

Equisatisfiability of CNF with blocked clause

Matouš Mařík

Let ϕ be a CNF and $C \in \phi$ a clause in ϕ and $l \in C$ a literal in C . We say that C is blocked by literal l if for every other clause $D \in \phi$ which contains $\neg l$ we have that $\text{Res}(C, D)$ is a tautology (i.e. there is another literal $l' \in C$ such that $\neg l' \in D$). Show that ϕ is equisatisfiable with $\phi \setminus \{C\}$, i.e. ϕ is satisfiable if and only if $\phi \setminus \{C\}$ is satisfiable.

Splnitelná $\phi \Rightarrow$ splnitelná $\phi \setminus \{C\}$

- triviální - stejný model

Splnitelná $\phi \setminus C \Rightarrow$ splnitelná ϕ

- l ... blokující literál C
- pokud ϕ obsahuje pouze jednu klauzuli C pak ϕ je vždy splněna a neprázdná C je vždy splnitelná
- l_D ... literál $C \setminus l$, pro který platí $\neg l_D \in D$
- pokud $\phi \setminus C$ je splnitelná, pak existuje model a , takový, že:
 - buď $l \in a \Rightarrow a \models C \Rightarrow \phi$ je splnitelná
 - nebo $\neg l \in a$
 - potom existuje nějaký $l_D \in a \Rightarrow a \models C$
 - jinak by v každé klauzuli $D \in \phi \setminus C$ obsahovala nějaký literál $l_{D,a} \neq \neg l$
 - a tedy model $a' = a \cap l \setminus \neg l$ (tedy model, který se od a liší tím, že místo $\neg l$ obsahuje l), splňuje jak C , tak $\phi \setminus C$