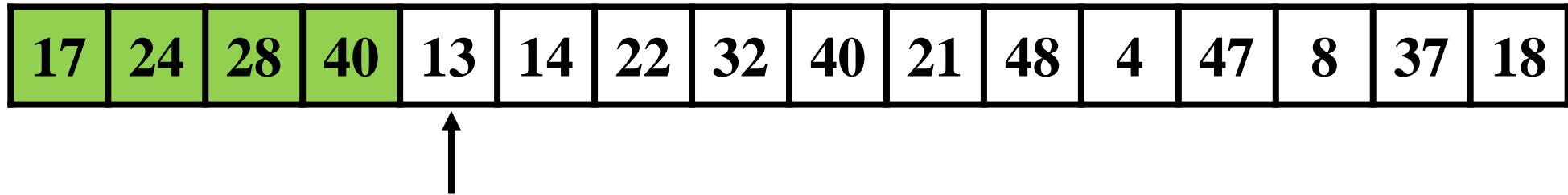
插入排序：算法实例



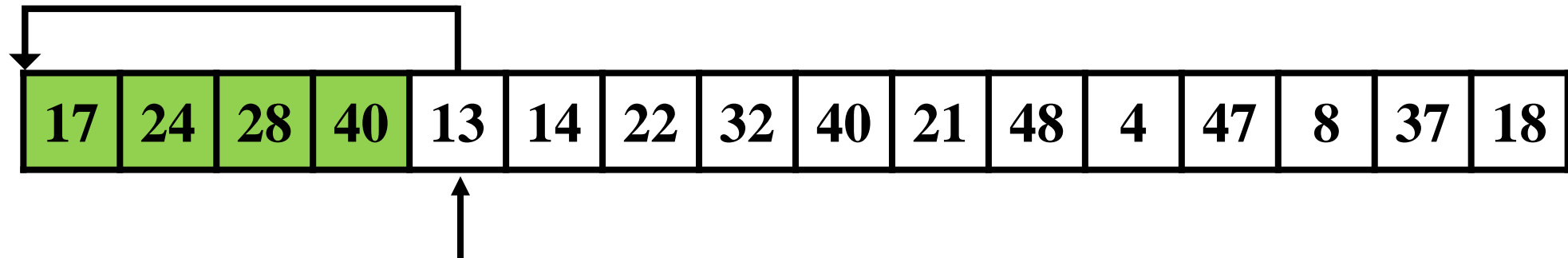
插入排序：算法实例



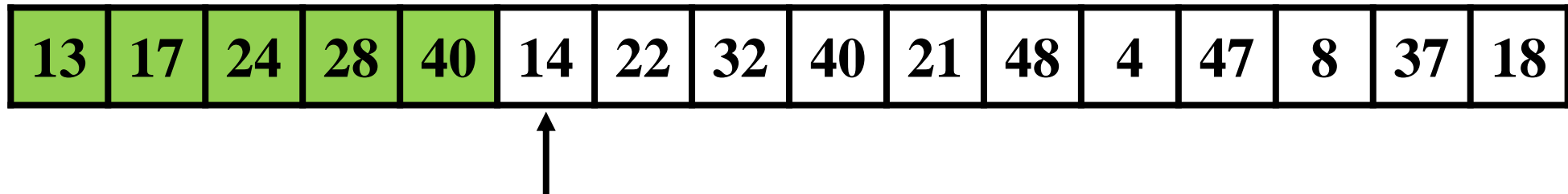
插入排序：算法实例



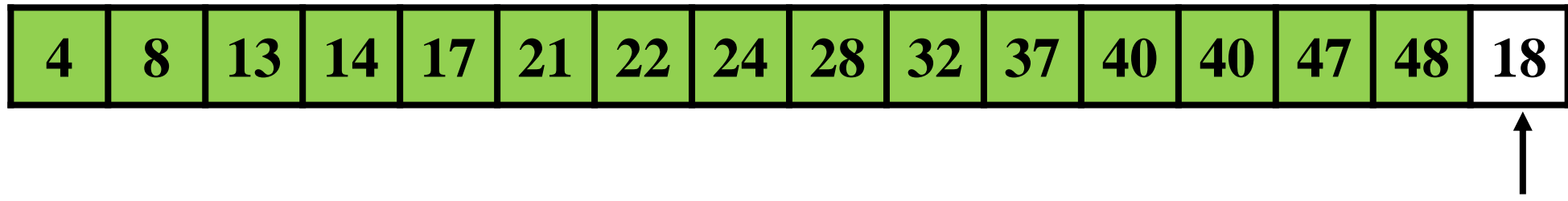
插入排序：算法实例



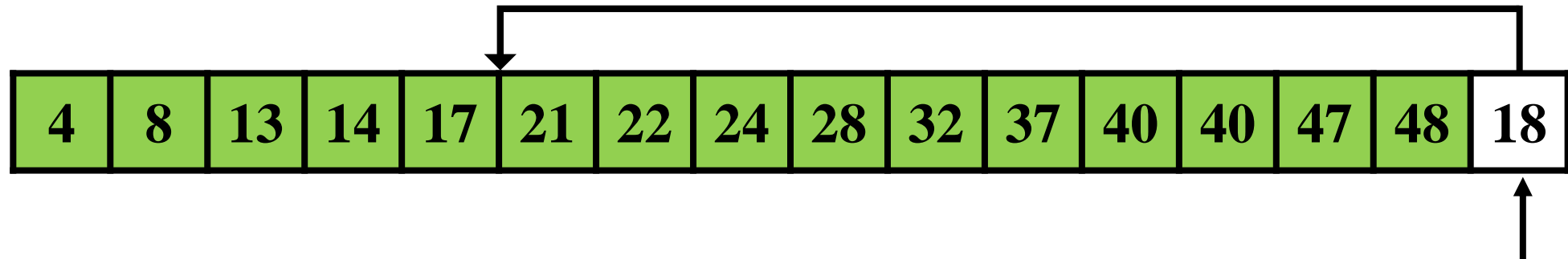
插入排序：算法实例



插入排序：算法实例



插入排序：算法实例



插入排序：算法实例



- 输入：

- $\langle 24, 17, 40, 28, 13, 14, 22, 32, 40, 21, 48, 4, 47, 8, 37, 18 \rangle$

- 输出：

- $\langle 4, 8, 13, 14, 17, 18, 21, 22, 24, 28, 32, 37, 40, 40, 47, 48 \rangle$

4	8	13	14	17	18	21	22	24	28	32	37	40	40	47	48
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

插入排序：算法实例



- 输入：

- $\langle 24, 17, 40, 28, 13, 14, 22, 32, 40, 21, 48, 4, 47, 8, 37, 18 \rangle$

- 输出：

- $\langle 4, 8, 13, 14, 17, 18, 21, 22, 24, 28, 32, 37, 40, 40, 47, 48 \rangle$

4	8	13	14	17	18	21	22	24	28	32	37	40	40	47	48
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

问题：排序问题是否存在其他算法？

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

● 选择排序算法

- 第一次遍历找到最小元素
- 第二次在剩余数组中遍历找到次小元素
- ...
- 第 n 次在剩余数组中遍历找到第 n 小元素

选择排序：算法实例



- 输入：<24, 17, 40, 28, 13, 14, 22, 32, 40, 21, 48, 4, 47, 8, 37, 18>

