Trabalho 1 – Entregar até 31/03

Interpolação

1) Obtenha o polinômio que interpola a função tabelada utilizando o método de Lagrange. Apresente a resolução algébrica.

xi	-1	0	2
yi	5	-1	11

2) Obtenha o polinômio que interpola a função tabelada utilizando o método das diferenças divididas finitas. Pode fazer uso da tabela para obter os coeficientes. Apresente a tabela e a resolução algébrica.

xi	-1	0	1	3
yi	2	2	4	62

3) Obtenha o polinômio que interpola a função tabelada utilizando o método das diferenças ordinárias. Pode fazer uso da tabela para obter os coeficientes. Apresente a tabela e a resolução algébrica.

xi	-1	0	1	2
yi	-4	-2	0	8

4) A tabela a seguir apresenta a população dos Estados Unidos de 1940 a 1990.

Ano	1940	1950	1960	1970	1980	1990
População em milhares	132165	151326	179323	203302	226542	249633

a) Utilize a interpolação de Lagrange para estimar a população em 1930 e em 1985.
b) Sabendo-se que em 1930 a população era de 123203 milhões calcule o erro exato cometido na avaliação.

5) Suponha que você queira usar interpolação polinomial para aproximar a função f(x) = 2^x- 2^{-x} com base nos pontos (-2, -3.75) (0, 0), (1, 1.5) e (2, 3.75) do seu gráfico. Avalie o erro máximo absoluto cometido no ponto x = 1.5, com base na fórmula.

$$|E(x)| \leq |(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_n)| \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} \quad \text{onde} \quad M_{n+1} = \text{Máx}\left| f^{n+1}(x) \right|, \quad x_0 \leq x \leq x_{n.}$$

Notas:
a) No presente caso n = 3.
b) Para encontrar M_{n+1} leve em conta que f^{n+1} é crescente. Prove isso com o uso de derivada.
c) Cuidado com a derivada de 2^x !

Derivadas

Em todos os casos trabalhe com pelo menos 4 casas decimais.
Empregando cada uma das fórmulas de derivação dadas calcule a derivada aproximada da função $f(x)=(x^{3/2}-x^{1/2})e^{x+2}$ em x = 0,4. Qual é o erro absoluto **exato** em cada caso?

a) $f'(x_0)=\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}-\dfrac{h}{2}f''(\xi(x_0))$

b) $f'(x_0)=\dfrac{1}{2\mathrm{h}}[-f(x_0-h)+f(x_0+h)]-\dfrac{h^2}{6}f^{(3)}(\xi(x_0))$

c) $f'(x_0)=\dfrac{1}{2\mathrm{h}}[-3\mathrm{f}(x_0)+4f(x_0+h)-f(x_0+2\mathrm{h})]+\dfrac{h^2}{3}f^{(3)}(\xi(x_0))$

Integrais

Em todos os casos trabalhe com pelo menos 4 casas decimais.

1) Calcule a área da região compreendida entre as curvas $y=x^2/2$ e $y = e^{-x}$ entre x = 2 e x = 6 por meio da regra dos trapézios com h = 0.2. Qual é o erro exato absoluto?

O comprimento L de uma curva y=f(x) de (a, f(a)) até (b, f(b)) pode ser calculado por

$L=\int_a^b \sqrt{1+f'(x)^2}\,dx$ ou $L=\int_{t0}^{t1} \sqrt{g'(t)^2+h'(x)^2}\,dt$ se a curva for parametrizada por

x = g(t) e y = h(t).

2) Calcule o comprimento da curva y = sen(x) do ponto O = (0, 0) até o ponto B = (π, 0) empregando
b) A regra dos trapézios com 20 subintervalos.
a) O método de Simpson com 20 subintervalos.

3) Calcule o comprimento da circunferência $x^2 + y^2 = 16$ pelo método de Simpson com h = 0.1 fazendo a parametrização x = cos(t) e y = sen(t). Qual é o erro exato cometido?