СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
Кафедра Вычислительной техники
Дисциплина «Искусственный интеллект»

Лекция 10

Логические модели представления знаний и рассуждений

Логика

- Логика (в пер. с греч.) – "наука о рассуждении", "искусство рассуждения"
- Определения логики:
  - Наука о формах, методах и законах интеллектуальной познавательной деятельности, формализуемых с помощью логического языка.
  - Наука о достижении истины в процессе познания с помощью выводимого знания, полученного опосредованным путём, посредством не чувственного опыта, а из знаний, полученных ранее; знания, полученного разумом.
  - Наука о законах мышления (дискос об окружающем мире).
- Основная функция логики – исследование, *как из одних утверждений* можно *выводить другие*.
  - предполагается, что *вывод зависит только от способа связи входящих в него утверждений* и *их структуры*, а не от их конкретного содержания
  - изучая, "что из чего следует", логика выявляет наиболее общие, формальные условия правильного мышления
- Наиболее известные логики:
  - логика высказываний
  - логика предикатов первого порядка (ЛП1)

Формальные системы

Формальная система – есть четверка:

$$FS = < S, G, A, R >,$$

где *S* – ***алфавит****,* конечное множество символов, которые допускается использовать в данном языке;

G – конечное *множество синтаксических правил* (формальная грамматика), позволяющих строить синтаксически корректные (правильно построенные) формулы - ППФ;

A – *множество аксиом* – подмножество ППФ*,* принимаемых за априорно истинные;

R – конечное множество *правил вывода -* отношений между формулами, позволяющих «порождать» новые формулы на основе уже имеющихся (аксиом или ранее выведенных)

Логическое следование. Основная проблема логики.

- Логические формулы при соответствующих интерпретациях принимают значение *T* или *F*.

  Пусть *E – множество формул*,
  C – отдельная формула.

- Формула *C* называется *логическим следствием* из множества формул *E*, если она *истинна при всех интерпретациях*, при которых *все формулы* множества *E одновременно истинны.*

- Формальная запись отношения логического следования:

$$\boldsymbol{E \models C}$$

- Основная проблема логики: Для заданных *множество формул E* и *формулы C* определить, является ли *C* логическим следствием из *E.*
  - Исходя из определения факт логического следования можно установить путем перебора всех возможных интерпретаций формул.
  - Такой подход возможен в логике высказываний, но невозможен в логике предикатов, т. к. каждая формула в ЛП1 имеет *бесконечное число интерпретаций* (вследствие бесконечного множества областей интерпретаций).

Невыполнимость множества формул и принцип дедукции

- Множество формул *невыполнимо*, если не существует интерпретации, при которой все формулы этого множества одновременно истинны

- Принцип дедукции: формула C является *логическим следствием* из множества формул E, тогда и только тогда, когда множество формул $E \cup \{\neg C\}$ *невыполнимо:*

$$E \models C \Leftrightarrow E \cup \{\neg C\}$$

- Т. о. принцип дедукции *сводит задачу о логическом следовании к задаче о невыполнимости множества формул*.

- Нужен эффективный метод доказательства невыполнимости множества формул. . . . такой метод есть – это метод резолюций!

Понятие выводимости

- Формула *C непосредственно выводима* из формул $E_1, \ldots, E_n$, если существует правило вывода , такое что:

$$R_i : \frac{E_1, \ldots, E_n}{C}$$

- Формула *C выводима* из формул $E_1, \ldots, E_n$, если существует конечная цепочка правил вывода

$$R_i, R_j, \ldots, R_k,$$

такая что их последовательное применение к множеству формул $\{E_1, \ldots, E_n\}$ и выведенным формулам позволяет вывести формулу C:

$$\{E_1, \ldots, E_n\} \qquad R_i, R_j, \ldots, R_k \qquad \{C\}$$

Логика высказываний. Основные понятия, алфавит

- *Высказывание* - любое утверждение, относительно которого в данный момент можно судить о его истинности или ложности.
  - Пример: «Москва - столица России», «Белые медведи живут в Африке" – высказывания
  - «В созвездии Кассиопеи существует жизнь» – не высказывание!
- *Элементарное* высказывание – высказывание, не допускающее расчленения на более простые
- Элементарные высказывания принято обозначать символами:

  p, q, r, s, t,. . . .

