

Kapitola 1

Formalizácia vnímania farieb – farebné videnie

Farebné videnie berieme ako životnú samozrejmosť, no jeho presný popis presahuje možnosť výkladu v tomto texte. Na sietnici oka sa nachádzajú dva druhy receptorov. *Tyčinky (rods)* slúžia pre nočné - čiernobiele videnie, *čapíky (cones)* zabezpečujú denné - farebné videnie. Rozlišujeme tri druhy čapíkov podľa toho, na aké vlnové dĺžky sú citlivé. Závislosť výsledného vnemu na spektre vstupného žiarenia je netriviálna. My sa budeme venovať len základným otázkam formalizácie farebných vnemov. Zaujímavci o detailnejšie znalosti z oblasti farebného vnímania nech siahnu napríklad po zdrojoch [?], [?], [?], [?], [?], [?].

1.1 Grassmannove zákony

Ako sme sa zmienili v úvode predchádzajúcej kapitoly, významnou vlastnosťou farebného vnímania je skutočnosť, že monochromatické svetlá rôznych vlnových dĺžiek vnímame ako rôzne farby.

λ [nm]	380-435	435-500	500-520	520-565	565-590	590-625	625-780
farba	fialová	modrá	tyrkysová	zelená	žltá	oranžová	červená

Tabuľka 1.1: Vzťah vlnovej dĺžky λ [nm] a farebného vnemu.

Veľmi netriviálny je *vnem zmesi monochromatických svetiel*: jednotlivé monochromatické zložky svetiel nie sme schopní rozlíšiť a takýto podnet taktiež vnímame ako jedinou farbu. Napr. na jednej strane existuje žlté monochromatické svetlo, tj. žiarenie konkrétnej vlnovej

KAPITOLA 1. FORMALIZÁCIA VNÍMANIA FARIEB – FAREBNÉ 1.2. ADITÍVNY A SUBTRAKTÍVNY MODEL MIEŠANIA FARIEB

dĺžky (napr. 580 nm), no na druhej strane, vnem žltého svetla môžeme získať aj ako zmes červeného a zeleného monochromatického svetla. Oba tieto prípady sú z hľadiska fyzikálnej podstaty rôzne, no z hľadiska nášho vnímania rovnaké.¹ Podstatné vlastnosti nášho farebného vnímania sú sformulované v troch Grassmannových zákonoch [?].

1. Ľubovoľná štvorica farieb je závislá (tj. ľubovoľný farebný podnet možno nahradiť aditívnou zmesou troch nezávislých farebných podnetov).
2. Pri spojitý zmene spektrálneho zloženia svetla sa spojitý mení aj náš vnem – farba (samozrejme to platí len pre viditeľnú časť spektra – viď pozn. ?? na začiatku predchošej kapitoly).
3. Farba zmesi je určená len farbou miešaných zložiek a nezávisí od ich spektrálneho zloženia (tj. napríklad vo vyššie uvedenom príklade je jedno, či budeme k nejakej farbe pridávať monochromatickú žltú, alebo žltú, ktorá je zmesou červenej a zelenej – výsledný farebný vnem bude rovnaký).

1.2 Aditívny a subtraktívny model miešania farieb

Je všeobecne známe, že žltá farba na monitoroch je výsledkom zmiešavania červeného a zeleného svetla. Môžeme sa o tom presvedčiť napr. pohľadom na obrazovku s použitím lupy. Naproti tomu, každý z nás má skúsenosť, že zmiešaním červenej a zelenej vodovej farby nikdy nedostaneme farbu žltú. Toto je dôsledok rôznych mechanizmov, ktoré sa vo vyššie uvedených situáciách uplatňujú.

Keď na biely papier svietime červeným reflektorom, papier toto svetlo odráža a „svieti červene“. Analogicky, pri použití zeleného reflektora bude papier „svietiť zelene“. To znamená, že keď súčasne svietime oboma reflektormi, budú sa odrážať obe svetlá a my vnímame ich zmes. No a takto vytvorenú červeno-zelenú zmes nazývame žltá farba. Toto je mechanizmus, označovaný ako *aditívne miešanie farieb*. Na tomto princípe funguje napr. farebný výstup na monitor, kde zmes farebných vnemov je dôsledkom nám už známej integračnej schopnosti oka, uplatnenej na trojicu základných farebných bodov, z ktorých je pixel na obrazovke tvorený.

V prípade miešania vodových farieb je situácia úplne iná. Pigmentové zrnká, ktoré farbu tvoria, sú vlastne malé farebné filtre. Uvažujme napr. červený filter, ktorý prepustí zo zmesi svetiel len červené svetlá – ostatné zložky sa pohltia. Keď ešte pred červený umiestnime zelený filter, ktorý prepúšťa len zelené svetlo a ostatné pohlcuje, takáto sústava filtrov neprepustí žiadne svetlo.² Tento mechanizmus nazývame *subtraktívne miešanie farieb*. Toto

¹Úplne iná situácia je u vnemov zvukových, ktoré majú tiež charakter vlnenia: z akordu, tj. zmesi tónov, vždy vieme vyseparovať jednotlivé tóny, ktoré daný akord tvoria, ale žiadny z akordov nemožno nahradiť jediným tónom.

²Pre korektnosť vyššie uvedeného mechanizmu je nutné dodať, že v tejto úvahe predpokladáme monochromatické filtre, tj. také, ktoré prepúšťajú len svetlo vybranej vlnovej dĺžky.

je podstata fungovania farebných tlačiarňí. Preto výsledným vnemom miešania červenej a zelenej vodovej farby by mala byť farba čierna. Že tomu tak nie je, je dôsledkom toho, že nie sme schopní zaistiť, aby jednotlivé pigmentové zrnká boli rovnakého tvaru a veľkosti. Navyše, nie sme schopní doceliť ich presné prekrytie pri nanášaní na papier.³ Vyššieuvedené tiež objasňuje, prečo sa okrem farebných pigmentov používa aj pigment čierny. (Nehľadiac na to, že i v prípade „dokonalých pigmentov“ by „dvojfarebné“ generovanie čiernej farby bolo zbytočne zložité a drahé.) Ďalej v celej tejto kapitole budeme uvažovať aditívny farebný model.

1.3 Kolorimetrický priestor

Kvantitatívne vyjadrenie prvého Grassmannovho zákona je dané kolorimetrickými vzťahmi a je výsledkom nasledujúceho experimentu.

