

Hamiltonský cyklus

Matouš Mařík

Let $G = (V, E)$ be an undirected graph. Suggest a propositional formula that is satisfiable if and only if G contains a Hamiltonian cycle.

Proměnné:

- $x_{i,j}$... na i -té pozici cyklu je vrchol j
 - tedy $i, j \in 1..|V|$

Podmínky:

1. Každý vrchol musí být v cyklu:

$$\forall j : \bigvee_i x_{i,j}$$

2. Na každé pozici cyklu musí být vrchol:

$$\forall i : \bigvee_j x_{i,j}$$

3. Žádný vrchol se nesmí v cyklu objevit dvakrát:

$$\forall i, j : \forall k > i : \neg x_{i,j} \vee \neg x_{k,j}$$

4. Na každé pozici cyklu může být pouze jeden vrchol:

$$\forall i, j : \forall k > j : \neg x_{i,j} \vee \neg x_{i,k}$$

5. Na sousedních pozicích v cyklu můžou být pouze vrcholy spojené hranou:

- Pro přehlednost pracuji s následujícími předpoklady:
 - (j, k) se v tomto případě chová jako uspořádaná dvojice, tedy pokud není definována hrana (j, k) , pak vzniká podmínka pro (j, k) i pro (k, j)
 - $|V| + 1 = 1$ (pro uzavření cyklu)
 - Tento problém by šel také vyřešit přidáním poslední pozice, na které by musel být stejný vrchol jako na první pozici a na kterou by se nevztahovala podmínka 3

$$\forall (j, k) \notin E : \neg x_{i,j} \vee \neg x_{i+1,k}, \quad i = 1..|V|$$

Výsledná výroková formule vznikne konjunkcí všech těchto podmínek a jelikož každá z nich je klauzulí, tak se bude ve tvaru CNF.