  и называть *пропозициональными переменными*.
- *Составные высказывания* строятся из элементарных с использованием пяти логических связок:

  $\neg$ – отрицание, соответствует отрицательной частице «не» в утверждениях естественного языка;

  & – конъюнкция, соответствует союзу «и»;

  $\vee$ – дизъюнкция соответствует союзу «или»;

  $\rightarrow$ – импликация, соответствует союзу «если ..., то ...» ;

  $\leftrightarrow$ – эквивалентность, соответствует слову «эквивалентно», словосочетаниям «тогда и только тогда» или «необходимым и достаточным условием является».

Язык логики высказываний. Правила построения формул

- С использованием пропозициональных переменных и логических связок высказывания представляются *формулами*
- Синтаксис логических формул формально определяется следующими правилами:
- 1. Базис: *всякая пропозициональная переменная является формулой*
- 2. Индукционный шаг: *если X* и *Y - формулы*, *то*

  $\neg X$, $(X \ \& \ Y)$, $(X \vee Y)$, $(X \rightarrow Y)$, $(X \leftrightarrow Y)$ - *также формулы*

- 3. Ограничение: *других формул нет*

Например, составное высказывание «*Если идет дождь и нет зонта, то поход в кино не состоится*» построено из элементарных высказываний:

p - «идет дождь»; q - «есть зонт»; r - «поход в кино состоится»

Тогда данное высказывание записывается в виде формулы:

$$(p \ \& \neg q) \rightarrow \neg r$$

Правило резолюций

- Рассмотрим две формулы:

$$(A \vee X) \text{ и } (B \vee \neg X),$$

где A и B – произвольные формулы

- Их логическим следствием является формула $(A \vee B)$:

$$\{ (A \vee X), (B \vee \neg X) \} \models (A \vee B)$$

- Действительно, пусть X = *False,* тогда A = *True*;
  если X = *True,* то $\neg X$ = *False* и B = *True*;

- В случае, если A и B – дизъюнкты, данное правило называется **правилом резолюций**:
  - если два дизъюнкта *содержат контрарную пару*, то их логическим следствием является дизъюнкт, полученный объединением исходных дизъюнктов, из которых исключены литералы контрарной пары. Этот новый дизъюнкт называют ***резольвентой*** исходных (родительских) дизъюнктов.

- Например, дизъюнкта $(p \vee q \vee \neg r)$ и $(\neg p \vee \neg s \vee t)$ имеют резольвенту:

$$(q \vee \neg r \vee \neg s \vee t)$$

Проблема дедукции и метод резолюций

- Использование метода резолюций для решения проблемы дедукции основано на трех положениях:
  - **Принцип дедукции**: проблема дедукции сводится к *задаче о невыполнимости множества формул*;
  - Любое *множество формул* (высказываний) *может быть преобразовано в эквивалентное* с точки зрения выполнимости/невыполнимости *множество дизъюнктов*;
  - *Невыполнимость* (выполнимость) *множества дизъюнктов* может быть эффективно установлена с использованием *метода резолюций*;

Решение проблемы дедукции

- Полное решение проблемы дедукции с использованием метода резолюций включает следующие шаги:

  1. Записать исходное рассуждение (посылки и заключения) в виде логических формул

  2. Применить принцип дедукции – добавить отрицание заключения к множеству посылок

  3. Преобразовать все формулы в КНФ.

  4. Доказать невыполнимость полученного множества дизъюнктов методом резолюций.

Стратегии метода резолюций

Стратегии определяют последовательность перебора пар дизъюнктов:

- Насыщения уровня;
- Линейная;
- Предпочтения одночленам;
- Наименьшего числа компонент;
- Использование подслучаев;
- Исключения дизъюнктов с уникальными литералами;
- А-упорядочения ;
- С-упорядочения ;