24	17	40	28	13	14	22	32	40	21	48	4	47	8	37	18
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	---	----	----

选择排序：算法实例



24	17	40	28	13	14	22	32	40	21	48	4	47	8	37	18
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	---	----	----



当前最小：24

选择排序：算法实例



24	17	40	28	13	14	22	32	40	21	48	4	47	8	37	18
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	---	----	----

↑

当前最小：17

选择排序：算法实例



24	17	40	28	13	14	22	32	40	21	48	4	47	8	37	18
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	---	----	----

↑

当前最小：17

选择排序：算法实例



24	17	40	28	13	14	22	32	40	21	48	4	47	8	37	18
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	---	----	----


↑

当前最小：4

选择排序：算法实例

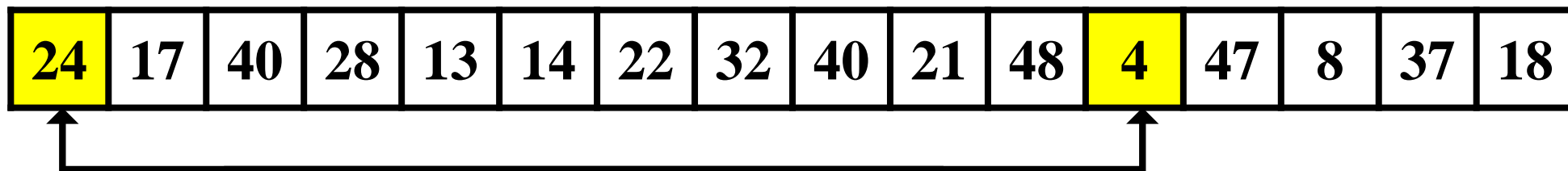


24	17	40	28	13	14	22	32	40	21	48	4	47	8	37	18
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	---	----	----



当前最小：4

选择排序：算法实例



当前最小：4

选择排序：算法实例



已排序

未排序

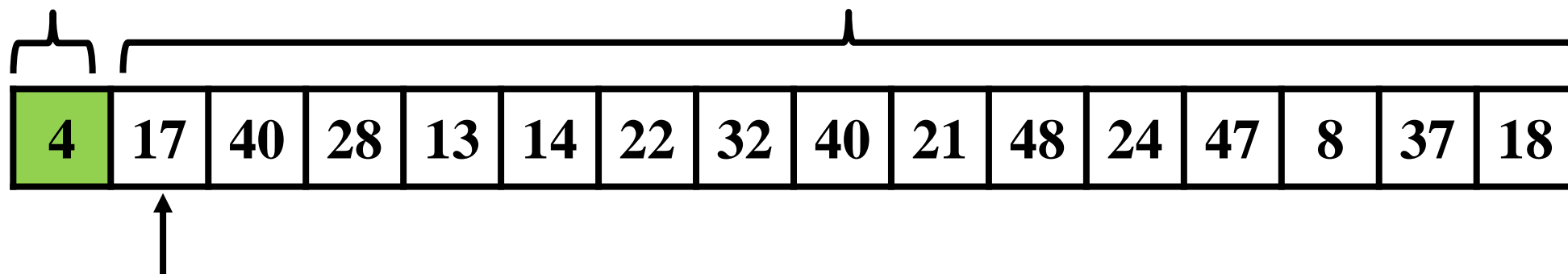
4	17	40	28	13	14	22	32	40	21	48	24	47	8	37	18
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	----

