

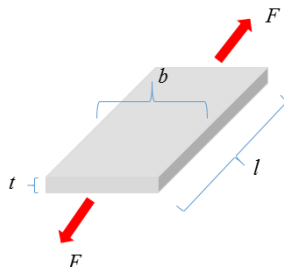
# RADIOSS 中的各项同性材料本构阐述

## 目录

I.	RADIOSS 中弹塑性材料参数阐述.....	3
II.	LAW2.....	5
2.1	真实应力应变曲线参数化后使用阐述.....	5
2.2	工程应力应变曲线参数化后使用阐述.....	6
2.3	LAW2 设置最大塑性应变值定义失效.....	7
2.4	LAW2 使用失效模型/FAIL/JOHNSON 定义失效.....	8
III.	LAW27.....	9
IV.	LAW36 曲线输入.....	11
4.1	LAW36 破坏和断裂的四个参数.....	13
4.2	LAW36 压缩曲线的定义.....	13
V.	Fail_TAB1.....	14
VI.	Fail_Biquad.....	15

# I. RADIOSS 中弹塑性材料参数阐述

弹塑性材料拥有弹性模量，屈服点，应力应变曲线，最大应变值等属性。为了得到这些材料属性，最常用是通过拉伸试验来得到。



在拉伸试验中以恒定的力  $F$  来拉伸试块，并且测量到了试块在拉伸过程中的长度变化  $\Delta l$ 。那么进一步得到的是工程应力  $\sigma_e$  和工程应变  $\varepsilon_e$ 。

$$\sigma_e = \frac{F}{S_0}, \quad S_0 \text{ 是试块初始状态时的截面积 } S_0 = b \cdot t$$

$$\varepsilon_e = \frac{\Delta l}{l_0}, \quad l_0 \text{ 试块初始状态时的长度。}$$

这时我们可以将得到的这些实验数据绘制出一个力与位移（ $F-N$ ）的曲线或者工程应力应变（ $\sigma_e - \varepsilon_e$ ）的曲线。

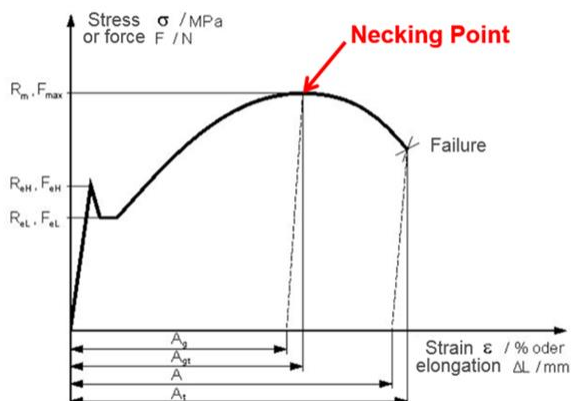


Figure 1, 工程应力应变曲线 (Necking point 颈缩点)

在这个曲线上可以得到以下关键的信息：

- 弹性模量：最初的线性的应力应变部分的斜率就是材料的弹性模量  $E$ 。
- 屈服点：屈服点是指具有屈服现象的材料，在拉伸过程中第一次出现力下降的点，通常它作为是弹性和塑性的分界点。屈服点对应的应力称为屈服应力  $\sigma_y$

(yield stress)，这个屈服应力在 RADIOSS 中的许多材料模型中有用到。如 [LAW2](#) 中的参数 a，[LAW78](#) 中的参数 Y，[LAW66](#) 中的参数  $\sigma_{y0}$ 。一些材料在这个拉伸试验中首先会有明显的力下降，接着有一个平缓阶段，然后再开始进入塑性强化（如上图）。那么这时我们将下降前的最大应力称为屈服上限  $R_{eH}$ 。下降的最小屈服应力称为屈服下限  $R_{eL}$ 。通常我们可以（保守的）取  $R_{eL}$  作为  $\sigma_y$ 。那么还有一些材料在这个拉伸试验中不能明显的看到上面的现象，那么我们可以取塑性应力为 0.1% 或 0.2% 作为材料的屈服应力。

- 颈缩点（Necking Point）：材料在过了屈服点后进入塑性强化，即随着塑性应变的变大相应的应力也变大。但是到一定的应变以后材料出现颈缩现象，这时材料的应力反而降低。那么塑性强化的应力最高点，我们称为颈缩点（Necking Point）。过了这个颈缩点后材料进入失效阶段，即进入软化和最终断裂。
- 破坏点：材料最后开裂破坏的点。

但是在 RADIOSS 中我们用到的最多的是真实应力应变 ( $\sigma_{tr} - \varepsilon_{tr}$ ) 曲线。可由以下公式通过工程应力应变曲线得到：

$$\varepsilon_{tr} = \ln(1 + \varepsilon_e) ; \sigma_{tr} = \sigma_e \cdot \exp(\varepsilon_{tr})$$

在材料本构 LAW36 输入真实应力应变曲线时切除弹性部分，也就是曲线从塑性阶段开始的，即是一个真实应力和塑性应变的曲线。 $\varepsilon_p = 0$  时对应的应力为屈服应力  $\sigma_y$ 。

如下图，蓝色的是工程应力应变 ( $\sigma_e - \varepsilon_e$ ) 的曲线，红色是真应力真应变 ( $\sigma_{tr} - \varepsilon_{tr}$ ) 曲线，绿色的是真实应力和塑性应变的曲线。