Zoberieme tri reflektory rôznych farieb⁴. Tieto svetlá nazveme etalónové. Svietime nimi na jedno miesto. Pritom intenzity jednotlivých reflektorov môžeme rôzne meniť – dostaneme tak rôzne svetelné zmesi.

Na druhej strane, zoberme monochromatické svetlo vybranej vlnovej dĺžky (označme ho X). Budeme sa snažiť namiešať svetelnú zmes tak, aby sme ju farebne vnímali rovnako, ako monochromatické svetlo X . Formálne vyjadrené dostaneme

$$X = rR + gG + bB,$$

kde r, g, b sú reálne nezáporné čísla vyjadrujúce intenzitu príslušných etalónových svetiel. Môžeme sa obmedziť na $0 \leq r, g, b \leq 1$.

Ukazuje sa však, že nie pre všetky monochromatické svetlá môžeme takto vyrobiť zhodné farebné vnemy. V niektorých prípadoch je nutné experiment modifikovať tak, že sa hľadá farebná rovnosť zmesi skúmaného a jedného z etalónových svetiel, so zmesou ostatných dvoch etalónových svetiel. Najmarkantnejšie sa to prejavuje v oblasti vlnových dĺžok 450-550 nm, kde ku skúmanému monochromatickému svetlu X je treba pridať červené svetlo. Tentokrát teda hľadáme rovnosť

$$X + rR = gG + bB.$$

Pri prepise do tvaru

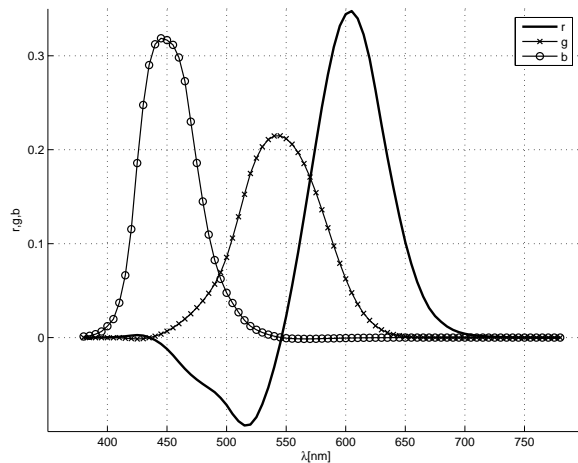
$$X = -rR + gG + bB$$

³A samozrejme nie sme schopní zabezpečiť presnú monochromatickosť pigmentov.

⁴Za základ kolorimetrickej sústavy boli Medzinárodnou komisiou pre osvetlenie – CIE (Commission Internationale de l'Éclairage) v r.1931 vzaté žiarenia o vlnových dĺžkach 700 nm (R -červená), 546,1 nm (G -zelená), 435,8 nm (B -modrá).

tak dostávame zápornú hodnotu – koeficient $-r$. Treba si uvedomiť, že r, g, b sú intenzity, a preto samy nemôžu byť záporné.

Výsledné hodnoty koeficientov r, g, b pre jednotlivé vlnové dĺžky sú uvedené v grafe - obr. 1.1, resp. v tab. 1.2, [?], [?].



Obr. 1.1: Farebné koeficienty.

1.4 Normovaný kolorimetrický priestor

Všimnime si farebné vnemy odpovedajúce vlnovej dĺžke $\lambda > 690\text{nm}$. Všetky sa dajú vyjadriť len na základe červeného podnetu rôznej intenzity. Ináč povedané, všetky tieto farby môžeme vyjadriť ako výsledok vzájomného pomeru $r:g:b = 1:0:0$, no pri rôznej intenzite samotného vnemu. Podobne aj u ostatných vlnových dĺžok je vo vyjadrení z tab. 1.2 zahrnutá okrem vzájomného pomeru aj celková intenzita jednotlivých zložiek.

Aby sme sa priblížili popisu farebného vnímania v zmysle úvodu kap. ??, je treba oddeliť vzájomné pomery základných vnemov a intenzitu výsledného vnemu.

Preto sa namiesto hodnôt r, g, b používajú pomerné hodnoty

$$\rho = \frac{r}{r + g + b}, \quad \gamma = \frac{g}{r + g + b}, \quad \beta = \frac{b}{r + g + b}. \quad (1.1)$$

Vzhľadom na to, že $\rho + \gamma + \beta = 1$, tieto veličiny vyjadrujú *pomerné zastúpenie etalónovej farby* pre danú konkrétnu farbu, tj. *váhu*⁵ danej farby. Nazývame ich *normované farebné koeficienty*.

⁵Môžeme tak používať terminológiu, aká je bežná pri definovaní zmesí.

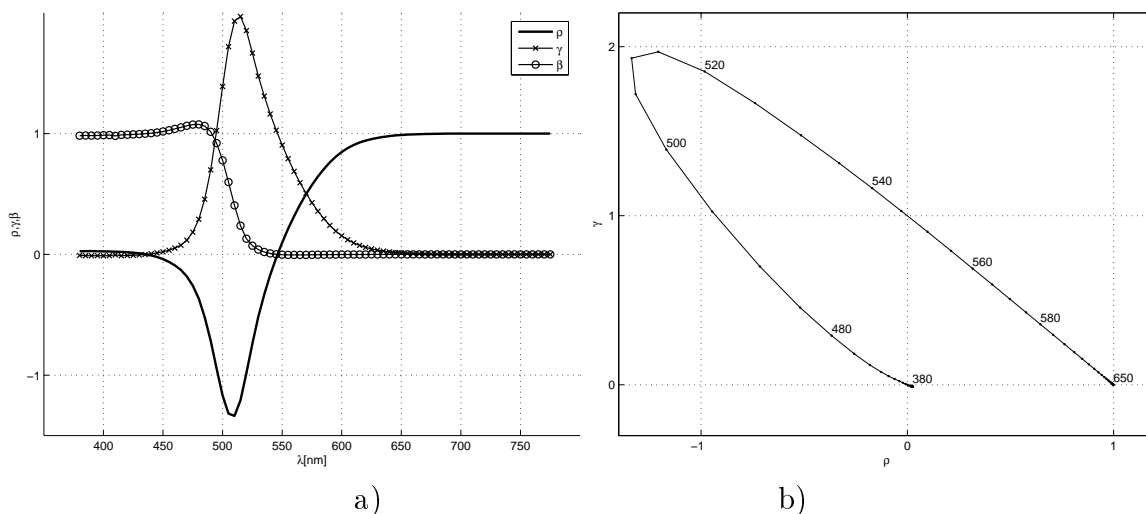
KAPITOLA 1. FORMALIZÁCIA VNÍMANIA FARIEB – FAREBNÉ
VIDENIE 1.4. NORMOVANÝ KOLORIMETRICKÝ PRIESTOR