选择排序：算法实例



已排序

未排序



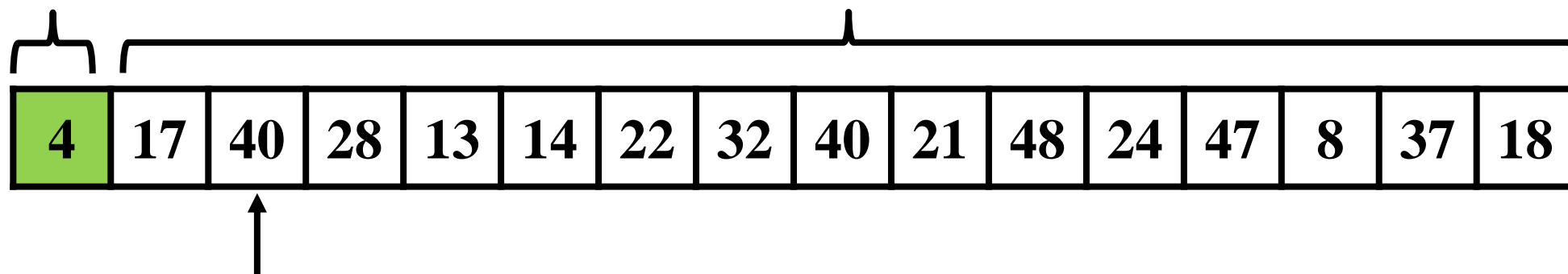
当前最小：17

选择排序：算法实例



已排序

未排序



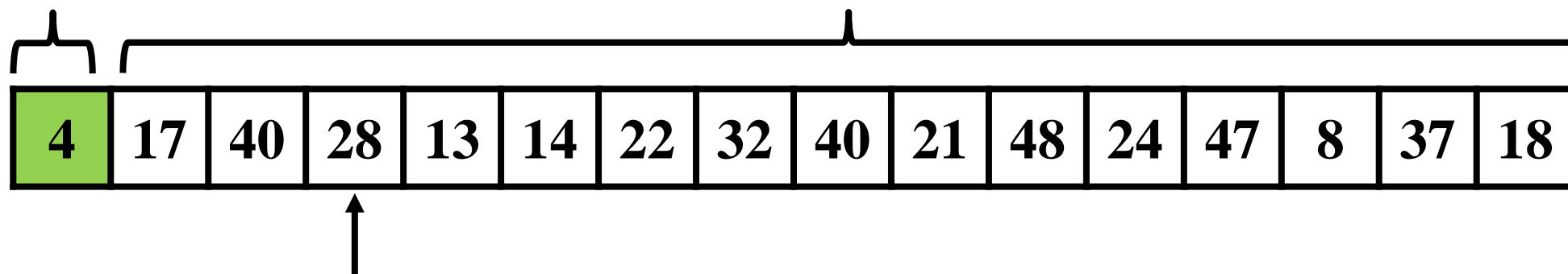
当前最小：17

选择排序：算法实例



已排序

未排序



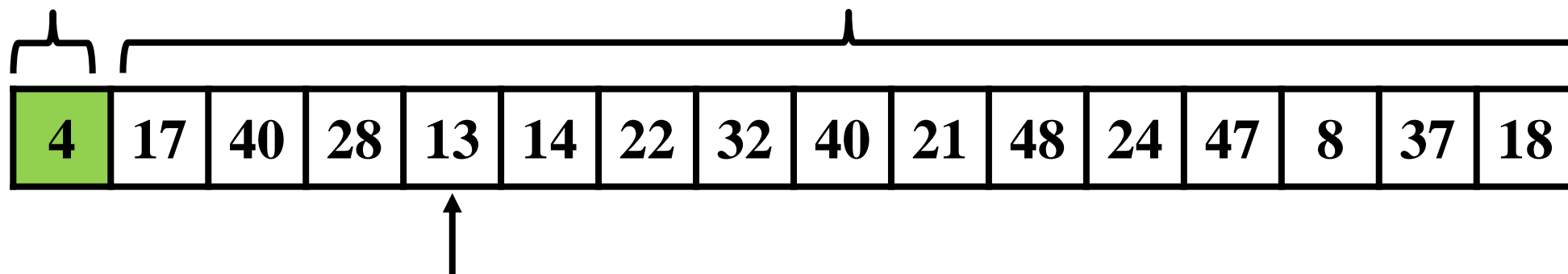
当前最小：17

选择排序：算法实例



已排序

未排序



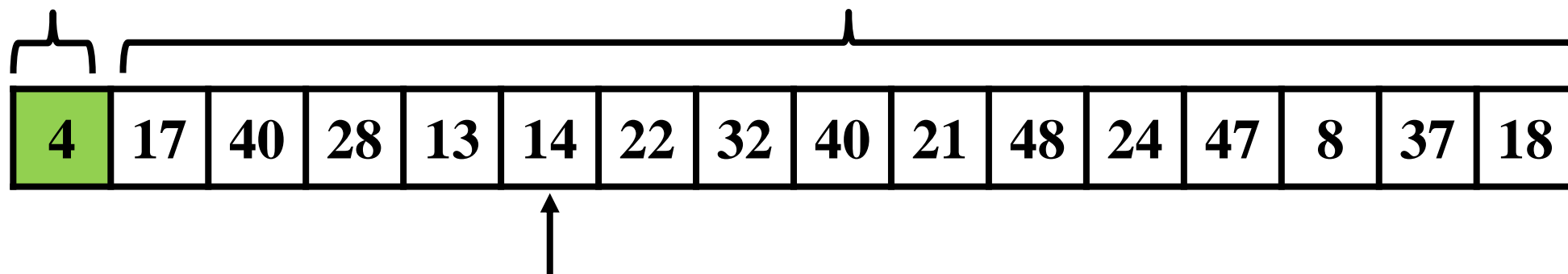
当前最小：13

选择排序：算法实例



已排序

未排序



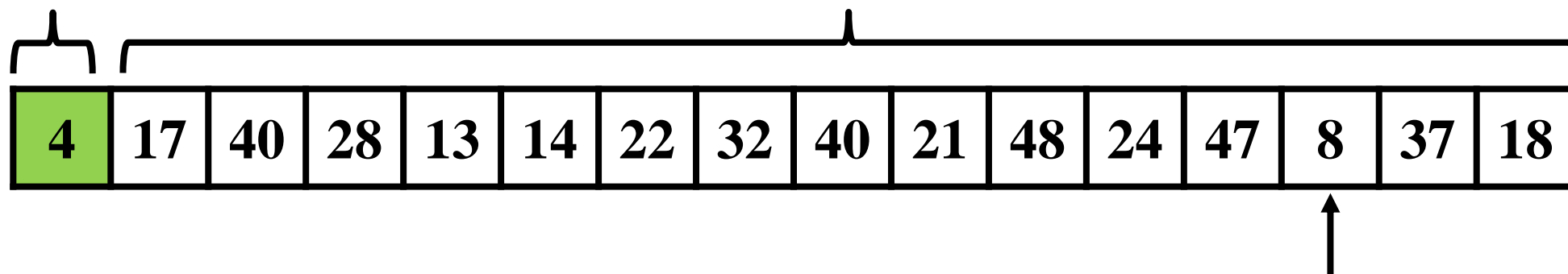
当前最小：13

选择排序：算法实例



已排序

未排序



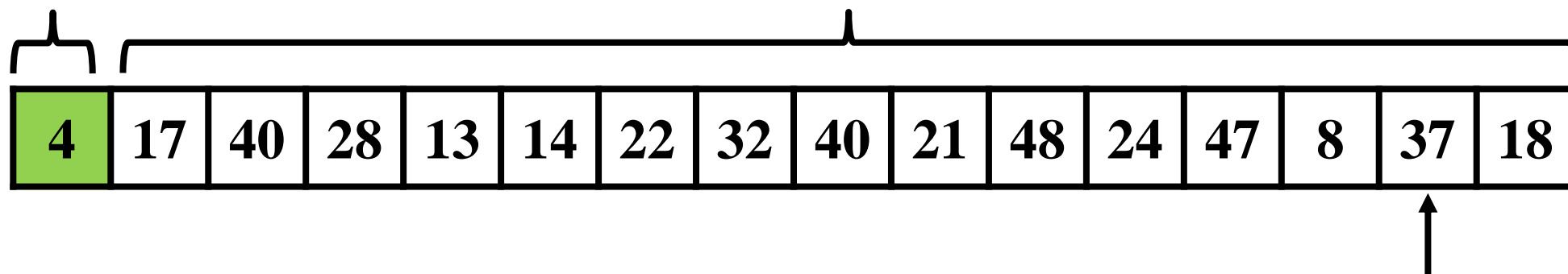
当前最小：8

选择排序：算法实例



已排序

未排序



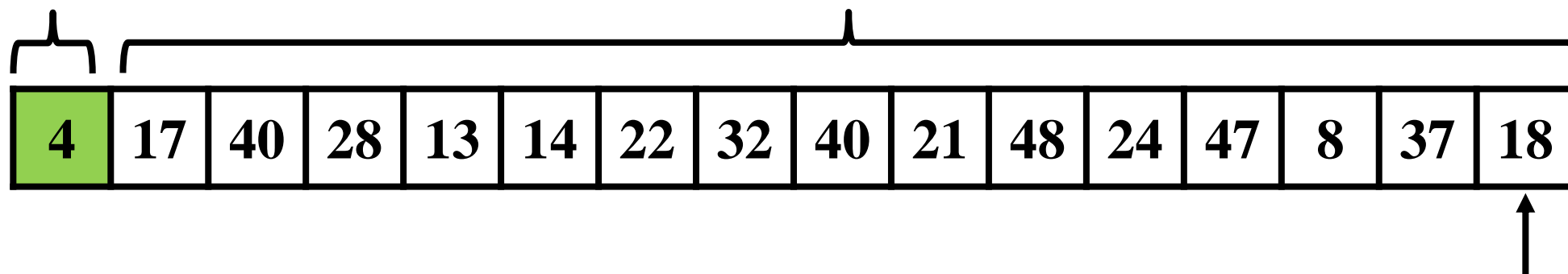
当前最小：8

选择排序：算法实例



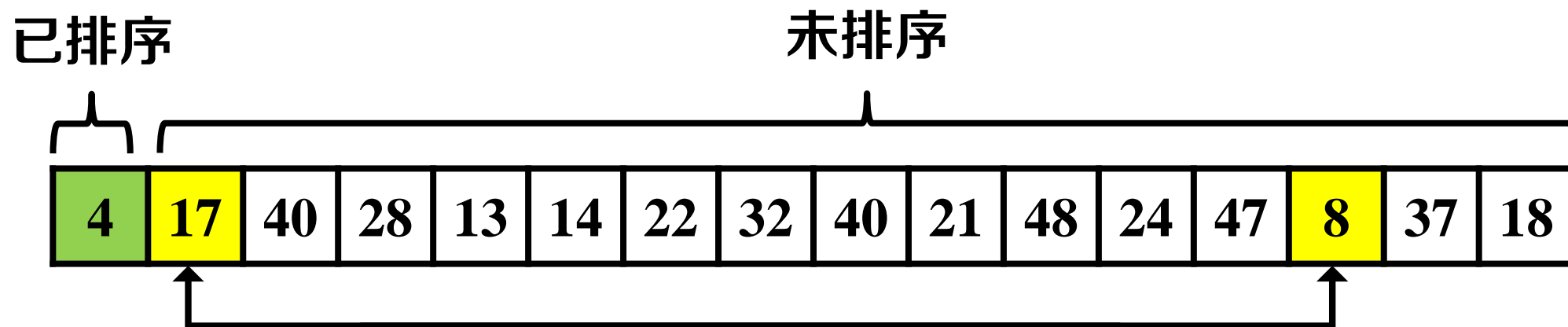
已排序

未排序



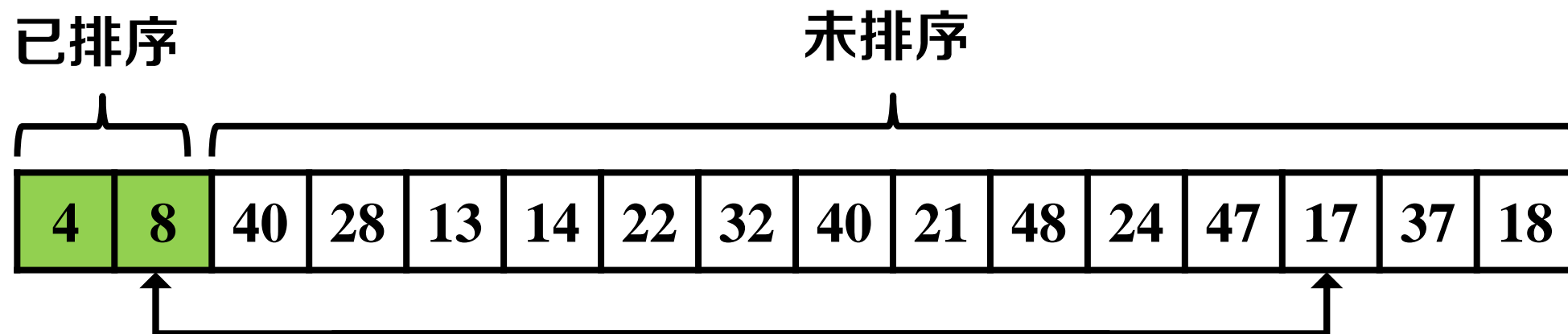
当前最小：8

选择排序：算法实例

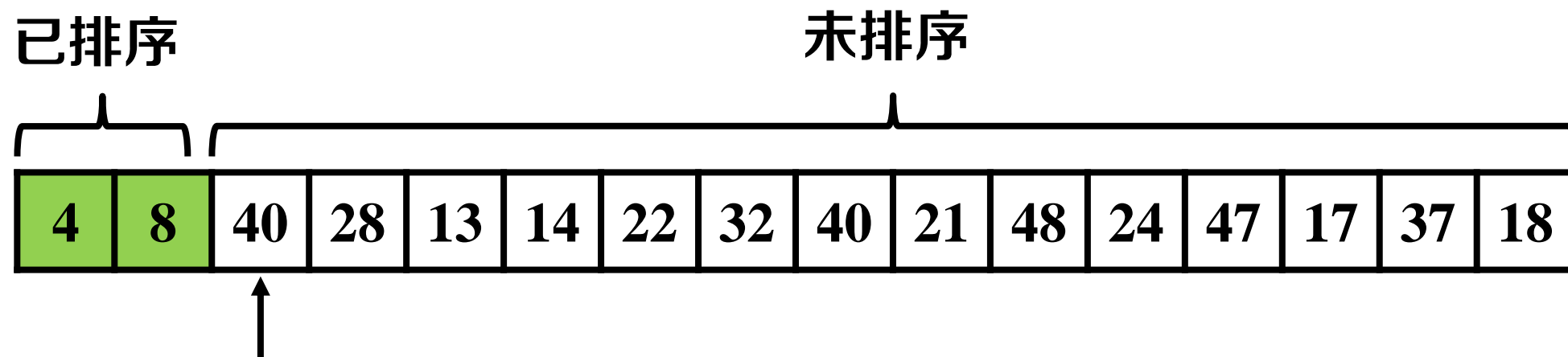