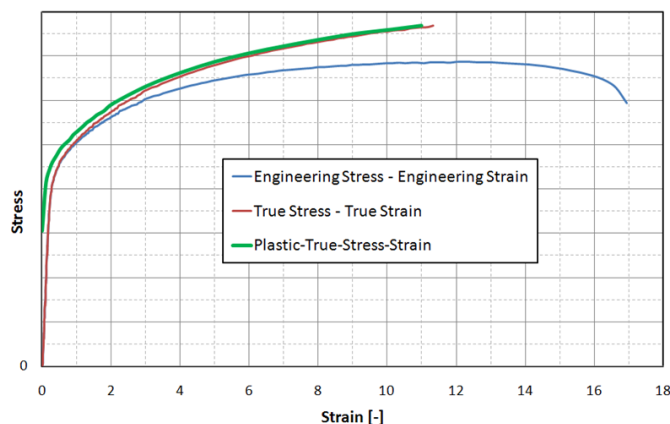


Figure 2，不同应力应变曲线对比

在大量的材料实验当中，材料会受到颈缩点的影响。  
通过试验数据，仅可以得到在颈缩点前的真实应力和塑性应变的曲线。颈缩点以后材料由于颈缩现象，截面积变小，所以每一时刻的真实应力也会变大而不是变小。然而在实验中很难确定颈缩后每一时刻点试块截面积的变化。

## II. LAW2

### 2.1 真实应力应变曲线参数化后使用阐述

材料本构使用 Johnson-Cook 材料理论，可用于各向同性的弹塑性材料。Johnson-Cook 材料模型公式如下，将输入材料参数（非曲线）来反映应变，应变率和温度等函数。可设置最大塑性应变值模拟失效准则。

$$\sigma = (a + b\varepsilon_p^n)(1 + c \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0})(1 - T^{*m})$$

塑性应变效应      应变率效应      温度效应

$\sigma$ = 应力 $\varepsilon_p$ = 塑性应变 $a$ = 屈服应力 $b$ = 硬化模量	$n$ = 硬化指数 $c$ = 应变率系数 $\dot{\varepsilon}$ = 应变率 $\dot{\varepsilon}_0$ = 参考应变率
---	---

如果不考虑材料的应变率效应和温度效应，那么材料的应力与应变曲线如下：

$$\sigma = (a + b\varepsilon_p^n)$$

在 RADIOSS 中 LAW2 的材料本构关系中需要输入：a, b, n 值来反映应力与应变曲线，它们的计算公式为：

$$a = \sigma_y \qquad b = \frac{\sigma_u}{n \varepsilon_u^{(n-1)}} \qquad n = \frac{\sigma_u \varepsilon_u}{\sigma_u - \sigma_y}$$

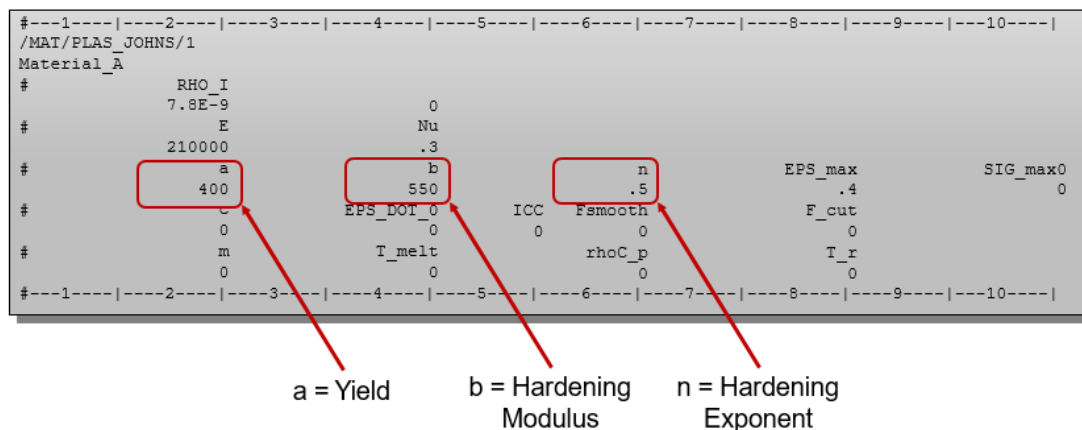


Figure 3, 低碳钢材料本构

上图包括了参数 ICC。ICC 用于设定一个最大屈服应力 (SIG\_max0)，当材料所受应力超过这个用户给定的**最大屈服应力**那么材料的应力将保持这个最大应力不变。比如像 RADIOSS 中的 LAW2, 22, 23, 27 等都可以让用户给定最大屈服应力值 SIG\_max0。