λ	r	g	b	λ	r	g	b
380	0.00003	-0.00001	0.00117	580	0.24526	0.1361	-0.00108
385	0.00005	-0.00002	0.00189	585	0.27989	0.11686	-0.00093
390	0.0001	-0.00004	0.00359	590	0.30928	0.09754	-0.00079
395	0.00017	-0.00007	0.00647	595	0.33184	0.07909	-0.00063
400	0.0003	-0.00014	0.01214	600	0.34429	0.06246	-0.00049
405	0.00047	-0.00022	0.01969	605	0.34756	0.04776	-0.00038
410	0.00084	-0.00014	0.03707	610	0.33971	0.03557	-0.0003
415	0.00139	-0.0007	0.06637	615	0.32265	0.02583	-0.00022
420	0.00211	-0.0011	0.11541	620	0.29708	0.01828	-0.00015
425	0.00266	-0.00143	0.18575	625	0.26348	0.01253	-0.00011
430	0.00218	-0.00119	0.24769	630	0.22677	0.00833	-0.00008
435	0.00036	-0.00021	0.29012	635	0.19233	0.00537	-0.00005
440	-0.00261	0.00149	0.31228	640	0.15968	0.00334	-0.00003
445	-0.00673	0.00379	0.3186	645	0.12905	0.00199	-0.00002
450	-0.01213	0.00678	0.3167	650	0.10167	0.00116	-0.00001
455	-0.01874	0.01046	0.31166	655	0.07857	0.00066	-0.00001
460	-0.02608	0.01485	0.29821	660	0.05932	0.00037	0
465	-0.03324	0.01977	0.27295	665	0.04366	0.00021	0
470	-0.03933	0.02538	0.22991	670	0.03149	0.00011	0
475	-0.04471	0.03183	0.18592	675	0.02294	0.00006	0
480	-0.04939	0.03914	0.14494	680	0.01687	0.00003	0
485	-0.05364	0.04713	0.10968	685	0.01187	0.00001	0
490	-0.05814	0.05689	0.08257	690	0.00819	0	0
495	-0.06414	0.06948	0.06246	695	0.00572	0	0
500	-0.07173	0.08536	0.04776	700	0.0041	0	0
505	-0.0812	0.10593	0.03688	705	0.00291	0	0
510	-0.08901	0.1286	0.02698	710	0.0021	0	0
515	-0.09356	0.15262	0.01842	715	0.00148	0	0
520	-0.09264	0.17468	0.01221	720	0.00105	0	0
525	-0.08473	0.19113	0.0083	725	0.00074	0	0
530	-0.07101	0.20317	0.00549	730	0.00052	0	0
535	-0.05316	0.21083	0.0032	735	0.00036	0	0
540	-0.03152	0.21466	0.00146	740	0.00025	0	0
545	-0.00613	0.21487	0.00023	745	0.00017	0	0
550	0.02279	0.21178	-0.00058	750	0.00012	0	0
555	0.05514	0.20588	-0.00105	755	0.00008	0	0
560	0.0906	0.19702	-0.0013	760	0.00006	0	0
565	0.1284	0.18522	-0.00138	765	0.00004	0	0
570	0.16768	0.17087	-0.00135	770	0.00003	0	0
575	0.20715	0.15429	-0.00123	775	0.00001	0	0

Tabuľka 1.2: Numerické hodnoty farebných koeficientov r, g, b v závislosti na vlnovej dĺžke λ [nm]. Prevzaté z [?].

Z obr. 1.2 a) vidíme, že naše oko je rôzne citlivé na rôzne farby. Napr. citlivosť na modrú farbu (koeficient β) je v porovnaní s červenou (koeficient γ) veľmi malá: k modrej farbe stačí pridať len veľmi málo červenej a výsledný vnem bude fialový.

Normované koeficienty majú i ďalšiu veľmi užitočnú vlastnosť. Keďže $\rho + \gamma + \beta = 1$, na vyjadrenie každej farby spektra nám stačia len dva koeficienty, napr. ρ a γ – obr. 1.2 b). Koeficient β jednoznačne vyjadríme ako $\beta = 1 - \rho - \gamma$.



Obr. 1.2: Normované farebné koeficienty. a) Vzťah medzi vlnovou dĺžkou a normovanými koeficientami. b) Vzájomná závislosť normovaných farebných koeficientov ρ a γ . Spektrálne farby dávajú otvorenú krivku (vyznačené body na krivke odpovedajú hodnotám z tab. 1.2).

1.5 Geometria trojuholníka

Pre ďalšie vysvetlenie si potrebujeme uvedomiť jednu veľmi dôležitú algebraickú vlastnosť úsečky: *úsečka je váženým priemerom svojich krajných bodov.*

Vskutku, vychádzajúc z parametrického tvaru úsečky, ktorá je daná vrcholami P a Q

$$X = P + t(Q - P), \quad 0 \leq t \leq 1,$$

jednoduchou úpravou dostaneme

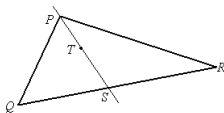
$$X = (1 - t)P + tQ, \quad 0 \leq t \leq 1,$$

alebo trochu ináč

$$X = pP + qQ, \quad 0 \leq p, q \leq 1, \quad p + q = 1. \quad (1.2)$$

Znamená to, že vnútorné body úsečky reprezentujú rôzne zmiešavacie pomery krajných bodov. Pritom rôznym bodom odpovedajú rôzne váhy p, q a váhy musia byť zviazané vzťahom $p + q = 1$. Stred úsečky je zároveň jej ťažiskom. Jeho súradnice sú aritmetickým priemerom súradníc krajných bodov úsečky.

Zovšeobecňíme tento vzťah pre trojuholník – obr. 1.3. Uvažujme trojuholník určený trojicou jeho vrcholov P, Q, R a uvažujme vnútorný bod trojuholníka T . Bodmi P, T vedieme priamku a označíme S jej prienik so stranou QR .



Obr. 1.3: Bod trojuholníka ako vážený priemer svojich vrcholov.