当前最小：8

选择排序：算法实例

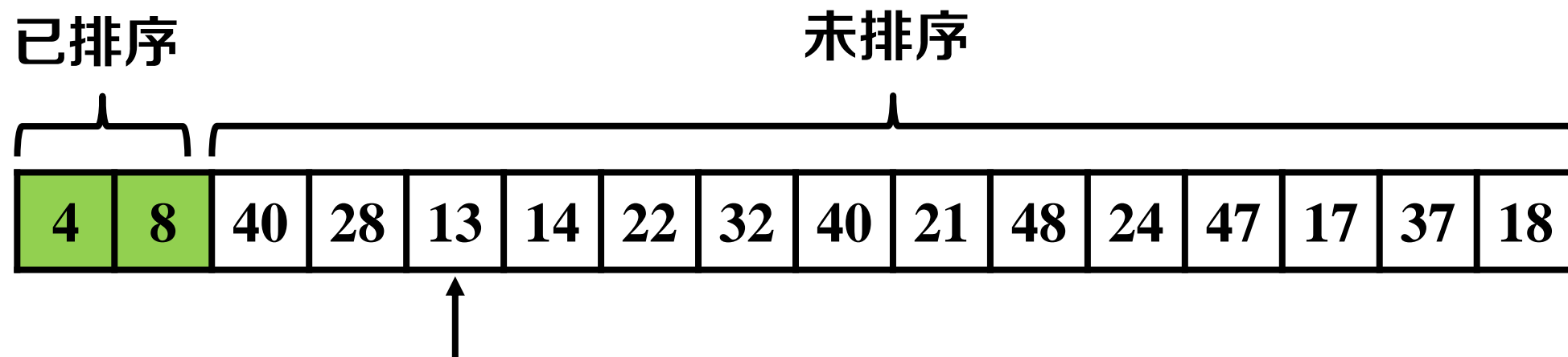


选择排序：算法实例



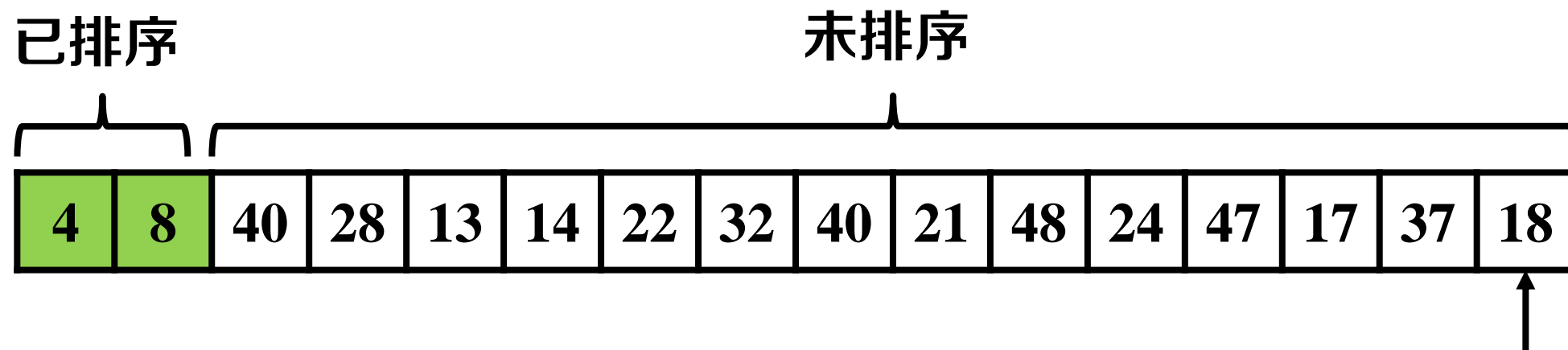
当前最小：40

选择排序：算法实例



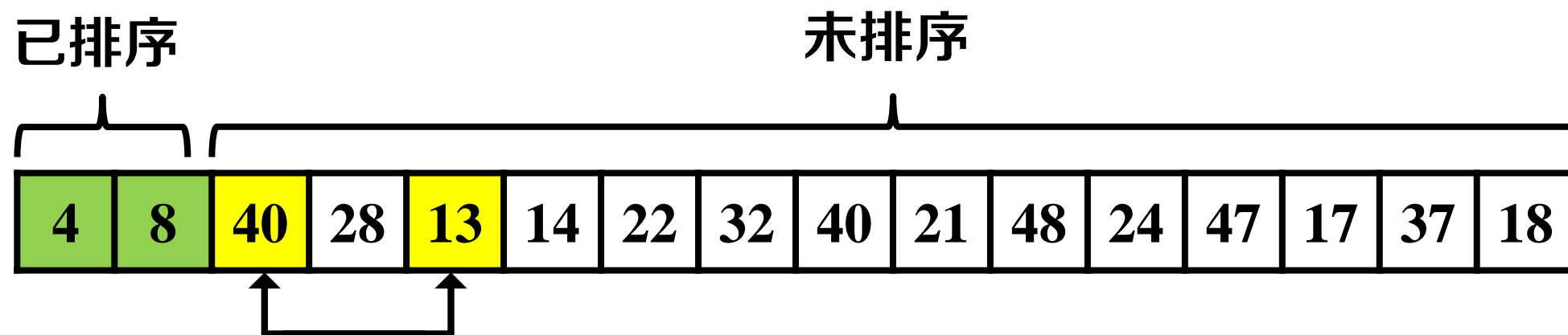
当前最小: 13

选择排序：算法实例



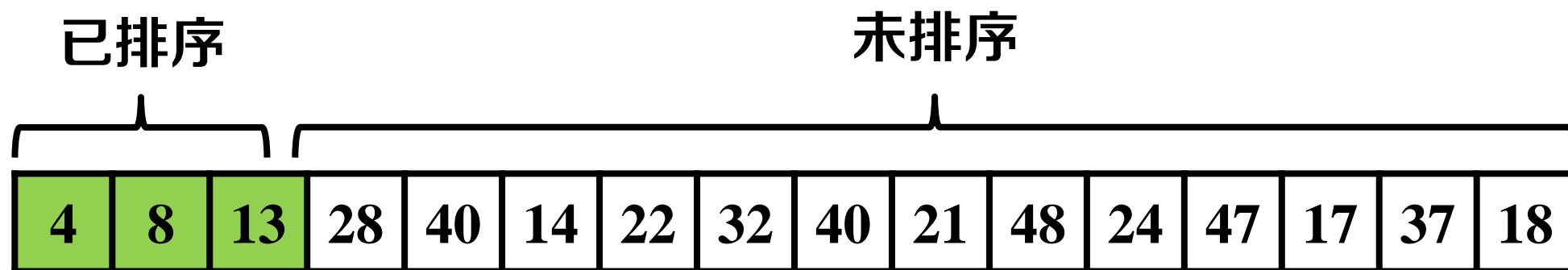
当前最小：13

选择排序：算法实例

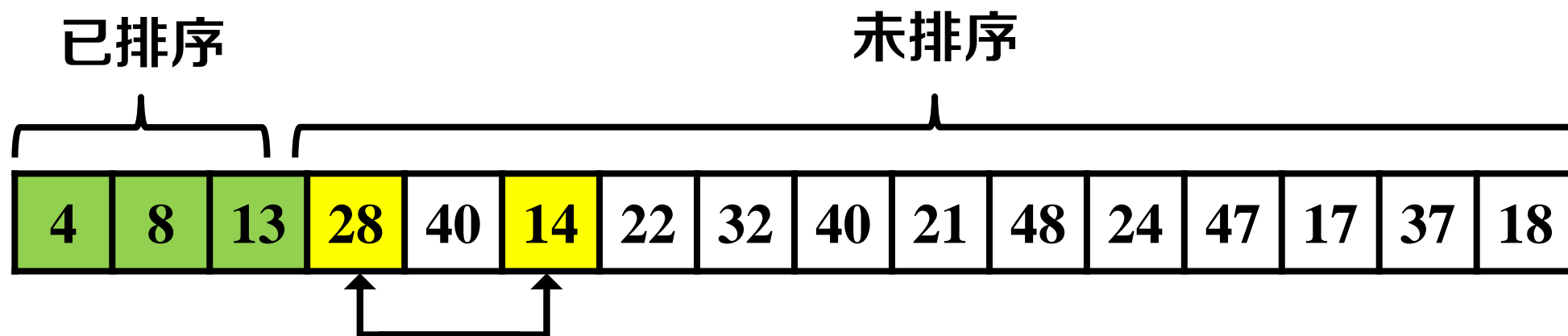


当前最小：13

选择排序：算法实例

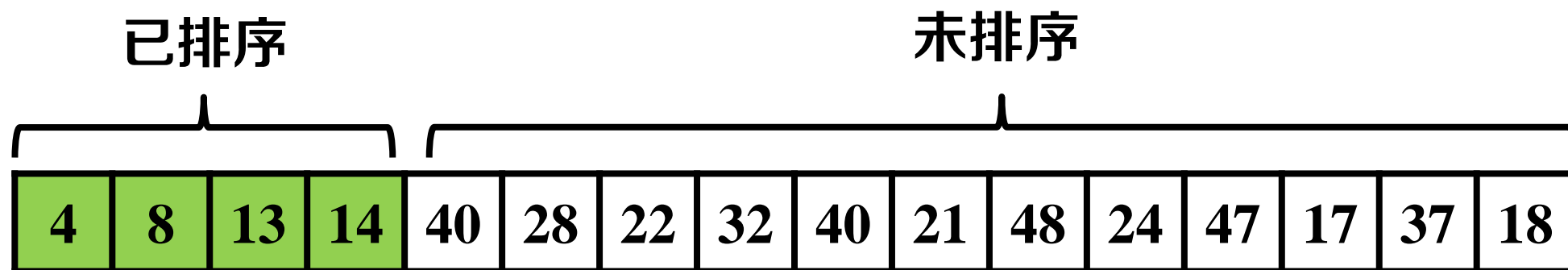


选择排序：算法实例

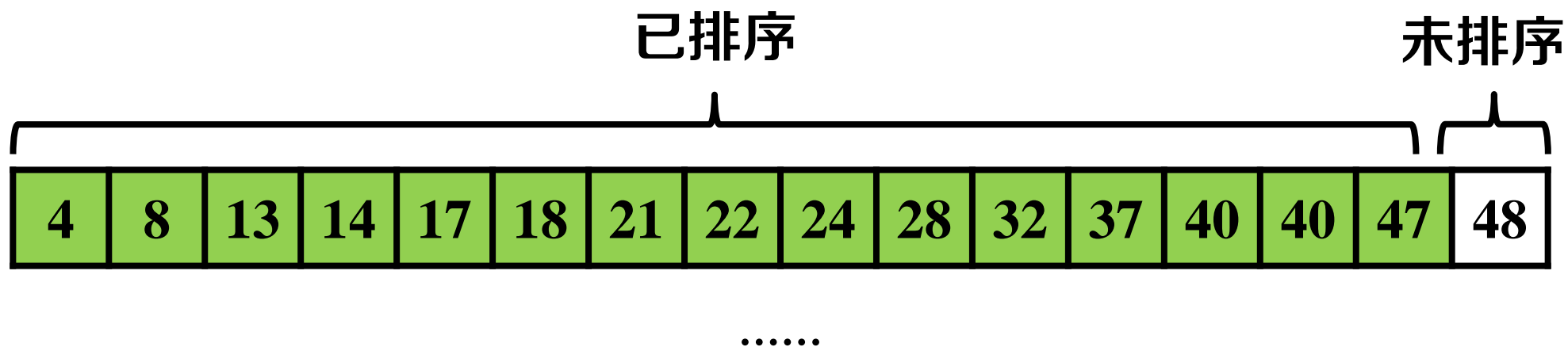


当前最小：14

选择排序：算法实例



选择排序：算法实例



选择排序：算法实例



- 输入：<24, 17, 40, 28, 13, 14, 22, 32, 40, 21, 48, 4, 47, 8, 37, 18>
- 输出：<4, 8, 13, 14, 17, 18, 21, 22, 24, 28, 32, 37, 40, 40, 47, 48>

4	8	13	14	17	18	21	22	24	28	32	37	40	40	47	48
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