当材料需考虑应变率时，可以通过设置参数 ICC 来控制到底是对任何应变率取同一个最大屈服应力 (ICC=2) 还是根据应变率做相应的增加 (ICC=1)。

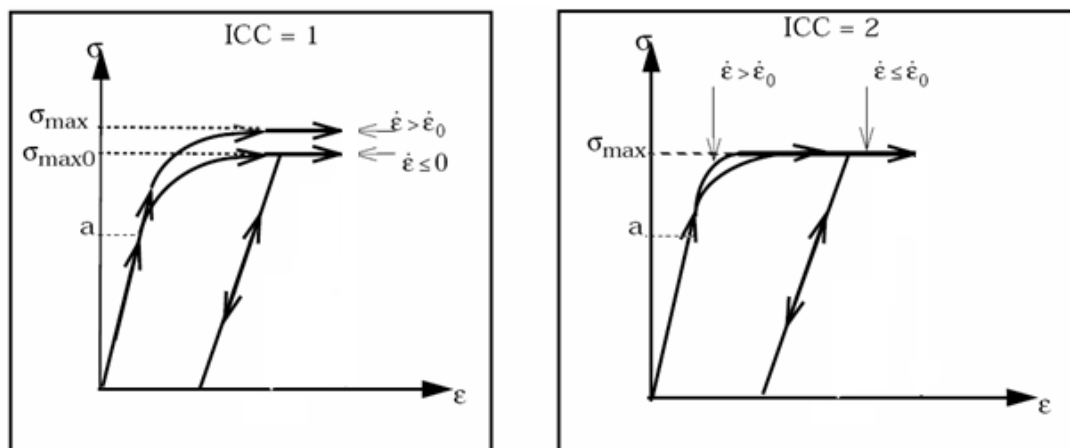


Figure 4, ICC 参数图解

## 2.2 工程应力应变曲线参数化后使用阐述

在 RADIOSSV14.0 以后，LAW2 材料模型中还可以直接用工程应力应变的相关数据。

选用 Iflag=1, 在 UTS 表示颈缩应力 (figure 1), EUTS 表示颈缩点的应变 (figure 1), SIG\_Y 表示屈服应力。

Johnson-Cook 中的  $a$ ,  $b$ ,  $n$ , 将由 RADIOSS 自动依据劲缩点的极限应力值 (UTS) 和颈缩点的应变值 (EUTS), 自动推算得出。

```

/MAT/PLAS_JOHNS/1
Steel (use ultimate tensile stress(UTS) and engineering strain )
#      RHO I      0
#      E      Nu      Iflag
#      210000      .3      1
#      SIG Y      UTS      EUTS      EPS_p_max      SIG_max0
#      270      362.8      .2885      0      0
#      c      EPS_DOT_0      ICC      Fsmooth      F_cut      Chard
#      0      0      0      0      0      0
#      m      T_melt      rhoC_p      T_r
#      0      0      0      0
    
```

Figure 5 使用工程应力应变参数的设置示例

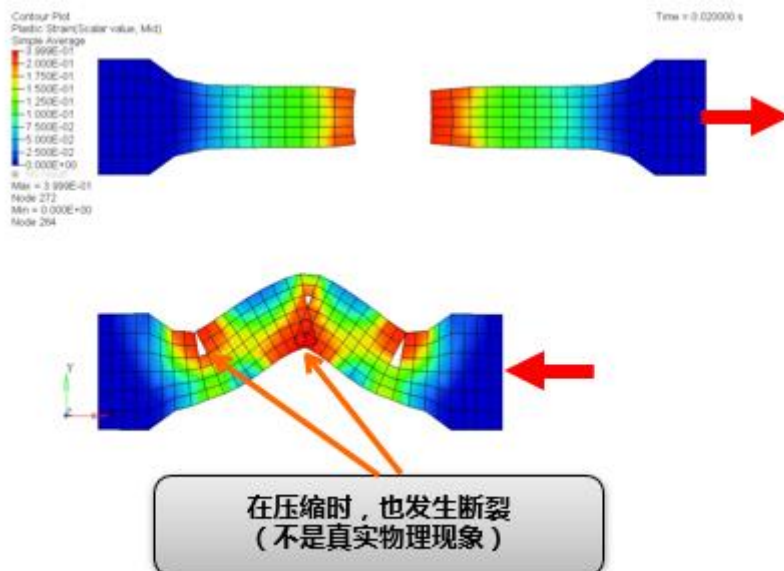
## 2.3 LAW2 设置最大塑性应变值定义失效

```

#---1---|---2---|---3---|---4---|---5---|---6---|---7---|---8---|---9---|---10---|
/MAT/PLAS_JOHNS/1
Material_A
#      RHO I      0
#      E      Nu      .3
#      210000      .3
#      a      b      n      EPS_max      SIG_max0
#      400      550      .5      .4      0
#      c      EPS_DOT_0      ICC      Fsmooth      F_cut
#      0      0      0      0      0
#      m      T_melt      rhoC_p      T_r
#      0      0      0      0
#---1---|---2---|---3---|---4---|---5---|---6---|---7---|---8---|---9---|---10---|
    
```

最大塑性应变

最大塑形应变失效设置, 材料**拉伸**和**压缩**都是处于同一应变。但是一般情况下材料的压缩应变的失效值大于拉伸应变的失效值。



## 2.4 LAW2 使用失效模型/FAIL/JOHNSON 定义失效

如果需要真实反应材料在压缩状态下的失效，就需要使用到 RADIOSS 中失效模型的设置，如/FAIL/JOHNSON 失效模型：

$$\varepsilon_f = \underbrace{[D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*)]}_{\text{Influence of triaxiality}} \underbrace{\left[1 + D_4 \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right]}_{\text{Influence of strain rate}} \underbrace{[1 + D_5 T^*]}_{\text{Influence of temperature change}}$$

如果不考虑应变率和温度的情况下，/FAIL/JOHNSON 的失效公式如下：

$$\varepsilon_f = [D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*)]$$

使用 Johnson-Cook, /FAIL/JOHNSON 失效模型，用于模拟 Johnson-Cook 材料模型失效。需要做相应的材料失效实验：Compression, Shear, and Tension。