Evidentne platí – viď (1.2),

$$\begin{aligned} S &= aQ + bR, & 0 \leq a, b \leq 1, & \quad a + b = 1, \\ T &= cP + dS, & 0 \leq c, d \leq 1, & \quad c + d = 1. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Dosadením za S v druhom vzťahu dostávame

$$T = cP + dS = cP + d(aQ + bR) = cP + adQ + bdR.$$

Označme $p = c$, $q = ad$, $r = bd$. Vzhľadom k (1.3) dostaneme

$$p + q + r = c + ad + bd = c + d(a + b) = c + d = 1,$$

čo vedie k výslednej formulácii

$$T = pP + qQ + rR. \quad 0 \leq p, q, r \leq 1, \quad p + q + r = 1. \quad (1.4)$$

To znamená, že ku každému bodu T trojuholníka PQR vieme nájsť trojicu nezáporných váh p, q, r tak, že T je váženým priemerom vrcholov P, Q, R . Napr. ťažisku odpovedá prostý priemer $p = q = r = \frac{1}{3}$.

Uvedenú konštrukciu môžeme zovšeobecňovať ďalej: zoberme množinu bodov P_0, P_1, \dots, P_n a budeme vytvárať ich všetky možné vážené priemery

$$P = p_0P_0 + p_1P_1 + \dots + p_nP_n,$$

čo znamená, že od koeficientov požadujeme, aby $0 \leq p_0, p_1, \dots, p_n \leq 1$ a zároveň $p_0 + p_1 + \dots + p_n = 1$. Tieto koeficienty nazývame *barycentrické súradnice* bodu P .

Dostávame tak *konvexný obal* danej množiny bodov P_0, P_1, \dots, P_n . Ťažiskom tejto množiny bodov je bod, súradnice ktorého sú aritmetické priemery súradníc uvedených bodov, tj .
 $p_0 = p_1 = \dots = p_n = \frac{1}{n+1}$.

Tento aparát použijeme pri formalizácii farebných vnemov, a stretneme sa s ním tiež v kapitole venovanej generovaniu kriviek.

Vráťme sa naspäť k trojuholníku a vytvorme navonok veľmi podobnú konštrukciu:

$$X = pP + qQ + rR, \quad 0 \leq p, q, r \leq 1. \quad (1.5)$$

Teraz však nekladíme podmienku $p + q + r = 1$. Takáto konštrukcia má tiež veľmi názornú geometrickú interpretáciu: keď body P, Q, R interpretujeme ako bázoové vektory 3D priestoru,

$$P = (1, 0, 0), \quad Q = (0, 1, 0), \quad R = (0, 0, 1),$$

potom pri meniacich sa koeficientoch p, q, r vzťah (1.5) určuje všetky body jednotkového kvádra, čiže kocky.

1.6 Chromatický diagram

Keď zoberieme dve farby z krivky na obr. 1.2 b), tak na úsečke, ktorá ich spája, dostávame všetky možné farebné zmesi týchto farieb. Napr. úsečka spájajúca oba konce krivky (červený a fialový) vyjadruje rôzne zmesi červeno-fialových, tj. purpurových farieb. Na rozdiel od farieb z krivky, pre ktoré existujú vlnové dĺžky, tj. existujú pre ne monochromatické svetlá, *purpurové farby nemajú svoju vlnovú dĺžku – sú to vždy len zmesi monochromatických svetiel*.

Preto farby z krivky na obr. 1.2 b) nazývame spektrálne a purpurové farby nazývame nespektrálne. Všetky tieto farby, tj. spektrálne a purpurové, sa označujú ako čisté (sýte) farby a hovoríme, že poloha bodu na uzavretej krivke z obr. 1.2 b) určuje *farebný tón* analyzovaného farebného vnemu. Celú plochu, ktorá je ohraničená práve analyzovanou uzavretou krivkou, nazývame *chromatický diagram*.

Vzniká zákonite otázka: *Dá sa nejakým spôsobom v chromatickom diagrame vyjadriť biela farba?* V úvode kapitoly ?? sme uviedli, že achromatické svetlo, tj. svetlo, ktoré sa prejavuje „bielou farbou“, je zmesou všetkých monochromatických svetiel, pričom žiadne z nich neprevláda, čiže všetky sú v tejto zmesi rovnocenné. Prevedené do formálneho vyjadrenia to znamená, že achromatické svetlo je aritmetickým priemerom všetkých uvažovaných monochromatických svetiel. Preto jeho normovaný farebný koeficient ρ_a získame ako aritmetický priemer hodnôt normovaných koeficientov ρ_λ všetkých uvažovaných monochromatických svetiel s vlnovou dĺžkou λ . Podobným spôsobom dostaneme aj γ_a a β_a

$$\rho_a = \frac{1}{\|L\|} \sum_{\lambda \in L} \rho_\lambda, \quad \gamma_a = \frac{1}{\|L\|} \sum_{\lambda \in L} \gamma_\lambda, \quad \beta_a = \frac{1}{\|L\|} \sum_{\lambda \in L} \beta_\lambda.$$

Pritom L sú uvažované monochromatické svetlá a $\|L\|$ ich počet.

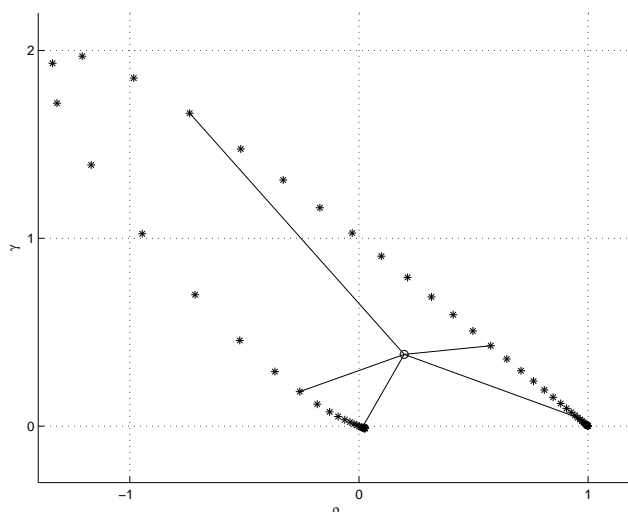
V našom prípade (tab. 1.2) $\|L\| = 80$ (vlnové dĺžky 380 – 775 nm s krokom po 5 nm) dostávame hodnoty normovaných koeficientov achromatického svetla

$$\rho_a = 0,368, \quad \gamma_a = 0,301, \quad \beta_a = 0,331.$$

Keďže z geometrického (a taktiež mechanického) hľadiska je aritmetický priemer množiny bodov ťažiskom uvažovanej množiny bodov, *bielej farbe odpovedá v chromatickom diagrame ťažisko bodov, na základe ktorých sme tento diagram skonštruovali.*

