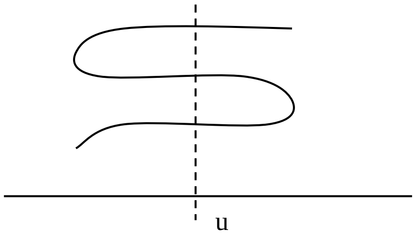
18. Описание криволинейных поверхностей.

Поверхности задаются параметрически от двух независимых параметров u и w (отдельно по каждому параметру), т.е. можем задавать неоднозначные поверхности (т.е. для одного и того же значения одного параметра второй может иметь несколько значений):

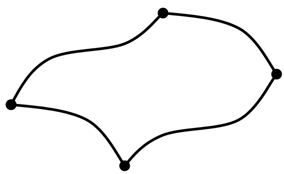


$\overline{Q}(u,w) = f(\overline{P}_i(u,w))$ - параметрическая зависимость поверхности, позволяющая определить положение координат любой ее точки в функции от значений координат этой поверхности в заданных точках. При этом значение $\overline{Q}(u,w)$ на промежутках задания параметров u и w может определяться (меняться) непрерывно, а значения $\overline{P}_i(u,w)$ задаются для конкретных значений u и w.

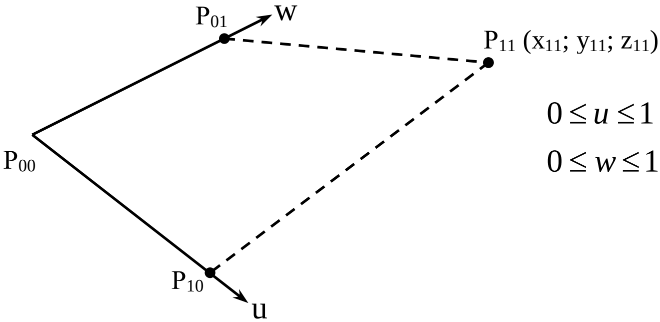
При этом координаты любой точки (X.Y и Z), относящейся к поверхности определяются исходя из соответствующих координат (X.Y и Z) точек задания и задающей функции, которая для всех координат одинаковая, т.е.

$$X(u,w) = f(X_i(u,w)) \text{ и т.д.}$$

1. <u>Простейшими трехмерными поверхностями являются Билинейные поверхности,</u> их задают на ограниченном участке



Для такого участка поверхности требуется задание в пространстве 4-х угловых точек поверхности



$$0 \le u \le 1$$
$$0 \le w \le 1$$

Тогда уравнение билинейчатой поверхности представляется как:

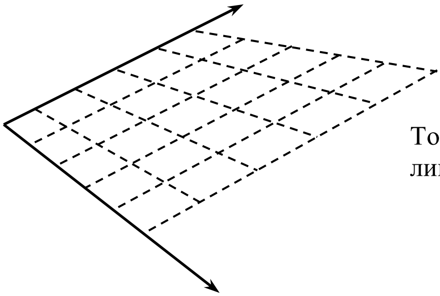
$$\overline{Q}(u,w)=\overline{P}_{00}(1-u)(1-w)+\overline{P}_{01}(1-u)w+\overline{P}_{10}u(1-w)+\overline{P}_{11}uw$$

Если u=0; w=0, то попадаем в точку $\overline{P}_{00}=\overline{Q}(u,w)$

Если u=1; w=0, то попадаем в точку $\overline{P}_{10}=\overline{Q}(u,w)$

Если u=1; w=1, то попадаем в точку $\overline{P}_{11}=\overline{Q}(u,w)$

Если по каждому параметру разделим на 5 участков:

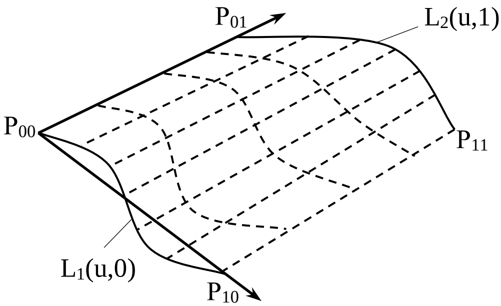


То получаем сетку с линейной аппроксимацией

<u>2.Вторая группа поверхностей – Линейчатая поверхность.</u> Для нее задается 2 противоположные граничные линии (а не 4 точки)

$\overline{L}_1(u,0)$ $\overline{L}_2(u,1)$	или	$\overline{L}_3(0,w)$ $\overline{L}_4(1,w)$

а) $\overline{Q}(u,w)=\overline{L}_1(u,0)(1-w)+\overline{L}_2(u,1)w$



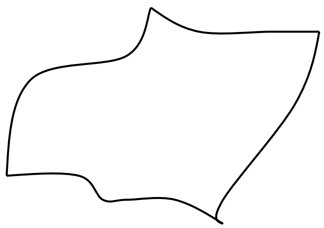
б) Если заданы другие две границы, то:

$$\overline{Q}(u,w)=\overline{L}_3(0,w)(1-u)+\overline{L}_4(1,w)u$$

В качестве граничных линий могут быть любые кривые (отрезки, параболы, гиперболы, кубический сплайн, кривые Безье, В-сплайн)

У нас $L_1(u,1)$ – парабола
$L_2(u,0)$ – кубический сплайн

т.е. поверхность строится как линейная аппроксимация по одной из осей.
3. Третий вид – Линейная поверхность. Для нее задается 4 граничных кривых.



$$\overline{Q}(u,w)=\overline{L}_1(u,0)(1-w)+\overline{L}_2(u,1)w+\overline{L}_3(0,w)(1-u)+\overline{L}_4(1,w)u-$$
$$-\overline{P}_1(0,0)(1-u)(1-w)-\overline{P}_2(0,1)(1-u)w-\overline{P}_3(1,0)(1-w)u-\overline{P}_4(1,1)uw$$

В угловых точках и в середине значения удваиваются

$$\left.\begin{matrix} u=0 \\ w=0 \end{matrix}\right\} Q(0,0)=2P(0,0)$$

поверхность приподнята (первые 4 слагаемых) поэтому в уравнении должны вычесть Билинейчатую поверхность. В результате получаем линейную поверхность.

На граничные точки надо наложить ограничения:

у нас 4 кубических сплайна с ограничениями.