然后得出相关的  $\varepsilon_f$  (rupture\_strain) 值。

$\sigma^*$  的定义如下图：

$$\sigma^* = \frac{\sigma_m}{\sigma_{VM}} \quad \begin{array}{l} \sigma_m \text{ 是压力(hydrostatic stress)} \\ \sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \end{array}$$

$\sigma_{VM}$  是 von Mises 应力：

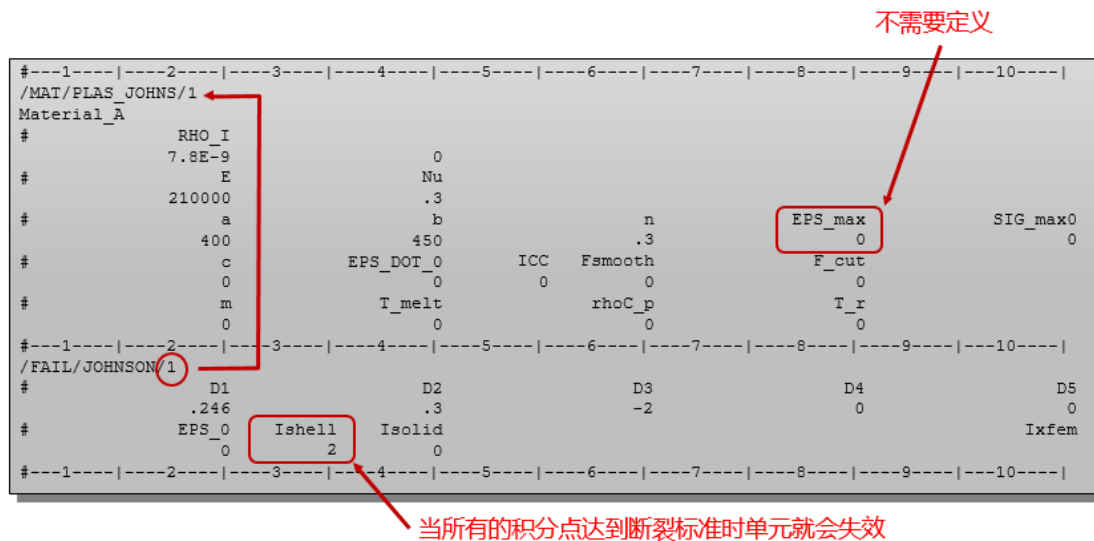
$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  分别是三个方向上的主应力

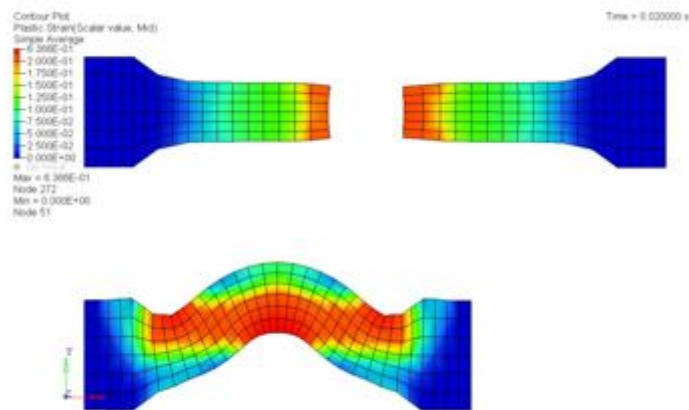
然后通过上面失效公式求解出  $D_1, D_2, D_3$  的值。

/FAIL/JOHNSON 卡片设置：





失效结果：



### III. LAW27

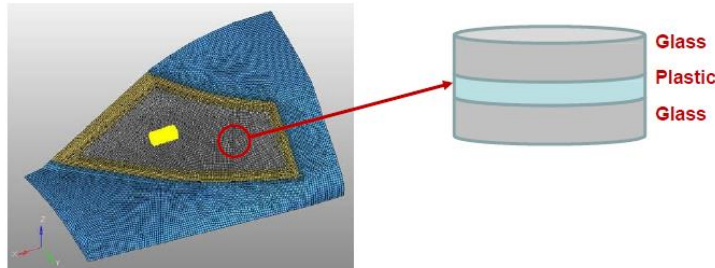
该材料本构适用模拟各向同性弹塑性 Johnson-Cook 材料模型与正交各向异性脆性失效模型相结合的材料。材料本构能真实反映由于拉力造成的单元失效。此材料本构只适用于 2D shell 单元。

在该材料本构模型中，当等效应力低于塑性屈服应力时，材料表现为线弹性材料。对于较高的应力值，材料的行为是塑性的，应力将按照如下公式计算：

$$\sigma = (a + b\epsilon_p^n) \left( 1 + c \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)$$

该材料本构关系允许在两个主要方向（1 和 2）上模拟材料的脆性破坏。此材料本构关系只适用于 2D shell 单元，它与 2D 属性/PROP/TYPE1 和 /PROP/TYPE11 兼容。

与属性/PROP/TYPE11 结合使用，可以通过多次使用 LAW27 定义不同成分的材料，如安全玻璃模型中包含了树胶材料和玻璃材料，那么可以使用两次 LAW27 来分别定义两种不同材料。



```

/PROP/SH_SANDW/3000005
windshield
# Ishell Ismstr
# 24 0
# hm hf hr dm dn
# 0 0 0 0 0
# N Istrain Thick Ashear Ithick Iplas
# 3 1 4.5 0 1 1
# Vx Vy Vz Skew_ID Iorth Ipos
# 0 0 0 0 0 0
# Phi t Z mat_ID
# 0 2.0 0 8 Glass
# 0 0.5 0 9 Plastic
# 0 2.0 0 8 Glass
    
```