选择排序：算法实例

- 输入：<24, 17, 40, 28, 13, 14, 22, 32, 40, 21, 48, 4, 47, 8, 37, 18>
- 输出：<4, 8, 13, 14, 17, 18, 21, 22, 24, 28, 32, 37, 40, 40, 47, 48>
- 满足
 - $4 \leq 8 \leq 13 \leq 14 \leq 17 \leq 18 \leq 21 \leq 22 \leq 24 \leq 28 \leq 32 \leq 37 \leq 40 \leq 40 \leq 47 \leq 48$

4	8	13	14	17	18	21	22	24	28	32	37	40	40	47	48
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

算法的由来

算法的定义

算法的性质

算法的表示

算法的分析

算法的性质



有穷性

确定性

可行性

有穷性

确定性

可行性

- 含义

- 算法必须在有限个计算步骤后终止

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

有穷性

确定性

可行性

- 含义
 - 算法必须在有限个计算步骤后终止
- 反例：
 - 给定输入数组，不断交换首尾元素的位置

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

有穷性

确定性

可行性

- 含义

- 算法必须在有限个计算步骤后终止

- 反例：

- 给定输入数组，**不断交换**首尾元素的位置

动作序列没有终结

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

有穷性

确定性

可行性

- 含义

- 算法必须在有限个计算步骤后终止

- 反例：

- 给定输入数组，不断交换首尾元素的位置

- 正例：选择排序

- 第一次遍历找到最小元素
- 第二次在剩余数组中遍历找到次小元素
- ...
- 第 n 次在剩余数组中遍历找到第 n 小元素

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

有穷性

确定性

可行性

- 含义

- 算法必须在有限个计算步骤后终止

- 反例：

- 给定输入数组，不断交换首尾元素的位置

- 正例：选择排序

- 第一次遍历找到最小元素
- 第二次在剩余数组中遍历找到次小元素
- ...
- 第 n 次在剩余数组中遍历找到第 n 小元素

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

遍历次数至多与数组元素个数相同

有穷性

确定性

可行性

- 含义

- 算法必须是没有歧义的

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

有穷性

确定性

可行性

- 含义
 - 算法必须是没有歧义的
- 反例：
 - 对于给定输入数组，交换两个数的位置

