

### Trabalho 3 - Entregar até 12/05/2021

Em todos os casos apresente o modelo, as equações de recorrência e a solução (apenas a resposta).

#### Crescimento populacional

1) Sabe-se que uma colônia de bactérias cresce a uma taxa proporcional à quantidade presente e que a taxa de crescimento é  $k = 0.8$ . Sabendo-se que no instante  $t = 0$  havia 20 indivíduos na colônia estime o total de indivíduos depois de 4 horas. Empregue o método de Euler com  $h = 0.2$ .

#### Dcaimento radioativo

2) Sabe-se que uma substância radioativa diminui a uma taxa proporcional à quantidade presente e que a taxa de decrescimento relativa é  $k = -0.01$ . Se a quantidade inicial era de 10 g encontre a massa restante após 4 horas. Empregue o método de Heun com  $h = 0.2$ .

3) Em 1988, cientistas do Museu Britânico tiveram acesso ao corte de tecido de linho chamado de Santo Sudário e constataram que o tecido conservava ainda 92% de sua quantidade original de carbono-14. Sabendo-se que a taxa de decrescimento do carbono-14 é  $k = -1.244 \times 10^{-4}$  estime, por tentativas, a idade do tecido no ano citado, em anos. Empregue o método de Ruge-Kutta de ordem 2 com  $h = 0.5$ .

Notas:

- a) Considere que no instante  $t=0$  a quantidade de carbono-14 era  $y=1$ .
- b) O resultado deste estudo gerou bastante polêmica mas ele não modificou a fé cristã.

#### Variação de temperatura

4) Um café que acabou de ser coado está com a temperatura de  $90^\circ\text{C}$  e é deixado em uma cozinha onde a temperatura é de  $28^\circ\text{C}$ . Encontre a temperatura do café depois de 5 min. Empregue o método o método da série de Taylor de ordem 2 com  $h = 0.5$ .  $k=0.32$

#### Diluição

5) Um açude para criação de peixes com contendo  $400 \text{ m}^3$  de água recebeu enxurradas e sua água está com 10 gramas de impureza por litro. Água de uma fonte contendo 1 grama de impureza por litro começa a ser despejada no tanque a uma razão de 200 litros por minuto. A água é bem misturada por meio de um aparelho e é escoada do açude à mesma taxa.

- a) Qual será a quantidade de impureza, gramas/litro, presente na água do tanque depois de 2 horas (120 min.)?
  - b) Suponha que a água seja considerada adequada para os peixes quando tiver no máximo 2.1 g de impureza por litro. Quanto tempo levará para que esse nível de pureza seja atingido? (Faça simulações com diferentes tempos para obter uma resposta aproximada)
- Empregue o método de Heun com  $h = 0.5$ .

6) Um barril com 2000 L de cerveja contém 4% de álcool. Cerveja com 6% de álcool é bombeada para dentro barril a uma taxa de 20 L/min e a mistura é bombeada para fora o barril à mesma taxa. Qual é a porcentagem de álcool depois de uma hora?. Empregue o método de Ruge-Kutta de ordem 2 com  $h = 0.1$ .

Dicas:

- a) Interprete a concentração de álcool na cerveja em ml/L
- b) Cuide para padronizar as unidades de medida de tempo e volume.

### Autovalores e autovetores

7) Seja  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 5 \\ 3 & 12 & 3 & 4 \\ 3 & 13 & 0 & 7 \\ 2 & 11 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

- Empregando o método da potência encontre o autovalor  $\lambda_1$  de maior módulo de A e os autovetores associados a  $\lambda_1$ .
- Empregando o método da iteração inversa encontre os demais autovalores  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  e  $\lambda_4$  e os autovetores associados.