Figure 6, 模拟安全玻璃材料，使用/PROP/TYPE11 定义材料属性

```

#---1---|---2---|---3---|---4---|---5---|---6---|---7---|---10---|
/MAT/PLAS_BRIT/8
glass
# RHO_I
# 1.74E-6 0
# E NU
# 61 .3
# a b n
# .045 .05 1
# c EPS0 ICC
# 0 0 0
# EPS_t1 EPS_m1 d_max1 EPS_f1
# .01 .03 .95 .06
# EPS_t2 EPS_m2 d_max2 EPS_f2
# .01 .03 .95 .06
脆性失效准则
#---1---|---2---|---3---|---4---|---5---|---6---|---7---|---8---|---9---|---10---|
/MAT/PLAS_BRIT/9
plastic
# RHO_I
# 8E-7 0
# E NU
# 3 .3
# a b n
# 1E30 0 0
# c EPS0 ICC
# 0 0 0
# EPS_t1 EPS_m1 d_max1 EPS_f1
# 0 0 0 0
# EPS_t2 EPS_m2 d_max2 EPS_f2
# 0 0 0 0
    
```

Figure 7, 安全玻璃中 LAW27 的定义

LAW27 脆性失效准则定义：

注意这个应力上限值是不区分材料处于弹性阶段还是塑性阶段。只要到了这个应力上限值，那么材料就开始软化。软化的方式是如下图所示

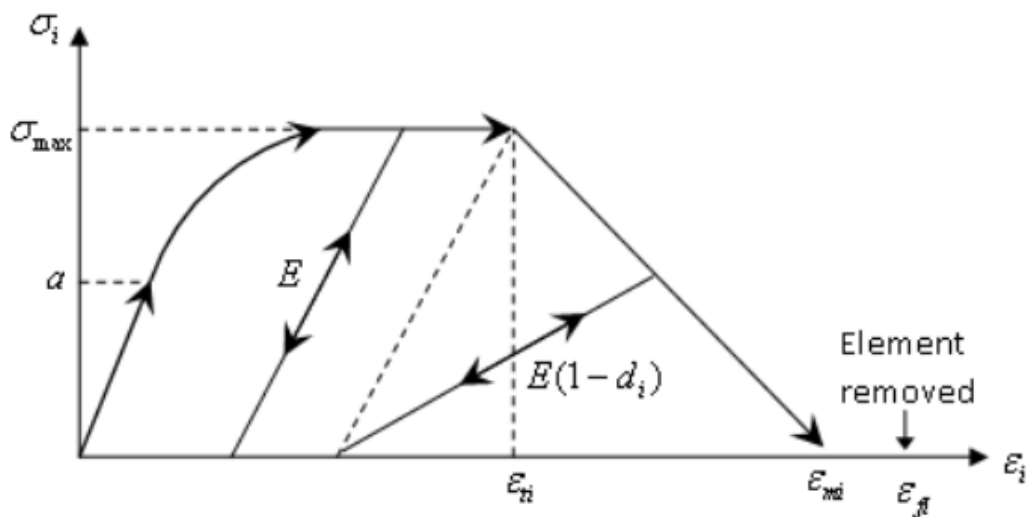


Figure 8, 脆性定义

当主应变 $\varepsilon_i$ 大于 $\varepsilon_{ti}$ 时，应变处于 $\varepsilon_{ti}$ 和 $\varepsilon_{fi}$ 之间，应力的计算需要由损伤因子  $d_i$  控制：

$$d_i = \max \left( \frac{\varepsilon_{ti} - \varepsilon_i}{\varepsilon_{mi} - \varepsilon_{ti}}, d_{\max i} \right) \text{ in directions, } i = 1, 2.$$

应力减少需根据损伤参数 $\sigma_i^{\text{reduced}} = \sigma_i (1 - d_i)$  计算。在 $\varepsilon_{ti}$ 和 $\varepsilon_{fi}$ 之间的损伤是可逆的。但当时 $\varepsilon_i > \varepsilon_{fi}$ 时，损伤因子设定为  $d_{\max i}$ ，并且不再被更新。