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

有穷性

确定性

可行性

- 含义
 - 算法必须是没有歧义的
- 反例：
 - 对于给定输入数组，交换**两个数**的位置

没有具体指明是哪两个数

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

有穷性

确定性

可行性

- 含义

- 算法必须是没有歧义的

- 反例：

- 对于给定输入数组，交换两个数的位置

- 正例：选择排序

- 第一次遍历找到最小元素
- 第二次在剩余数组中遍历找到次小元素
- ...
- 第 n 次在剩余数组中遍历找到第 n 小元素

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

有穷性

确定性

可行性

- 含义

- 算法必须是没有歧义的

- 反例：

- 对于给定输入数组，交换两个数的位置

- 正例：选择排序

- 第一次遍历找到最小元素
- 第二次在剩余数组中遍历找到次小元素
- ...
- 第 n 次在剩余数组中遍历找到第 n 小元素

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

每一个步骤都是确定的

有穷性

确定性

可行性

- 含义

- 可以机械地一步一步执行基本操作步骤

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

有穷性

确定性

可行性

- 含义
 - 可以机械地一步一步执行基本操作步骤
- 反例：
 - 将大元素放数组后部，小元素放数组前部

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

有穷性

确定性

可行性

- 含义

- 可以机械地一步一步执行基本操作步骤

- 反例：

- 将大元素放数组后部，小元素放数组前部

描述含糊，不可拆解为基本操作步骤

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

有穷性

确定性

可行性

- 含义

- 可以机械地一步一步执行基本操作步骤

- 反例：

- 将大元素放数组后部，小元素放数组前部

- 正例：选择排序

- 第一次遍历找到最小元素
- 第二次在剩余数组中遍历找到次小元素
- ...
- 第 n 次在剩余数组中遍历找到第 n 小元素

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

有穷性

确定性

可行性

- 含义

- 可以机械地一步一步执行基本操作步骤

- 反例：

- 将大元素放数组后部，小元素放数组前部

- 正例：选择排序

- 第一次遍历找到最小元素
- 第二次在剩余数组中遍历找到次小元素
- ...
- 第 n 次在剩余数组中遍历找到第 n 小元素

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

算法可一步步地执行完成