Napadne nás ďalšia otázka: *keď sme našli v chromatickom diagrame bielu farbu, kde sa nachádza šedá farba?* Pri hľadaní odpovede si musíme uvedomiť, že u šedej farby, podobne ako u bielej, nie je žiadna farebná zložka prevládajúca. Takže povedané obrazne, „šedá je vo svojej podstate biela, ale nižšej intenzity“. Pritom pri konštrukcii chromatického diagramu sme sa intenzity zámerne zbavili prechodom od farebných koeficientov k normovaným farebným koeficientom. Preto *v chromatickom diagrame nie sme schopní rozlíšiť farebné vnemy líšiace sa len svojou intenzitou.* Je tak správnejšie hovoriť, že *ťažisku v chromatickom diagrame odpovedá achromatické svetlo* (achromatické farby) a nie biela farba.

A ešte jedna otázka – *ako je to s farbou čiernou?* Celý experiment vedúci k chromatickému diagramu vychádzal z predpokladu existencie svetla. Keďže čierna farba znamená neexistenciu žiadneho svetla, principiálne *nemožno čiernu farbu v danom kontexte, tj. pomocou chromatického diagramu, vyjadriť.*



Obr. 1.4: Body určujúce chromatický diagram (*) a ťažisko (o), ktorému odpovedá biela farba. Každá z úsečiek reprezentuje farby s rovnakým farebným tónom.

Z vyššieuvedenej konštrukcie vyplýva, že na úsečke, ktorá spája ťažisko a hraničný bod chromatického diagramu (obr.1.4) dostávame farby, ktoré sa vzájomne líšia iba mierou achromatickej zložky. Majú teda jeden farebný tón.

Chromatický diagram tak dovoľuje formalizovať dva atribúty všetkých farebných vnemov prirodzeným spôsobom:

- *farebný tón* – je daný polohou bodu na hranici chromatického diagramu,
- *čistota (sýtosť) farby* – je daná polohou na spojnici ťažiska a hraničného bodu (čím bližšie k hranici, tým sýtejšia farba).

V počítačovej literatúre, sa stretneme s trochu iným tvarom chromatického diagramu, kde koeficienty sú vybrané tak, aby nadobúdali len nezáporné hodnoty. Toto sa dá dosiahnuť napr. lineárnou transformáciou, ktorá je stanovená CIE normou [?]

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,769 & 1,752 & 1,13 \\ 1,0 & 4,591 & 0,06 \\ 0 & 0,057 & 5,594 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

a následným normovaním, podobne ako v (1.1)

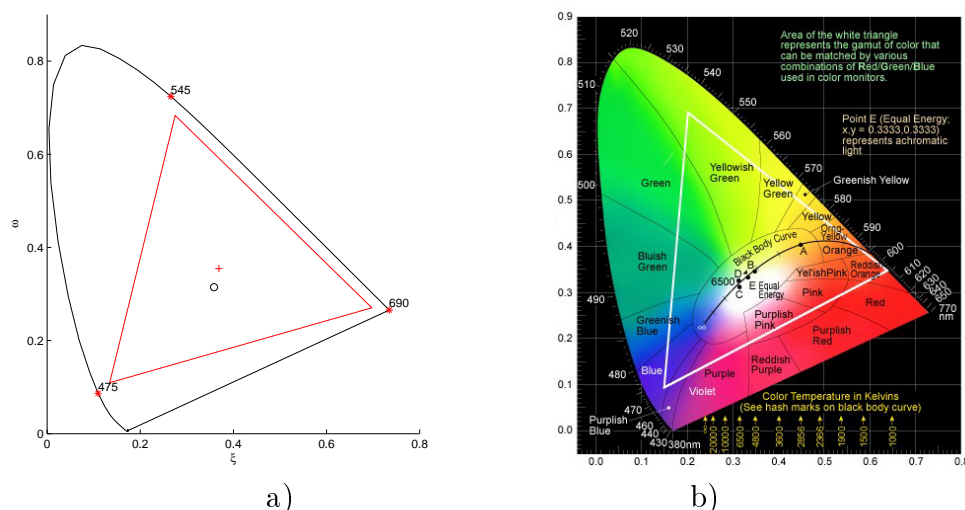
$$\xi = \frac{x}{x+y+z}, \quad \omega = \frac{y}{x+y+z}.$$

Vyjadrenie farieb pomocou hodnôt ξ, ω môžeme nájsť v literatúre pod názvom CIE kolorimetrická sústava – obr. 1.5. Podrobné odôvodnenie toho, prečo je zvolená práve taká transformácia, nájdete záujemci napr. v [?].

1.7 Chromatický diagram a výstupné zariadenia – gamut

Monitor (a podobne i všetky ostatné výstupné zariadenia) môže vyrábať rôzne farebné odtiene len ako vážené priemery vybraných základných farieb. Vyberme tri základné farby – nech im v chromatickom diagrame odpovedajú body A, B, C . (Keďže chromatický diagram vyjadruje všetky možné farebné odtiene vyskytujúce sa v reálnom svete, body A, B, C nemôžu byť mimo chromatický diagram.) Všetky farebné odtiene, ktoré môžeme daným výstupným zariadením vyrobiť, tj. *gamut* výstupného zariadenia, sa nachádzajú vo vnútri trojuholníka ABC (*Maxwellov trojuholník*) obr. 1.5a). Kvalita farebného výstupu, tj. množstvo reprodukovateľných farebných odtieňov, závisí od voľby základných farieb. Pri ich výbere sú preto prirodzené dve podmienky. Snažíme sa, aby:

1. plocha trojuholníka ABC bola čo najväčšia,
2. ťažisko chromatického diagramu (achromatické svetlo) bolo vo vnútri trojuholníka ABC .



Obr. 1.5: Chromatický diagram v CIE kolorimetrickej sústave.

- a) Maxwellov trojuholník pre vybrané etalónové farby 475 nm, 545 nm 690 nm. Ťažisko Maxwellovho trojuholníka (+) neodpovedá ťažisku chromatického diagramu (o) – kap. 1.9.2.
b) Často používaná farebná reprezentácia chromatického diagramu.