## IV. LAW36 曲线输入

LAW36 材料本构是基于 Johnson-Cook，可以直接输入材料真实应力应变曲线，并且针对同一种材料，可以输入不同应变率下的多条应力应变曲线。

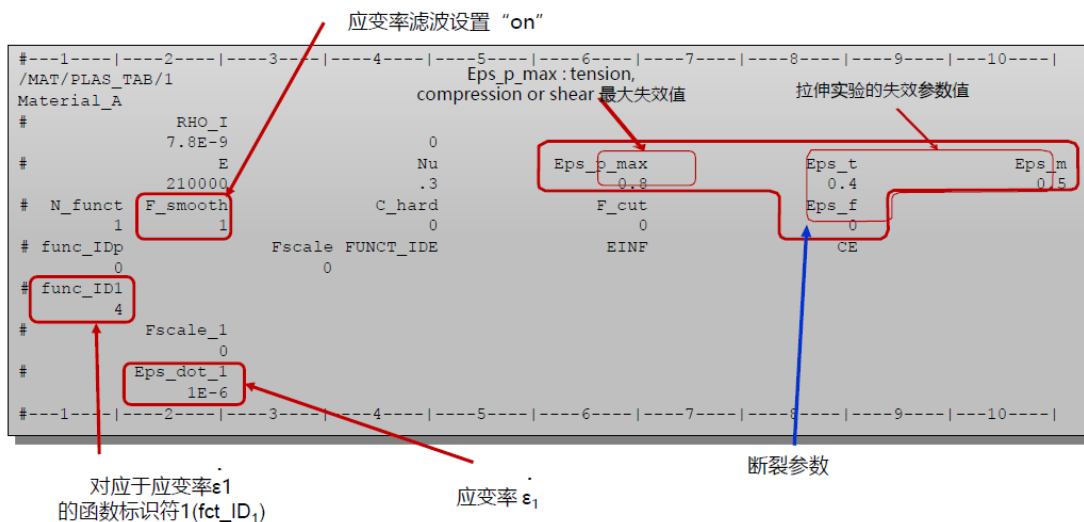
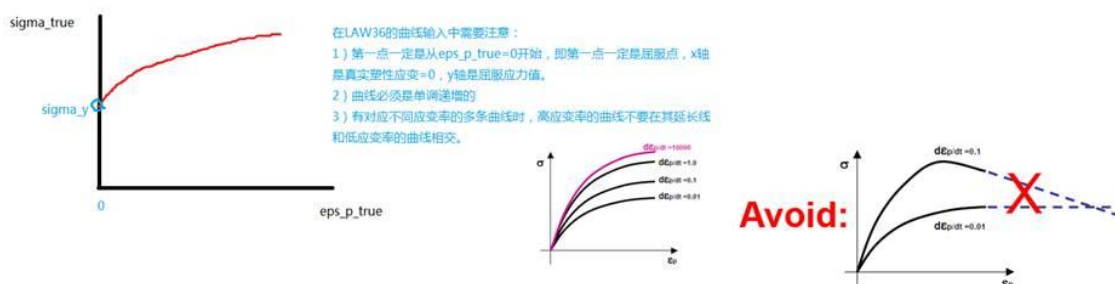


Figure 9, LAW36 材料本构卡片

材料曲线的输入要求:

- 材料应变率 (x 轴) 为零 ( $Eps\_p\_ture=0$ ) 对应的材料应力值 (y 轴) 为材料屈服点的屈服应力值。
- 曲线一定是平滑且单调递增的。
- 有多条对应不同应变率的曲线时, 它们曲线的延长线是不能相交的。



未知应变率下的材料真实应力应变曲线是可以通过上下两条相邻的材料曲线数值由 RADIOSS 自动插值得出。

## 4.1 LAW36 破坏和断裂的四个参数

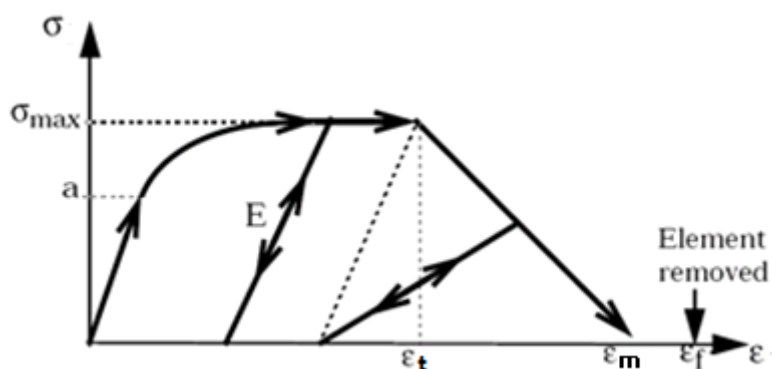
Eps_p_max 1.2	Eps_t 0.25	Eps_m 0.38
F_cut 0	Eps_f 0.4	

参数 Eps\_P\_max 是用于控制破坏，在任何一个加载情况下（拉伸，压缩，剪切），当**塑性应变**在其中的一个积分点上达到 Eps\_P\_max 时单元破坏（破坏的数值处理方式是单元删除）。

参数 Eps\_f 也是用于控制破坏的，它用于在拉伸情况下，当单元的最大**主应变**（包括弹性应变和塑性应变）达到用户定义的最大拉伸破坏值 Eps\_f 那么单元破坏（单元删除）。

参数 Eps\_t，定义拉伸破坏应力开始减小的起始应变值。

参数 Eps\_m，定义最大拉伸破坏应力为零的起始应变值。



当 Eps1（最大主应变）达到 Eps\_t, 那么应力值将通过以下关系式减小：

$$\sigma = \sigma \left( \frac{\varepsilon_m - \varepsilon_1}{\varepsilon_m - \varepsilon_t} \right)$$

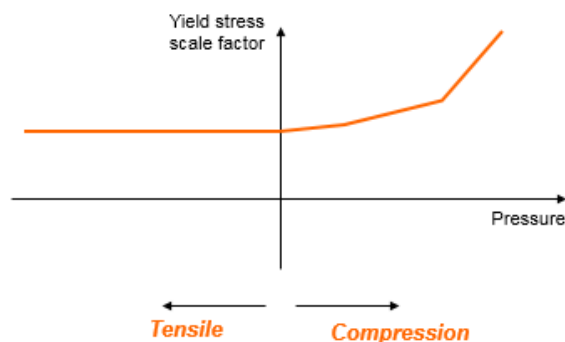
如果 Eps1（最大主应变）达到 Eps\_m，那么单元的压力将减小到 0，但不删除单元。

