DP-elimination

Matouš Mařík

```
One of the preprocessing steps can be to eliminate some of the variables using so-
called DP-elimination (or DP-resolution). In particular, assume we have a CNF ϕ
and a variable x which we want to eliminate. Denote
    ϕ0 = {C ∈ ϕ | ¬x ∈ C}
    ϕ1 = {C ∈ ϕ | x ∈ C}
    ϕr = {C ∈ ϕ | C ∩ {x, ¬x} = ∅}
Namely, ϕ0 consists of the clauses containing negative literal ¬x, ϕ1 consists of
the clauses containing positive literal x, ϕr contains the rest of the clauses.
Let us now define ϕdp = {Res(C0, C1) | C0 ∈ ϕ0, C1 ∈ ϕ1} where Res(C0, C1)
denotes the clauses originating from C0 and C1 by resolution. Show that ϕ is
equisatisfiable with ϕ′ = ϕr ∧ ϕdp.
```

Nesplnitelná φ′ => nesplnitelná φ

- pokud je
-

Splnitelná $\varphi \setminus C$ => splnitelná φ

- l ... blokující literál C
- pokud φ obsahuje pouze jednu klauzuli C pak φ je vždy splněna a neprázdná C je vždy splnitelná
- l_D... literál $C \setminus l$, pro který platí $\neg l_D \in D$
- pokud $\varphi \setminus C$ je splnitelná, pak existuje model (který je úplné ohodnocení všech literálů φ) a, takový, že:
    1. buď $a(l) = 1$ => $a \models C$ => φ je splnitelná
    2. nebo $a(l) = 0$
        - existuje-li nějaký $l_D \in a$ pak $a \models C$

        - jinak by pro všechny $D \in \varphi \setminus C$ jejich literál $\neg l_D$ (literál vyplývající z tautologie vznikající rezolucí, definovaný výše) byl v a, tedy $a(l_D) = 0$
        - a tedy model a' t.ž. pro každý literál $l' \neq l$ platí $a'(l') = a(l')$ a zároveň $a'(l) = 1$ (tedy model, který se od a liší tím, že místo $\neg l$ obsahuje l), splňuje jak C, tak $\varphi \setminus C$
        - tedy a' splňuje bod 1.