Často sa môžeme stretnúť s metodicky nesprávnou interpretáciou chromatického diagramu: farebne sa vyplní celá jeho plocha, obr. 1.5b). Princiálne však toto nie je možné. Ako bolo zmienené vyššie, farebne správne sa môže vyplniť len vnútro trojuholníka tvoreného vrcholmi, ktoré odpovedajú základným farbám (pigmentom) daného zariadenia. Pritom napr. v prípade monitoru jeho vrcholy by mali mať „najviac červenú“, „najviac zelenú“ a „najviac modrú“ farbu. Farby, ktoré sú v chromatickom diagrame mimo trojuholník nie sme schopní v skutočnosti zobrazit', hoci v reálnom svete ich vnímame⁶. To znamená, že pre dané konkrétne výstupné zariadenie sú čisté farby iba tie, ktoré tvoria hranicu jeho Maxwellovho trojuholníka.

Pravdaže čitateľa nahlodá pochybnosť – z bežného života máme takú skúsenosť, že dnešné monitory, ako i ostatné výstupné zariadenia, sú schopné celkom verne zobrazovať farby. To je práve preto, že základné farby tvoria trojuholník, ktorý pokrýva veľkú časť chromatického diagramu. Navyše, geometrická vzdialenosť bodov v chromatickom diagrame nekorešponduje presne s rozdielom odpovedajúcich farebných vnemov – obr. 1.5, 1.8. Pre bežný život nám vlastne nezobraziteľné farby ani veľmi nechýbajú.⁷

⁶Na pochopenie problému je možné vykonať nasledujúci experiment z oblasti chuťových vnemov: predstavme si, že sladkú chuť budeme vyjadrovať pomocou bežne dostupného cukru, jeho rôznou koncentráciou (toto je analóg základného farebného pigmentu výstupného zariadenia). Na krabíčke sacharínu sa dočítate, že je zhruba 100-krát sladší ako náš etalón – cukor. Tým síce získame predstavu, ako asi je sacharín sladký (tj. môžete to nejako, dokonca i graficky zobrazit' – toto je v prípade farieb chromatický diagram), ale skutočnú jeho sladkosť môžete vnímať len jeho priamym ochutnaním. Ochutnaním cukru v žiadnom prípade nie!

⁷Používajúc príklad s chuťovými vnemami – Ako často potrebujeme k životu sladkosť sacharínu?

1.8 Farebné modely

Teraz, keď už vieme, aký formalizmus sa používa pre vyjadrenie farebnosti (farebný odtieň a sýtosť, resp. čistota farby) pozrime sa na mechanizmus, ktorý nám dovolí zahrnúť aj tretí atribút – intenzitu.

1.8.1 RGB model

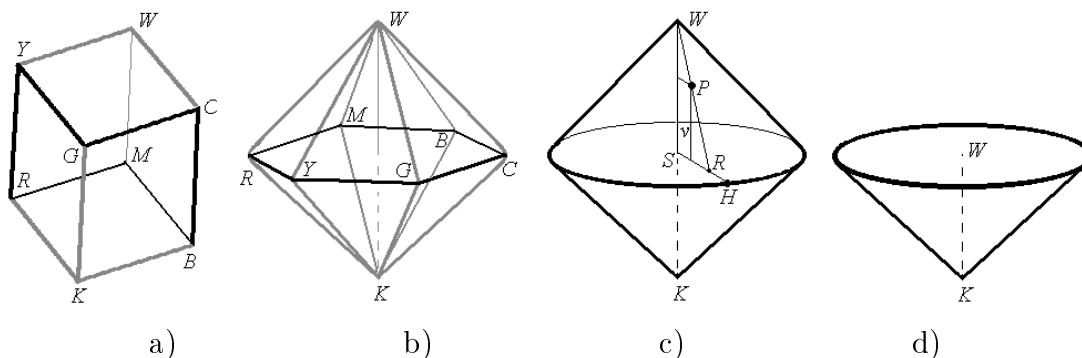
Vyššieuvedené základné farby A, B, C v (1.5) interpretujme ako bázové vektory 3D priestoru.

$$A = (1, 0, 0), \quad B = (0, 1, 0), \quad C = (0, 0, 1).$$

Všetky dosiahnuteľné farby sa dajú vyjadriť v tvare

$$X = aA + bB + cC, \quad 0 \leq a, b, c \leq 1,$$

kde a, b, c sú intenzity základných farieb. Ako sme uviedli v kapitole 1.5, takto definovaná oblasť tvorí jednotkový kváder (1.5). Keďže za bázové farby sa vyberajú červená, zelená a modrá, namiesto všeobecného označenia A, B, C , a, b, c sa zaužívalo R, G, B , r, g, b (R =Red, G =Green, B =Blue). RGB model je základným modelom pre formálne spracovávanie farieb počítačom. Každý z farebných kanálov sa uvažuje ako nezávislý. Vrcholy výsledného kvádra sa zvyknú označovať ako K =black, R =Red, Y =Yellow, G =Green, C =Cyan, B =Blue, M =Magenta, W =White, obr. 1.6a). Na telesovej uhlopriečke KW sú odtiene šedej. Farby na uzavretej lineárne lomenej čiare $RYGCBMR$, obr. 1.6a) (všimnite si, že je priestorová) sú sýte (čisté) farby pre dané výstupné zariadenie. Sú to práve tie farby, ktoré sú v Maxwelllovom trojuholníku výstupného zariadenia na jeho hranici.



Obr. 1.6: Schématické porovnanie modelov a) RGB , b), c) HSL , d) HSV .

Intuitívne pochopiteľný mechanizmus formalizácie farieb by mal byť jednoduchým zovšeobecnením Maxwelllovho trojuholníka. Keďže RGB model zobrazí hranicu Maxwelllovo trojuholníka do priestorovej lomenej čiary, budeme hľadať modely, kde je tento vzťah jednoduchší.

1.8.2 HSL model⁸

Podme „deformovať“ jednotkový kváder *RGB* modelu tak, že vrcholy tvoriace priestorový šesťuholník presunieme do jednej roviny a vrcholy *W* a *K* umiestnime symetricky podľa tejto roviny. Každý zo štvorcov povrchu pôvodného kvádra sa transformuje do dvojice trojuholníkov. Výsledkom je 6-boký dvojihlan, obr. 1.6b). Záverečnou „kozmetickou deformáciou“ zmeníme tento dvojihlan na dvojkužel, obr. 1.6c). V strede *S* spoločnej podstavy kužeľov je 50% odtieň šedej (tj. achromatickej) farby, preto dve farebné zložky môžeme formalizovať podobne, ako tomu bolo u chromatického diagramu (resp. v Maxwellovom trojuholníku).