## 4.2 LAW36 压缩曲线的定义

如果用 LAW36 来表达压缩那么可以利用 fct\_IDp 来描述。RADIOSS 一般会自动将输入的拉伸的应力应变曲线对称使用到压缩这一区域，如果有些材料的拉伸和压缩的屈服曲线不一样，那么就可以用 fct\_IDp 来描述。它是不同压力下的屈服应力的比例系数。

通常材料受拉破坏会早于受压破坏，如下图，受压时屈服应力通过比例系数调高，这样材料在压力作用下比受拉更容易处于屈服之下的弹性阶段。

$$\sigma_y(t) = \sigma_y \cdot f(P)$$



## V. Fail\_TAB1

在 RADIOSS 中提供了一个可直接用曲线输入的形式定义失效模型/FAIL/TAB1。此种失效模型可以设置如：应变率效应，单元尺寸效应，温度效应等影响。

通常在/FAIL/JOHNSON 中我们用 D1, D2 和 D3 来描述壳单元的破坏。对于实体单元的描述是有限制，因为/FAIL/JOHNSON 仅可很好的描述 Lode Angle 为 0 的状态（即平面应变）时的单元的破坏。当添加了 Lode Angle 这个变量，RADIOSS 就可以很全面的描述实体单元的材料破坏。

/FAIL/TAB1 中对于实体单元的失效参数定义时，需要输入 Lode Angle parameter  $\xi$ 。Lode Angle parameter  $\xi$  和 Lode Angle  $\theta$  有这样的关系： $\xi = \cos(3\theta)$

Lode Angle $\theta$	Lode Angle parameter $\xi$	应力状态
0	1	轴拉 (Axisymmetric tension)
	0	平面应变 Plane strain (generalized shear)
$\frac{\pi}{6}$	$\sim -0.45$	纯剪+静水压力 (Pure shear + hydrostatic pressure)
$\frac{\pi}{3}$	$\sim -0.6$	单轴受压+静水压力 (Uniaxial compression + hydrostatic pressure)
	-1	轴压 (Axisymmetric compression)

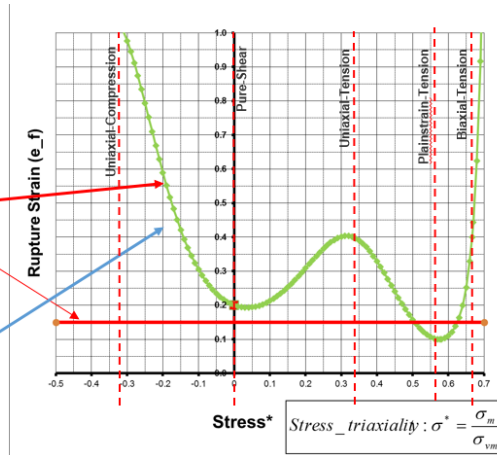
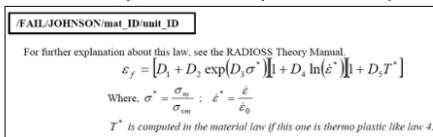
## VI. Fail\_Biquad

在前文中提到如何设置最大应变失效和/FAIL/JOHNSON 模型。可以通过以下图片直观得看到相关的失效曲线：



What reality shows:

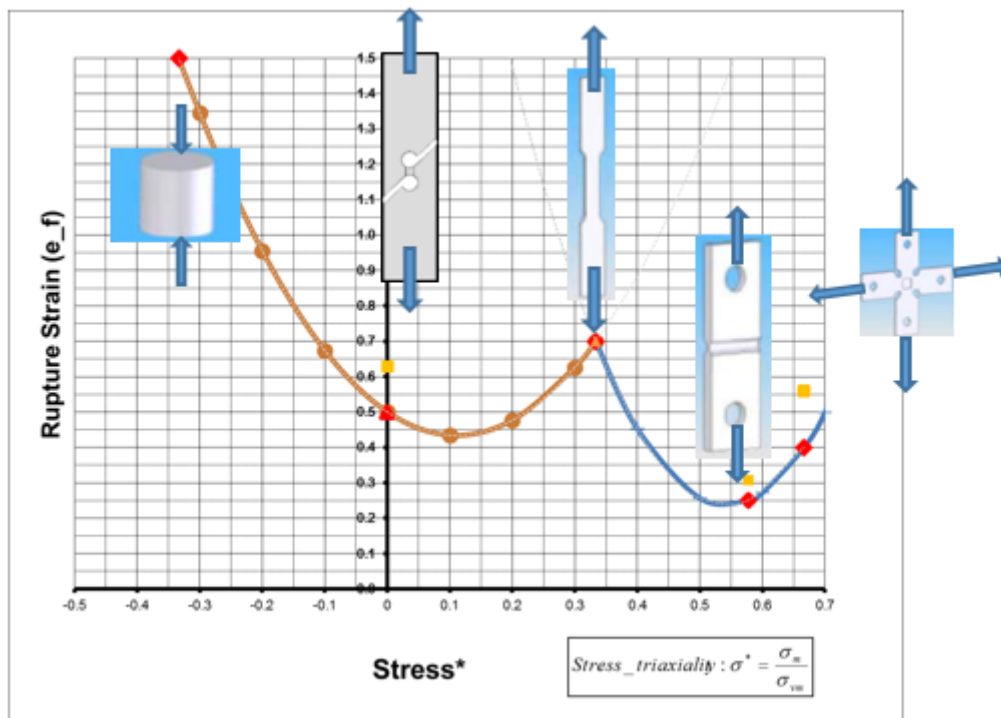
Advanced failure criteria (here: Johnson-Cook)  
→ Fit of 3 parameters (D1, D2, D3) needed !