Pre každý vnútorný bod *P* kužeľov nájdeme jeho charakteristiky nasledujúcim spôsobom. Demonstrujeme pre bod *z* kužeľa s vrcholom *W* – obr. 1.6c) Pre body *z* druhého kužeľa je konštrukcia podobná.

1. Nájdeme prienik *R* priamky *WP* a podstavy kužeľa.
2. Nájdeme prienik *H* priamky *RS* a hraničnej kružnice podstavy kužeľa -- bod *H* charakterizuje farebný odtieň (Hue).
3. Podiel dĺžiek usečiek $|RS|/|HS|$ určuje čistotu farby (Saturation).
4. Vzdialenosť bodu *P* od podstavy kužeľa *v* nesie achromatickú informáciu (Lightness).

L - lightness vyjadruje symetriu bielej a čiernej pri miešaní farebných pigmentov. Napr. z červenej vyrobíme ružovú pridaním bieleho pigmentu. Tmavočervenú naopak, pridaním čierneho pigmentu. Preto z hľadiska technológií miešania farieb je model *HSL* prirodzený. Z „fyzikálneho“ hľadiska je však takto definovaná achromatická zložka ťažko interpretovateľná. Nasledujúci model tento nedostatok odstraňuje.

1.8.3 HSV model

Vyššievytvorený dvojkužel budeme ďalej deformovať tak, že biely vrchol *W* „vtlačíme“ do roviny vrcholov *R, Y, G, C, B, M* do stredu podstavy *S*, obr. 1.6d). Pre farebné charakteristiky *H* a *S* môžeme použiť tú istú konštrukciu ako v prípade modelu *HSL*.

Achromatická charakteristika *V* - value je určená horizontálnym rezom tohto kužeľa. Je to vlastne *gamut zariadenia*, tj. *Maxwellov trojuholník*, pre *fixovaný stupeň intenzity žiarenia*. (Pravdaže „deformovaním“ sme zmenili trojuholník na kružnicu.) Toto je pre bežné chápanie zrozumiteľnejšie ako *L* - lightness v prípade *HSL* modelu.

⁸Používa sa i alternatívne označenie HLS.

1.8.4 Modely s jasovou zložkou

Z ďalších farebných modelov stoja za zmienku systémy, ktoré pracujú zároveň vo farebnom i čierno-bielom režime. Pre prevod farieb na adekvátnu škálu šedých odtieňov tak, aby výsledok zostal prirodzený, je používaný empirický vzťah

$$Y = 0,299r + 0,587g + 0,114b \quad (1.7)$$

Pozor, y zo vzťahu (1.6) a Y zo vzťahu (1.7) nesúvisia!

Napr. pri prenose analógového TV signálu z dôvodu spätnej kompatibility ČB prijímačov na farebný signál, nebolo priame používanie *RGB* modelu vhodné. Preto jedna z prenášaných zložiek bola totožná s uvedenou zložkou Y v (1.7). Napr. podľa normy PAL sa farebný signál prenáša v zložkách Y, U, V :

$$\begin{pmatrix} Y \\ U \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,299 & 0,587 & 0,114 \\ -0,141 & -0,289 & 0,437 \\ 0,615 & -0,515 & -0,10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

Existujú i ďalšie modely pre podobné účely (napr. model *YCBCR* používa norma *SECAM*, model *YIQ* je použitý v norme *NTSC*). Spoločný majú práve prenos zložky Y .

1.9 Doplnujúce poznámky

1.9.1 Lineárne – nelineárne modely

RGB model skryte predpokladá lineárne zmiešavacie pomery – obr. 1.7a).

Vzhľadom na to, že citlivosť nášho zraku pri zmiešavaní nie je lineárna (obr. 1.2), taký spôsob transformácie nedáva vždy dobré výsledky. Napr. na obr. 1.7b) vidíme, že prechod medzi žltou a zelenou je podstatne strmší, ako prechod medzi modrou a fialovou.

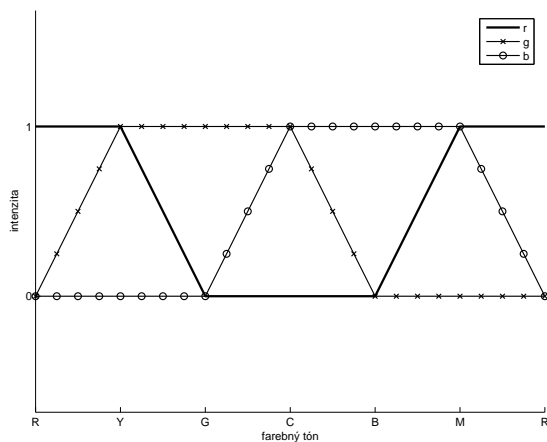
Pre vernejšie vyjadrenie farieb preto treba nelineárne modely. Nelinearitu zmiešavacích pomerov základných farieb ilustruje obr. 1.8. Dvojice bodov spojených úsečkou vnímame ako vzájomne rovnako vzdialené. Vidíme tak, že geometrická vzdialenosť bodov chromatického diagramu *CIE* nemusí zodpovedať vizuálnemu rozdielu príslušných farieb.

Preto sa v praxi namiesto *CIE* kolorimetrickej sústavy používajú i iné. Napr.

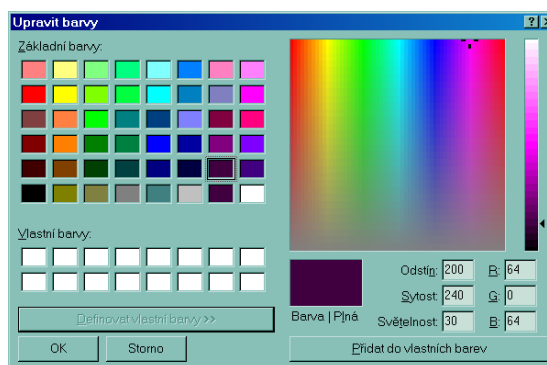
$$u = \frac{2\xi}{6\omega - \xi + 1.5}, \quad v = \frac{4.5\omega}{6\omega - \xi + 1.5}, \quad (1.9)$$

označovaná ako *CIE 1976 Luv*, rozmiestňuje farebné vnemy v chromatickom diagrame rovnomernejšie.⁹

⁹ u, v z (1.9) a U, V z (1.8) spolu nesúvisia. Označenie je zvolené kvôli zaužívanej notácii.