可以从上图中的曲线观察到绿色曲线是有/FAIL/JOHNSON 得到的失效曲线（曲线以下为安全区域，当计算数值超过绿色曲线，则材料出现失效）。

同时，观察到红色曲线是由应变的数值控制的失效曲线，它是同一并且恒定的数值（不能真实反映失效特性）。

绿色失效曲线是由/FAIL/JOHNSON 中的 D1, D2, D3, D4, D5（在 BiQUAD 中的参数为 C1, C2, C3, C4, C5）值得到的曲线，它们需要通过以下五种实验得到



五种失效实验所得到的结果可以确定两条曲线。



对于钢（各项同性材料）的失效分析和数据总结，发现钢的在单轴拉伸的失效实验中，当 Rupture\_Strain 的数值会出现在 0.7 (C3 值)。

由多次材料失效实验分析，可以推导出失效模型中的 C1, C2, C3, C4, C5 是存在一定关系的，可以通过不同比率因素得到。

在 RADIOSS 中，选择材料类型 S\_flag（如：铝），只输入 C3 值，那么 RADIOSS 就可以自动推导出其它数值。

如下图：

```
#---1---|---2---|---3---|---4---|---5---|---6---|---7---|---8---|---9---|---10---|
/FAIL/BIQUAD/2/1
#          c1          c2          c3          c4          c5
#          0          0          0.3          0          0
#          S_flag
#          1
# Fail_ID
#          1
```

将 S\_flag=1，只需要输入 C3 值，RADIOSS 就能自动推算出其它数值（不需要要输入）。

根据多次材料失效实验发现，颈缩点不会再同一应变发生，那么在 RADIOSS 中可以对颈缩点的出现的应变数值进行设置：正态分布，随机分布。

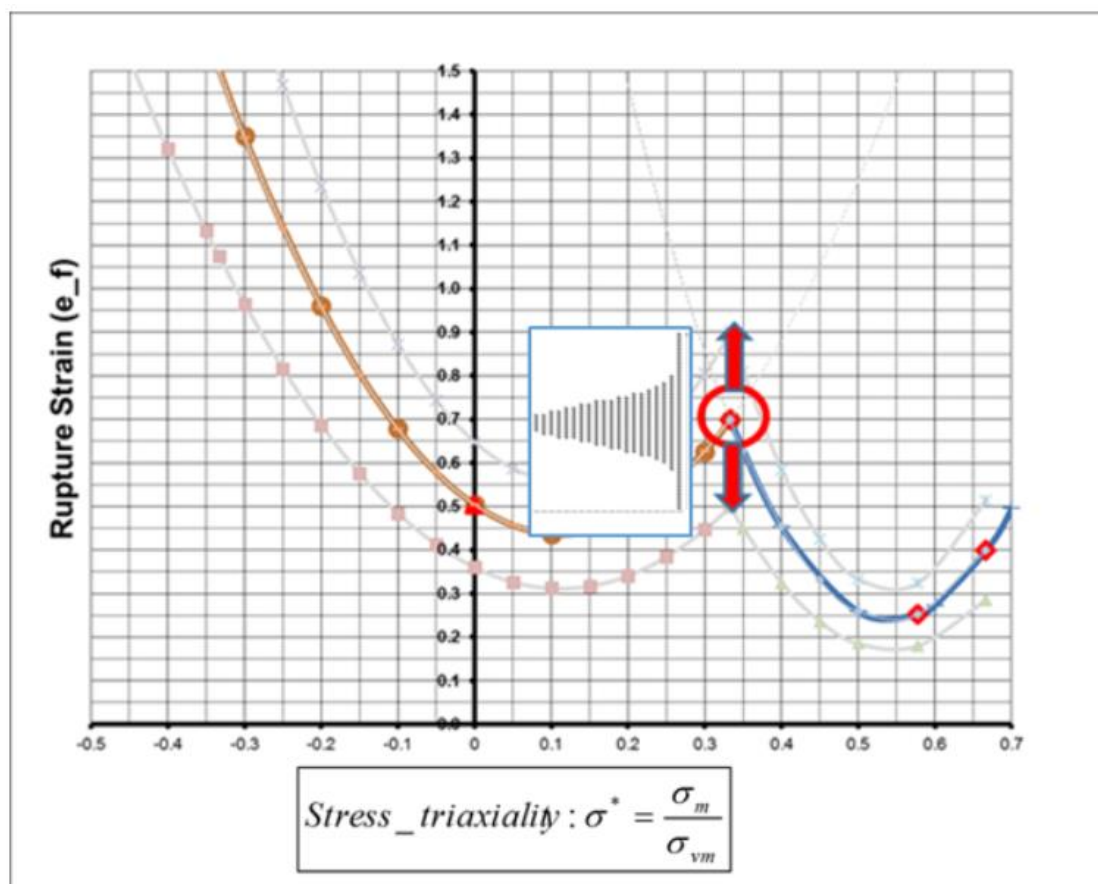


Figure 10, C3 点正态分布