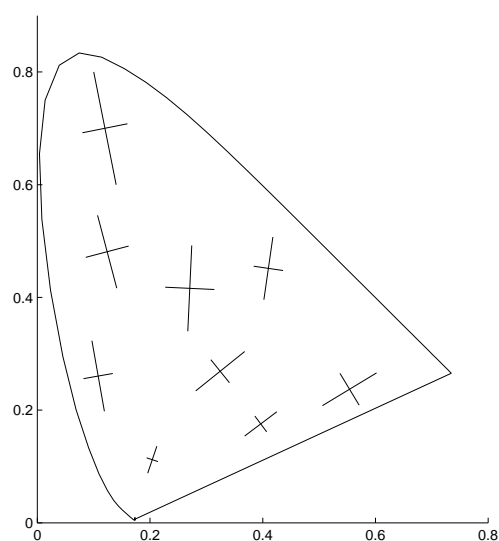


a)



b)

Obr. 1.7: a) Priebeh intenzít trojice základných farieb R, G, B na spojnici farieb R-Y-G-C-B-M-R pri použití modelu *RGB*. b) Ovládací panel pre prácu s farebným modelom *HSL* v aplikáciách MS-windows..



Obr. 1.8: Farebný rozdiel spojených dvojíc bodov vnímame ako konštantný. Prevzaté z [?].

Iný spôsob riešenia rôznej citlivosti zraku na rôzne farby spočíva v použití zložitejších spôsoboch prechodu k normovaným farebným koeficientom. Namiesto normovania prostou sumou (1.1) sú používané buď vážené priemery, prípadne zložitejšie konštrukcie ($CIE L^*u^*v^*$, $CIE LAB - [?],[?]$).

1.9.2 Problém bieleho svetla

Ďalším dôvodom používania zložitejších modelov je správna reprezentácia bielej farby. Pri definovaní achromatického svetla sme vychádzali z toho, že všetky vlnové dĺžky prispievajú k jeho tvorbe rovnakým dielom. V slnečnom svetle, ktoré považujeme za achromatické, však nie sú zastúpené všetky vlnové dĺžky úplne rovnomerne. Ako bolo ukázané vyššie (obr. 1.5a), ťažisko Maxwellovho trojuholníka a ťažisko chromatického diagramu sú rôzne body. Skutočnosťou taktiež je, že umelé zdroje svetla majú svoj farebný gamut odlišný od slnečného. Naviac, fotosenzory vstupných zariadení (digitálny fotoaparát, scanner) a elementárne pigmenty farebných tlačiarň vykazujú v porovnaní s našim zrakom inú citlivosť na jednotlivé svetlá. Farebnú korekciu, súvisiacu s vyššie uvedeným nazývame *vyváženie bielej farby*.

1.9.3 Farebné palety

Keď počet použitých farieb v obrázku nie je príliš veľký, má zmysel použité farby indexovať, čo dovoľí vyjadriť farbu daného pixelu jediným číslom. Toto indexovanie nazývame *farebnou paletou*. Často sa používajú 1-bajtové palety $\mathbf{r}\mathbf{g}\mathbf{b}$ kde $\mathbf{r}, \mathbf{g}, \mathbf{b}$ označuje počet intenzít pre príslušné farebné kanály RGB modelu.

8x8x4 táto paleta sa častejšie označuje ako **3-3-2** paleta, tj. pre červenú a zelenú zložku sú vyhradené 3 bity, pre modrú len 2 bity kvôli menšej citlivosti oka na modrú farbu. Výhodou je jednoduchosť prevodovej tabuľky pre generovanie indexu farby v palete.

6x7x6 paleta obsahuje síce menší počet farieb (252), no každá zo zložiek je rovnomerne zastúpená.

7x12x3 paleta zohľadňuje rôznu citlivosť oka na základné farebné zložky.

Používajú sa taktiež adaptívne palety, ktoré sú „šité na mieru“ pre daný farebný obraz. O princípoch ich konštrukcie sa zmienime podrobnejšie v nasledujúcej kapitole.

1.10 Zhrnutie a úlohy

- Opísali sme princípy, na ktorých sú založené farebné modely v počítačovej grafike.

- Existujú dva základné mechanizmy pre miešanie farieb – aditívny a subtraktívny.
 - Formalizmus farebného videnia popisujú Grassmannove zákony.
 - Na jednoznačné určenie farby potrebujeme tri hodnoty.
 - Chromatický diagram formalizuje dve zložky farebného vnímania ľudského oka – čistotu farby a farebný tón.
 - Farebné modely zjednodušujú mechanizmus miešania farieb.
- Veľa podrobnejších informácií nájdete v [?], [?].
 - Kontrolné otázky.
 1. Čo znamená lineárna závislosť farieb (ukážte v chromatickom diagrame trojicu takých farieb, z ktorých sa nedá namiešať ľubovoľná farba).
 2. Vyznačte v Maxwellovom trojuholníku najviac fialovú farbu.
 3. Akú hodnotu y v (1.7) má žltá farba maximálnej intenzity (jasu)?
 4. Aký musí byť vzájomný pomer intenzít červenej a modrej farby, aby sa v Č/B zobrazení javili rovnako?
 5. V aplikáciách MS-windows nájdete pre prácu s farbami grafický nástroj z obr. 1.7b) prezentovaný ako *HSL* model. Ako by ste našli vzťah medzi ním a *HSL* modelom, vysvetleným v texte?
 6. Uvažujme *RGB* model s rozlíšením 1B na každý farebný kanál. Uvažujme rastrový obraz veľkosti $n_x.n_y$ pixelov. Pri akom počte farieb je pamäťovo výhodnejšie použiť paletu ako priamy zápis r,g,b hodnôt pre každý pixel?
 - Samostatné úlohy:
 1. Pomocou bežne dostupných prostriedkov (napr. tabuľkový procesor Excel) transformujte hodnoty farebných koeficientov z tab. 1.1 do kolorimetrických sústav *CIE*, *CIE 1976 Luv* a pre takto získané hodnoty vytvorte chromatický diagram.
 2. Pre otestovanie faktu, že zrak vníma rôzne farby rôzne, aplikujte mechanizmus emulácie šedých odtieňov pre rôzne dvojice susedných vrcholov *RGB* farebného modelu.